

MEDDELANDEN FRÅN STATENS METEOROLOGISK-HYDROGRAFISKA ANSTALT. BAND 2. N:o 5.

# UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE ELEMENTE DES NEBELS UND DER WOLKEN

VON

HILDING KÖHLER

MIT 3 TAFELN



STOCKHOLM 1925

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE ELEMENTE  
DES NEBELS UND DER WOLKEN

402

WILHELM KÖHLER

WILHELM KÖHLER



STOCKHOLM 1925  
KUNGL. BOKTRYCKERIET. P. A. NORSTEDT & SÖNER  
250830

## Einleitung.

Es ist einleuchtend, dass zwischen einer physikalischen Untersuchung im Laboratorium und einer in der freien Atmosphäre ein wesentlicher Unterschied besteht. Im Laboratorium verschafft man sich einen mehr oder minder idealen Zustand, den man genau definiert, und die Ergebnisse sind von dieser Definition abhängig. In der freien Atmosphäre hat man mit Verhältnissen zu rechnen, wie sie im Augenblick der Untersuchung vorliegen. Es ist daher notwendig, eine grössere Anzahl von Einzelbestimmungen als im Laboratorium auszuführen. Es hängt vielleicht auch oft mehr von dieser Anzahl und von der Geschwindigkeit der Messungen ab, ob man ein richtiges Bild erhält, als von einer weit getriebenen Genauigkeit.

Die Untersuchungen, die hier dargelegt werden, wurden in der Absicht angefangen, zu versuchen, eine Grundlage für ein sicheres thermodynamisches Verständnis der Vorgänge in der Atmosphäre zu schaffen. Als Anfang dieser Untersuchungen können meine Studien über Nebelfrostablagerungen auf dem Pärtetjäkko betrachtet werden. Erst im Jahre 1918 konnte ich mit den direkten systematischen Untersuchungen der Wolkenelemente beim magnetisch-meteorologischen Observatorium auf dem Haldde anfangen. Sie wurden bis zum Dez. 1923 fortgesetzt. Ferner werden noch wie vor Untersuchungen von verschiedenen Problemen dieses Gebietes vorgenommen. Die hier publizierten Untersuchungen bestehen aus optischen, mikroskopischen und chemischen Untersuchungen von Nebel, Wolken und winterlichen Nebelablagerungen. Die Ergebnisse derartiger Untersuchungen sind vom Vorkommen von Nebel abhängig und ferner davon wie man die Gelegenheiten benutzt. Ich hatte die Absicht, diese Untersuchungen schon früher abzuschliessen. Im Jahre 1922 war ich indessen aus verschiedenen Gründen verhindert, fleissig wissenschaftlich zu arbeiten, und im Frühling 1923 trat beim Haldde selten Nebel auf. Im Herbst 1923 wurde ich jedoch glänzend entschädigt; jetzt konnten oft Tag für Tag Untersuchungen ausgeführt werden.

Es ist mir ein Vergnügen, der Geophysischen Kommission von Norwegen, die mir als Direktor des Haldde-Observatoriums für meine Untersuchungen vollkommen freie Hände gelassen hat und die ausserdem meine

Wünsche freigebig erfüllt hat, meine Dankbarkeit zu bezeugen. Auch Professor A. HAMBERG, Uppsala, auf dessen Observatorium auf dem Pärtetjäkko ich die ersten Untersuchungen über Nebelfrost machte, und der seither meiner Arbeit immer mit Interesse gefolgt ist, danken zu können ist mir eine Freude, ebenso auch Professor ÅKERBLOM, der meine wissenschaftlichen Pläne mit grosser Geduld angehört hat und mir ausserdem beim Lesen des Manuskriptes des ersten Kapitels dieser Arbeit einige Ratschläge bezüglich der Darstellung des Stoffes gegeben hat.

Weiter ist es mir eine angenehme Pflicht Herrn Oberdirektor Dr. AXEL WALLÉN meine Dankbarkeit für die wertvolle Hilfe auszusprechen die er mir durch die Publizierung dieser Arbeit in der Serie »Meddelanden från Statens Met.-Hydr. Anstalt» gezeigt hat.

Mein Assistent M. FAGERMO war mir bei den vielen und mühsamen numerischen Berechnungen, ferner bei den Beobachtungen im Jahre 1923 mit Eifer behilflich. Ich danke ihm und allen anderen Assistenten, die mir während meiner langwierigen Arbeiten am Halddeobservatorium, die oft in den Nächten ausgeführt werden mussten, unermüdlich geholfen haben, aufs herzlichste.

Ich habe über dieselben Probleme bisher folgende Arbeiten veröffentlicht:

1. Studien über die Nebelfrostablagerungen auf dem Pärtetjäkko, Naturw. Unters. des Sarekgebirges in Schwedisch—Lappland, geleitet von Dr. Axel HAMBERG, Bd 2, Abt. 1, Stockholm 1919.
2. Zur Kondensation des Wassers in der Atmosphäre, Met. Zeitschr. s. 168, 1921.
3. Zur Kondensation des Wasserdampfes in der Atmosphäre, erste Mitteilung, Geofysiske Publikationer Vol. 2 N:o 1 Kristiania 1921.
4. Über die Tröpfchengrösse der Wolken und die Kondensation, Met. Zeitschr. s. 359, 1921.
5. Zur Kondensation des Wasserdampfes in der Atmosphäre, zweite Mitteilung, Geofysiske Publikationer Vol 2 N:o 6 Kristiania 1922.
6. Eine quantische Verteilung von Materie in der Atmosphäre, Met. Zeitschr. s. 263, 1922.
7. Wasser oder Eis? Über die Grösse der Wolkenelemente in einigen verschiedenen Wolken, Met. Zeitschr. s. 257, 1923.

### Einige Berichtigungen.

Die Arbeiten werden im Folgenden mit den obigen Nummern zitiert.

1. In dieser Arbeit wurde der Sublimation eine recht bedeutende Rolle bei der Bildung von Rauhfrost und Rauhreif zugeschrieben. Aus den späteren Untersuchungen geht hervor, dass die Sublimation wenigstens bei der Bildung von Rauhfrost eine verschwindend kleine Rolle spielt (5<sub>o</sub>, Fussnote 2).

3. Auf s. 11 wurde die Ansicht ausgesprochen, dass die Größen der Tröpfchen von den Größen der Salzpartikelchen abhängen. In allgemeinen hahen zwar grössere Tröpfchen eine grössere Salzmenge, die Konzentration des Salzes scheint aber von der Tröpfchengrösse unabhängig zu sein. (S. 112 dieser Arbeit.)

Wenn man jedoch in Betracht zieht, dass grössere

Tröpfchen eine kleinere Dampfspannung ergeben, so ist der Satz verständlich sofern man die Tröpfchengrösse in nur einer Wolke berücksichtigt und vor dem Zusammenfliessen hinzufügt. Sowohl diese Arbeit wie 5<sub>o</sub> ergeben vollkommene Belege für diese Formulierung.

5. Zu Tabelle 3, S. 13, sind die Werte der Kapillaritätskonstante mit 10<sup>-2</sup> zu multiplizieren. Die Einheit ist gr/cm. Die Ansicht, dass die 7-Gruppe durch die Meeressalze bestimmt ist, lässt sich nicht mit Sicherheit aufrechterhalten.

6. Zu Tabelle 1 steht in der dritten Kolumne unten 21 Nov.; hat zu heissen 21 Okt.

Die Druckfehler in 2<sub>o</sub> und 5<sub>o</sub> sind in Geof. Publ. Vol. 3, N:o 3 verbessert.

Die übrigen Verbesserungen gehen aus dieser Arbeit direkt hervor.

Haldde im Juni 1924.

## KAP. I.

### Methoden und Genauigkeit.

#### Messungsmethode.

Die Wolkeelemente wurden durch Messung der Kränze rings um eine Lichtquelle verwertet, und zwar wurde die Winkelausdehnung des Durchmessers des äusseren Randkreises der roten Farbe gemessen. Von diesem wurde die Ausdehnung der Lichtquelle abgezogen und der Winkel  $\Theta$  des Winkelradius des Kreises ermittelt. Dieser Winkel entspricht dem Winkel des Minimums im Interferenzbilde des weissen Lichtes, dessen »Wellenlänge« gleich 0.571  $\mu$  ist, und der Radius eines sphärischen Körpers berechnet sich demnach aus den Formeln

$$1. \ . \sin \Theta_1 = \frac{1.220 \cdot \lambda}{2r}, \sin \Theta_2 = \frac{2.233 \cdot \lambda}{2r}, \sin \Theta_3 = \frac{3.238 \cdot \lambda}{2r}$$

Die Indizes beziehen sich auf verschiedene Ringe,  $\lambda$  ist die Wellenlänge und  $r$  der Radius der Sphären im Nebel oder in der Wolke. Da die Theorie der Kränze in der meteorologischen und physikalischen Literatur sehr oft behandelt worden ist, halte ich es für unnötig, über sie hier zu referieren.

Als Lichtquelle diente in den meisten Fällen ein Scheinwerfer, weniger oft der Mond oder eine elektrische Lampe, selten die Sonne.

Der Scheinwerfer wurde auf dem höchsten Punkt des Observatoriums plaziert. Die Messungen wurden von einer Plattform des Observatoriumgebäudes, die niedriger liegt, ausgeführt. Der Abstand zwischen dieser Plattform und dem Scheinwerfer betrug 61.8 m. (Eine Angabe von 40 m. die ich früher gemacht hatte, war auf eine fehlerhafte Theodolitenmessung zurückzuführen). Die Strahlen des Scheinwerfers wurden durch einen metall-

ischen, paraboloidischen Spiegel parallel reflektiert, da der Lichtbogen immer im Fokus gehalten wurde, und daneben abgeblendet, so dass nur die zentralen Strahlen zur Wirkung kamen. Diese Lichtquelle hatte in dem angegebenen Abstande eine Winkelausdehnung von 0° 12' 30". Messungen von Kränzen um Mond oder Sonne wurden vom selben Platz ausgeführt. Wenn indessen die Lampe gebraucht wurde, stand ich etwa 20 m. vom Observatoriumhause entfernt und die Lampe wurde über der Plattform aufgestellt. Ihre Winkelausdehnung könnte da vernachlässigt und die wirksamen Strahlen als parallel betrachtet werden. Dies wurde so geprüft, dass ich in verschiedenen Abständen Messungen ausführte.

Im April 1920 fing ich die eigentliche Untersuchung an. Ich gebrauchte da einen Ballontheodolit für Winkelmessung. Mit diesem wurde nur eine kleine Anzahl ausgeführt, da es sich bald zeigte, dass man mit ihm nur bei ruhigen Verhältnissen messen konnte. Er war daneben nur in Zehntel Graden ablesbar. Bald stellte ich eine andere sehr einfache Einrichtung her. Sie bestand aus einem steifen Eisendraht, dessen zweckmässig gebogenes Ende über der Nase plaziert wurde, und aus einem Meterstab. Der Meterstab wurde so gehalten, dass er zwischen dem Zeigefinger und dem kleinen Finger einerseits (von den Augen) und dem Mittelfinger und dem Ringfinger andererseits (gegen die Augen) gepresst wurde. So war es leicht, ihn normal zur Sehrichtung zu halten. Der Daumen wurde Schieber. Zwischen dem Daumen und dem Ende des Stabes wurden Ablesungen schätzungsweise in Zehntel Millimetern vorgenommen. Der Draht wurde in der Mitte dieser Strecke gehalten.

Mit diesem Apparate machte ich 1920 und Anfang 1921 und bei verschiedenen Gelegenheiten auch später Messungen. Auch mit diesem konnte ich indessen keine hinreichende Geschwindigkeit und also Genauigkeit erreichen, wenn die Ringe schnell wechselten. Ich konstruierte daher einen neuen Apparat (Fig. 1 Taf.), mit welchem die beiweitem grösste Anzahl von Messungen ausgeführt sind. Er bestand aus zwei Schenkeln (*A* u. *B*) von denen der eine mit einem Ende eines viereckigen Stabes (*C*) gelenkig verbunden, der andere durch ein Gelenk mit einem Schieber (*D*) auf demselben Stabe verbunden war. Die beiden anderen Enden dieser Schenkel waren gelenkig mit einander verbunden. Über dem letzten Gelenke (*c*) war ein Schirm (*E*) mit einer Kreisförmigen Öffnung (*e*) von einem Durchmesser von 3 mm. befestigt. Auf dem Schieber, über dem Fixpunkte des einen Schenkels und beim Fixpunkte des anderen Schenkels befanden sich Spitzen (*a* u. *b*) von einer Länge von 40 mm. Der Abstand von diesen Spitzen zur Öffnung des Schirmes betrug 660 mm. Der Abstand hatte diese Grösse, weil sie sich als passend erwiesen hatte. Die Spitzen waren schwarz gemalt und hoben sich scharf gegen das Licht ab. Auf der Seite des Stabes war eine Skala eingraviert, die gegen das Licht und also vom Beobachter weggerichtet und durch Nonien in Zehntel mm, also im Winkelmaß von 3.1 Sek. ablesbar war. Der Schieber ging infolge zweier eingebauter längsgehender Federn so träge, dass man ihn nicht durch Fassen mit einer Hand um beide Schenkel verschieben konnte. Das ganze Instrument war aus Messing. Diese hier beschriebene Einrichtung machte ich mittels einer vertikalen Achse auf einem Stativ fest.

Beim Messen wurde in folgender Weise verfahren. Mit der rechten Hand fasste ich die Schenkel beim Schirme und mit der linken Hand den graduierten Stab bei dem Schieber. Dieser wurde mit dem Daumen und Zeigefinger verschoben, während die anderen Finger den Stab umschlossen. Nach jeder Ablesung wurde natürlich der Schieber aus seiner Lage verschoben.

Man misst mit diesem Apparate so schnell, dass zwischen jeder Ablesung nicht mehr als 20 bis 30 Sekunden zu verfliessen brauchen, wenn eine zweite Person schreibt. Da ein Mann den Scheinwerfer bedienen muss, wurden bei den Messungen immer drei Leute beschäftigt. Alle Messungen habe ich selbst ausgeführt.

## Genauigkeit der Winkelmessung.

Die Genauigkeit, mit der man mit diesem Apparate messen kann, hängt natürlich davon ab, wie scharf man die Grenzen des zu messenden Gegenstandes sieht, daher also von den Augen des Messenden. Beim Messen der Kränze lässt sich nicht ohneweiters die Genauigkeit beurteilen, weil diese immer Grössenschwankungen unterworfen sind. Um die Möglichkeit, mit diesem Apparate Winkelmessungen auszuführen, zu prüfen, bemalte ich

eine lange Stange mit roten und grünen Feldern, von denen jedes 100 mm lang war, befestigte sie in einem solchen Abstande, dass mir die Grenzen zwischen den Farben ungefähr so scharf erschienen wie in mittelklaren Kränzen, und machte so eine Reihe von Messungsserien mit der Geschwindigkeit und Genauigkeit, mit der ich immer die Kränze zu messen versuche.

Bei der Verwendung dieses Apparates wird anstatt des Winkelmaßes die Anzahl abgelesener mm angegeben.

$$2. \dots \dots \dots \sin \Theta = \frac{a}{2p}$$

$$p = \text{Länge des Schenkels} = 660 \text{ mm}$$

$$a = \text{abgelesene mm}$$

$$\text{Daraus wird } r = \frac{\lambda p (n_i + q_i)}{a} q_i = 0.220, 0.233, 0.238$$

$$n_i = 1, 2, 3$$

Durch logarithmische Differentiation erhält man hieraus

$$\frac{dr}{r} = \frac{da}{a}$$

Der prozentuelle Fehler in *a* ist also gleich demjenigen in *r*. Für jede Serie von Messungen einer Grenze zwischen zwei gemalten Feldern wurde der mittlere Fehler berechnet. Er wird in Prozenten von *a* und *r* ausgedrückt, wobei *r* die Grösse des Tropfenradius ist, der ausfällt, wenn *a* durch Messung eines ersten Ringes erhalten ist. Die Ergebnisse werden in Figur 2 graphisch dargestellt. Man sieht, wie der prozentuelle Fehler bis *a* = 40 mm und *r* = 11.49 schnell abnimmt, um dann langsam zu sinken.

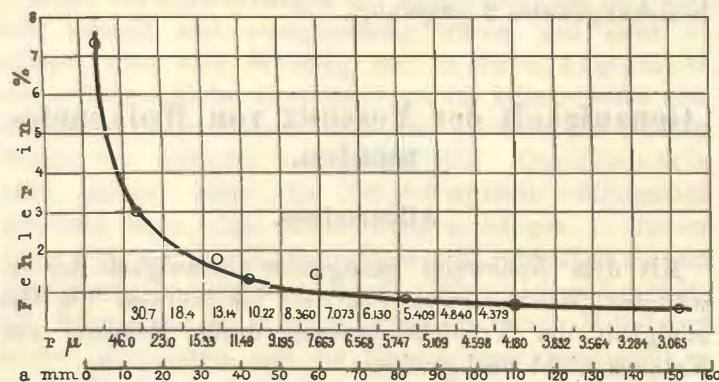


Fig. 2.

Um zu prüfen, ob man im Durchschnitte ein Mass erhielt, das absolut richtig war, wenn die Grenzen des zu messenden Gegenstandes deutlich waren, wurden zwei Serien in einem Abstande des Gegenstandes von drei Metern ausgeführt, wobei folgende Werte erhalten wurden.

Tabelle 1.

Erhalten	Berechnet	Anzahl
$19.30 \pm 0.04$	$19.28 \pm 0.01$	15
$174.37 \pm 0.08$	$174.51 \pm 0.05$	15

Wenn der beschriebene Stab in einem Abstande von 36 m vom Beobachter befestigt wurde, wobei mir die Grenzen sehr undeutlich erschienen, wurden folgende Werte erhalten.

Tabelle 2.

Erhalten	Berechnet	Fehler	Anzahl
5.63 $\pm$ 0.10	5.50 $\pm$ 0.01	+ 1.8 %	20
12.73 $\pm$ 0.10	12.80 $\pm$ 0.04	- 0.9 %	20
48.60 $\pm$ 0.20	49.10 $\pm$ 0.10	- 1.0 %	20
113.40 $\pm$ 0.21	115.40 $\pm$ 0.40	- 1.8 %	20

Die für die berechneten Werte angegebenen Fehler sind aus einer Reihe von Messungen des Abstandes zwischen dem Beobachter und dem Gegenstande erhalten worden.

Die Tabelle 2 ergibt, dass man bei der Größenordnung der Kränze, bei undeutlichen Grenzen geneigt ist, zu klein zu messen, und dass der Fehler bei wachsendem Winkel grösser wird. Der Fehler ist hier nicht sehr gross und übersteigt nur in der letzten Serie die Fehlergrenze, aber die Tatsache, dass er doch existieren kann, ist bei der Messung von verschiedenen Ringen in einem Kranze und ihrer Beurteilung von Bedeutung. Merkwürdigerweise wird der mittlere Fehler um den erhaltenen Mittelwert herum nicht merkbar grösser als bei mittelklaren Grenzen. Das Auge scheint sich eine Grenze zu schaffen, die etwas in der roten Farbe liegt.

Durch diese Darlegung glaube ich gezeigt zu haben, dass die Genauigkeit bei der Geschwindigkeit, mit der gemessen werden muss, wenigstens bei klaren und mittelklaren Ringen gut ist. Da die zwei anderen Methoden verhältnismässig selten gebraucht wurden, beschränke ich mich darauf, im Laufe der Arbeit gelegentlich zu zeigen, dass die Messungen mit diesen Methoden dieselben Ergebnisse geliefert haben. Sie werden in der Ordnung, in welcher sie beschrieben sind, als Methode 1, beziehungsweise 2 angeführt.

## Genauigkeit der Messung von Wolkenelmenten.

### Allgemeines.

Mit dem Nachweise genügender Genauigkeit der erwähnten Winkelmessungsmethode ist indessen die Genauigkeit der Tröpfchenmessung durch Messung von Kränzen nicht nachgewiesen.

Die erste Frage ist die, ob der Scheinwerfer das weisse Licht gab, das durch  $\lambda = 0.571 \mu$  definiert ist. Um dies zu entscheiden, gebrauche ich gleichzeitige Messungsreihen, die während ungewöhnlich günstiger Verhältnisse am 27 Febr. 1923, und zwar teils um dem Mond und teils um den Scheinwerfer ausgeführt wurden. Um beide Lichtquellen wurden abwechselnd 25 Messungen ausgeführt. Die Ergebnisse werden in der kleinen Tabelle 4 wiedergegeben.

Tabelle 3.

Scheinwerfer	Mond
8.348 $\pm$ 0.157 $\mu$	8.386 $\pm$ 0.168 $\mu$

Die Übereinstimmung ist in Anbetracht der grossen Schwankung ausgezeichnet. Da der Lichtbogen immer gleich gehalten wurde, ist man berechtigt anzunehmen,

dass sein Licht immer rein weiss war, was übrigens die späteren Ergebnisse zum Überfluss beweisen.

MECKE hat durch experimentelle Untersuchungen in künstlichem Nebel<sup>1</sup> und darauf folgende theoretische Überlegungen gezeigt, dass die Formel 1 für Tröpfchen unter  $5 \mu - 4 \mu$  nicht gilt. Daneben gibt er eine Tabelle, die auch bei  $r = 7 \mu$  und  $r = 5 \mu$  recht bedeutende Abweichungen von diesen Formeln zeigt. Da Tröpfchengrössen in diesem Intervalle in natürlichem Nebel sehr gewöhnlich sind, wäre es unmöglich in diesem Intervalle mit den besten Apparaten einen exakten Mittelwert zu erhalten, wenn seine Ergebnisse hier exakt richtig wären.

Aus der Arbeit MECKES kann ich keine exakte Grenze für die Gültigkeit der Formel 1 finden, was vielleicht darin seinen Grund hat, dass eine solche nicht existiert. Er sagt s. 492:<sup>2</sup> »Während nun bei den vorigen Messungen die Tropfengrössen nach der alten Formel, d. h. der Beugungsformel kreisförmiger, undurchsichtiger Scheibchen, nicht berechnet werden konnten, glaubte ich dies jedoch tun zu dürfen, sobald das Beugungsbild den normalen Charakter angenommen hat, und die Ringe sich nur noch im gleichen Abstande von einander ändern.« So liefert er die Tabelle 5 seiner Arbeit für Radien von  $4.97 \mu$  bis  $8.32 \mu$ . Hier ist eine Lücke im Materiale von etwa  $3 \mu - 4.97 \mu$  vorhanden, die ich nicht ausgefüllt sehen kann. Nach meinen Beobachtungen scheint das Beugungssphänomen auch bei  $3.5 \mu$  den normalen Verlauf zu haben. Dagegen habe ich bei grossen Tropfen einige Abweichungen beobachtet, und zwar sowohl in der Farbe der Aureole, mit und ohne Anomalien im Verhältnis zwischen dem ersten und zweiten Ringe, als auch in diesem Verhältnis, wenn die Aureole wie gewöhnlich aussah. Beide Phänomene sind Ausnahmen und spielen für die Beurteilung meiner Ergebnisse keine Rolle. Nur einmal habe ich die Anomalien, die MECKE erwähnt, gesehen. Aus seiner Tabelle 2 (Serie 2) berechnete ich da den Radius der Tröpfchen zu etwa  $2.3 \mu$ . Wenn zwei Ringe innerhalb der Fehlergrenzen dieselbe Tröpfchengröße ergeben, halte ich es wie MECKE für berechtigt, zu vermuten, dass die Formel 1 gültig ist.

Später hat Dr. BIDHUBHUSAN RAY,<sup>3</sup> Calcutta, dasselbe Problem wie Mecke behandelt, und zwar mit Hilfe der elektromagnetischen Lichttheorie. Soweit ich aus seiner Abhandlung finden kann, findet eine Übereinstimmung zwischen der elementaren und seiner strengeren Theorie statt »bis zu  $\Theta = 5^\circ - 6^\circ$ . Dies entspricht  $r = 4 \mu - 3.33 \mu$ . Sagt man, dass die Übereinstimmung in der Nähe von  $\Theta = 6^\circ$  aufhört, so steht dies besser im Einklang mit meinen Ergebnissen.

<sup>1</sup> R. MECKE, Experimentelle und theoretische Untersuchungen über Kranzerscheinungen im homogenen Nebel, Dissertation, Marburg 1919.

1. Teil: Experimentelle Ergebnisse, Annal. der Phys. Bd. 61 s. 431, 1920.

2. Teil: Theoretische Untersuchungen (Beugungstheorie kleiner Kugellinsen) Annal. der Phys. Bd. 62 s. 623, 1920.

<sup>2</sup> 1. Teil, 1. c.

<sup>3</sup> BIDHUBHUSAN RAY, The Scattering of Light by Liquid Droplets and The Theory of Coronas, Glories and Iridescent Clouds. Proc. of the Indian Assoc. for the Cult. of Science Vol. 8, Part 1, Calcutta 1923.

Für die liebenswürdige Übersendung dieser Arbeit habe ich Dr. G. C. SIMPSON zu danken.

Nach der Kurve dürfte der prozentische Fehler einer Tropfengrösse bei der Messung eines zweiten Ringes kleiner werden als bei der Messung eines ersten Ringes. Ebenso dürfte den kleinen Tröpfchengrösse eine grössere Genauigkeit zuzuschreiben sein. Indessen habe ich dies nicht gemacht. Die Lichtintensität nimmt, wie aus der Theorie hervorgeht, von der Lichtquelle weg ab. Überhaupt gilt, dass die Klarheit mit der Grösse des Ringes etwas abnimmt. Dazu kommt, dass die Spitzen meines Apparates undeutlicher werden, wenn sie weit vom Lichtkegel entfernt werden. Diese Umstände bewirken, dass die Genauigkeit der Ausmessung des zweiten Ringes im Allgemeinen nicht grösser, sondern vielmehr etwas kleiner wird (Tabelle 2) weiter kommt noch dazu, dass die Schwankungen der Tropfengrösse oft bei kleinen Tropfen ausserordentlich schnell sind oder dass sie in zerrissenen, schnell treibenden Nebelpartien auftreten, wobei eine Messung in wenigen Sekunden ausgeführt werden muss, ehe der Nebel vorübergetrieben ist. In derartigen Fällen muss die Ausmessung als sehr schwierig charakterisiert werden. Wenn andererseits die Kränze sehr klar und ruhig sind, misst man sowohl grosse als kleine Ringe mit so grosser Sicherheit, das die Messungsfehler zu vernachlässigen sind.

### Messung von zwei Ringen über 0°.

#### Allgemeines.

Im folgenden und in dieser Abhandlung überhaupt wird mit homogenem Nebel gemeint, dass der Nebel zwischen der Lichtquelle und dem Messenden in jedem Augenblicke aus nahezu gleich grossen Elementen besteht. Dagegen kann im nächsten Augenblicke eine andere Grösse auftreten u. s. w.

Nach dem Vorhergehenden gehört zur Prüfung der Genauigkeit auch eine Untersuchung darüber, ob die Messung von zwei Ringen in einem Kranze dasselbe Ergebnis liefert hat. Da eine vollkommen gleichzeitige Messung mit meinem Apparate nicht möglich war, aber die Ringe nacheinander, vielleicht bei schneller Veränderung, gemessen wurden, muss eine solche Untersuchung statistisch vorgenommen werden. Zum Zwecke dieser Prüfung, deren Ergebnisse in der Tabelle 4 zusammengestellt sind, habe ich zuerst die Messungsserien über 0° gewählt, bei denen beide Ringe gemessen wurden.

Folgende Bezeichnungen<sup>1</sup> werden benutzt

$r$  = Radius

$A$  = Anzahl Messungen

$\sigma$  = durchschnittliche Abweichung einer Messung

$\Delta$  = durchschnittliche Abweichung des Unterschiedes von zwei aufeinander folgenden Messungen von  $r_1$  und  $r_2$ ,

<sup>1</sup> Ich gebe im Folgenden *immer* das Ergebnis mit  $\pm$  die mittlere Abweichung des Wertes und nicht  $\pm$  die wahrscheinliche Abweichung wieder. Diese Bezeichnungsweise ist in England gewöhnlich (PEARSON, ELDERTON), jene wenigstens nach CZUBER u. WEITBRECHT in Deutschland gebraucht. Die wahrscheinliche Abweichung, probable Error, erhält man aus der mittleren durch Multiplikation mit 0.67449.

$q$  = Korrelationskoeffizient

$P$  = Gewicht einer Messungsserie

Die Indizes beziehen sich auf verschiedene Ringe.  $\sigma$  und  $\Delta$  werden hier wie überall in dieser Abhandlung durch

$\pm \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{A}}$  definiert. Diese Definition steht im Einklang mit der Definition der »Standard Deviation« der englischen Statistiker, weshalb auch die durchschnittliche oder mittlere Abweichung anstatt des mittleren Fehlers, der durch  $\pm \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{A-1}}$  definiert ist, gebraucht wird. Bei  $A=1$  hört die Definition zu gelten auf. Bei einer Messung kann man nicht mehr von Abweichung sprechen.

#### Berechnung der Grössen der Tabelle.

Es ist nicht die Regel, dass jede zweite Messung auf dem zweiten Ringe ausgeführt wurde. Vielmehr wurde der deutlichste Ring gemessen. Im Allgemeinen wurden daher die meisten Messungen auf dem ersten Ringe ausgeführt. Wenn dies geschah, wurde beim Vergleiche die Mittelwerte der Messungsergebnisse des zweiten Ringes und von den Messungen des ersten Ringes, die unmittelbar vor und nach dem zweiten Ringe ausgeführt wurden, oder dort, wo die Schwankung nicht regelmässig war, der Wert von diesen beiden, der am besten mit dem zweiten übereinstimmte, benutzt. Das Umgekehrte fand statt, wenn die meisten Messungen vom Ring 2 vorlagen.

Wenn die Schwankungen der Tröpfchengrösse im Nebel sehr schnell und unregelmässig wären, und zwar so schnell, dass eine Messung nur in jedem Augenblicke von relativer Ruhe ausgeführt werden könnte, wäre man berechtigt anzunehmen, dass die Grössen der beiden Ringe von einander unabhängig sind. Dasselbe würde auch gelten, wenn die Tröpfchengrösse vollkommen konstant wäre. Die Abweichungen hängen in diesem Falle nur von den Messungsfehlern ab, und diese müssen ganz unregelmässig verteilt sein. Wenn sich andererseits die Schwankungen kontinuierlich um einen Mittelwert herum gruppieren, und die Messungsgeschwindigkeit so gross ist, dass je zwei Messungen vom ersten, respektive zweiten Ringe auf der Schwankungskurve etwa gleich verteilt liegen, so sind die Grössen des ersten und des zweiten Ringes von einander abhängig. Dasselbe ist dann der Fall, wenn z. B. die Tröpfchengrösse erst um einen Wert herum schwankt, sich dann in einer anderen Nebelpartie plötzlich verändert, um rings um einen anderen Wert zu schwanken u. s. w. Dieser Fall ist sehr gewöhnlich.

Wegen dieser Abhängigkeit zweier aufeinander folgender Werte kann die mittlere Abweichung des Unterschiedes  $r_1 - r_2$  nicht einfach wie gewöhnlich durch  $\pm \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{A_1} + \frac{\sigma_2^2}{A_2}}$  ausgedrückt werden. Dieser Fehler ist dagegen in folgender einfacher Weise verwertet.  $Z$  bezeichne den Unterschied zwischen zwei aufeinander fol-

Tabelle 4.

Nr.	Lat.	$r_1$	$A_1$	$r_2$	$A_2$	$r_1$	$r_2$	$d$	$q$	$r_1 - r_2$	$\frac{100}{r_1} (r_1 - r_2)^2$	$t$	$\% \Delta$	Anmerkungen.		
1.	°/s 91	3.771	0	3.770	1	+0.150	+0.000	+0.150	+0.00	+0.707	+0.020 ± 0.1060	+0.6 ± 2.88	0.18	+0.5	Scheinwerfer, Im Unterkant des	
2.	°/s 93	5.813	5	5.753	4	+0.984	+0.989	+0.888	+0.00	+0.447	+0.096 ± 0.1650	+1.7 ± 2.70	0.14	+2.2°	N° 31.	
3.	°/s 93	5.813	4	5.753	4	+0.984	+0.989	+0.888	+0.00	+0.447	+0.096 ± 0.1650	+1.7 ± 2.70	0.14	+2.2°	Dicht + 4°, welche	
4.	°/s 93	5.813	4	5.753	4	+0.984	+0.989	+0.888	+0.00	+0.447	+0.096 ± 0.1650	+1.7 ± 2.70	0.14	+2.2°	Reich zu leicht, h.	
5.	°/s 93	5.813	4	5.753	4	+0.984	+0.989	+0.888	+0.00	+0.447	+0.096 ± 0.1650	+1.7 ± 2.70	0.14	+2.2°	Wenig - leicht, h.	
6.	°/s 2	5.7	4	5.7	4	-0.99	-0.99	-0.99	-0.04	-0.04	-0.6 ± 0.0415	-0.1 ± 0.1459	-1.7 ± 2.40	0.2 ± 0.8		
7.	°/s 20	3.9	3	3.8	4	-0.80	-0.80	-0.80	-0.02	-0.02	-0.6 ± 0.0415	-0.1 ± 0.1459	-1.7 ± 2.40	0.2 ± 0.8		
8.	°/s 23	7.0	4	7.0	4	-0.76	-0.76	-0.76	-0.02	-0.02	-0.6 ± 0.0415	-0.1 ± 0.1459	-1.7 ± 2.40	0.2 ± 0.8		
9.	°/s 41	7.77	11	7.869	9	-0.19	+0.346	+0.444	+0.20	+0.389	+0.089 ± 0.1842	+0.5 ± 1.74	0.38	+4.0°	Decheinwfer, Met	
10.	°/s 23	7.81	9	7.809	67	-0.30	+0.891	+0.891	+0.75	+0.075	+0.188 ± 0.0565	+2.1 ± 0.76	1.78	+1.6°	Nobel	
11.	°/s 21	8.4	19	8.270	5	-0.84	+0.886	+0.898	-0.59	+0.205	+0.146 ± 0.2604	+1.7 ± 4.26	0.05	+1.0°	Met	
12.	°/s 23	8.7	4	8.670	5	-0.54	+0.671	+0.671	-0.68	+0.058	+0.172 ± 0.0944	+1.0 ± 4.11	0.3 ± 0.6	+1.6°	Met	
13.	°/s 23	8.8	4	8.8	4	-0.54	+0.687	+0.687	-0.68	+0.136	+0.111 ± 0.1847	+0.5 ± 2.60	0.4 ± 1.1	+1.1°	Met	
14.	°/s 23	9.0	41	9.096	26	-0.899	+0.445	+0.589	+0.68	+0.107	+0.046 ± 0.0882	+0.5 ± 0.88	1.45	+2.7°	Trockener	
15.	°/s 23	9.0	41	9.096	31	-0.899	+0.445	+0.589	+0.68	+0.107	+0.046 ± 0.0882	+0.5 ± 0.88	1.45	+2.7°	Nobel	
16.	°/s 23	11	16	21	21	-0.864	+0.701	+0.748	+0.51	+0.161	+0.04 ± 0.162	+0.4 ± 1.46	0.47	+0.4°	Met	
17.	°/s 20	11	19	12	12	-1.05	-0.991	-1.298	-0.78	-0.108	+1.1 ± 0.360	+1.1 ± 3.10	0.0	+0.0°	Met	
18.	°/s 23	11	56	11	58	-0.858	+0.847	+0.878	+0.69	+0.094	+0.24 ± 0.048	+2.1 ± 0.42	5.68	+2.7°	Met	
19.	°/s 23	11	14	11	23	-0.850	+1.750	+1.819	+0.66	+0.117	+0.25 ± 0.878	+2.0 ± 3.18	0.10	+1.8°	Met	
20.	°/s 20	12	22	9	12	-0.896	+0.911	+1.177	+0.20	+0.004	+0.64 ± 0.892	+5.0 ± 2.76	0.18	+0.8°	Methode II	
21.	°/s 23	13	22	12	12	-0.870	+0.888	+0.878	+0.07	+0.235	+0.07 ± 0.160	-0.4 ± 1.10	0.7	+0.7°	Metgewicht, dicht	
22.	°/s 23	15	29	34	35	+1.155	+0.991	+0.871	+0.86	+0.044	+0.39 ± 0.096	+2.0 ± 0.68	2.52	+3.4°	Met	
23.	°/s 21	16	24	15	17	+1.427	+0.795	+1.954	+0.20	+0.23	+0.25 ± 0.216	+1.5 F	2.04	0.23	+0.3°	Met
24.	°/s 23	16	24	23	23	+0.535	+0.749	+0.744	+0.63	+0.121	+1.49 ± 0.147	+8.4 F	0.84	1.26	+1.8°	Methode II
25.	°/s 23	17	5	17	7	+0.639	+0.589	+0.546	+0.74	+0.161	+0.36 ± 0.204	+2.1 ± 0.94	1.04	+4.2°	Metriesel	
26.	°/s 20	21	22	5	21	+0.854	+0.470	+0.551	+0.82	+0.325	-0.15 ± 2.488	-0.6 ± 11.60	0.00	+4.0°	Nobel	

gängliche Verhältnisse und Form. Bei verschiedenen Gelegenheiten kann es vorkommen, dass  $r_1^{(1)}$  oder  $r_2^{(1)}$  zweimal gleichzeitig vorkommen müssen, wie z. B. in der Serie  $r_1^{(1)}, r_2^{(1)}, r_1^{(2)}, r_2^{(2)}, \dots$ , wo  $r_2^{(1)}$  sowohl in  $r_1^{(1)}$  als in  $r_2^{(2)}$  vorkommt. Die Mittelwerte werden wie in der Tabelle mit  $r_1$  und  $r_2$  bezeichnet.

$I_s^t Z = r^t - r^{t-1}$  und  $I^t = r_t - r_{t-1}$  so folgt

$$\frac{Z_i - \bar{Z}^*}{\sigma_{Z_i}} = \frac{r_{i1} - r^*}{\sigma_{r_{i1}}} = r_i - (r^*) = r_i \text{ で } \sigma_{Z_i} = \sigma_{r_i} - \sigma_{r^*}$$

Digitized by Google

$$\sum_{i=0}^{2j} \alpha_i = \sum_{i=0}^{2j} \beta_i + \sum_{i=0}^{2j} \gamma_i - 2 \sum_{i=0}^{2j} \delta_i$$

Wir d. dieser Ausdruck durch die Anzahl  $M$  dividiert  
die man nach entsprechender Vergrößerung erhalten hat, so

Entw. man entw. sol. h.  $\mathcal{A} = \mathcal{A}' + \mathcal{A}'' - 2 \mathcal{A}_{21}$  ist die

mittlere Abweichung des Unterschiedes von zwei aufeinander folgenden  $\mu$ -Werten und die mittlere Abweichung

von  $\sigma_1 - \sigma_2$  ist dann  $\frac{1}{\sqrt{A'}}$  =  $\varepsilon$ . Die  $\sigma_1$  u.  $\sigma_2$  schen

1. *Wortzettel* für *W*, *W* ist man nur *d* in *verdoppeln* an *W*, und *W*,  
zu *setzen* und *z* in *zwei* *zammen* zu *addieren* und *z* zu *zwei* *z* zu *addieren*.

$A^m$  zu dividieren.  $\frac{A^m}{A^m} = 1$  bezeichnet die Abhängigkeit.

zwischen  $r_1^{(0)}$  und  $r_2^{(0)}$  und wird als Korrelationskoeffizient  $q$  definiert. Da die Messungsfehler sehr klein sind und  $\sigma$  eine verschwindende Rolle spielen kann, kann  $q$  der Schwanungsgeschwindigkeit  $v$  entsprechen. Negative Werte von  $q$  bedeuten, so wie oben, eine negative Beziehung.

Außerdem ist auch ein Gewicht  $P$  ausgerechnet und ist so groß, wie es vom

lich durch  $\frac{1}{r_1}$ , wo  $\varepsilon$  in Prozent von  $r_1$  ausgedrückt ist,

definiert. Aus dieser Grösse ersieht man besser als aus den anderen Grössen durch wie viele Werte  $\sin \theta$  in  $\theta$  eintritt, ob es sich um eine Serie handelt, welche die Form einer Reihe hat, oder ob es sich um eine einzige, unendlich oft wiederkehrende Grösse handelt, welche die Form einer Periode hat.

1 Wenn  $r = f(t)$ , d. h. eine Funktion der Zeit ist, und  $F(t) = \int_a^t f(u) du$ ,  
 2 es ist  $F(t)$  ein Satz von  $t$ , d. h. ein

$$F'(t) = \frac{1}{2} \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \rightarrow 2a_1 a_2$$

Hier bedeutet *T* die Zeit zwischen zwei Messungen. Wenn man ein Koordinatenverstrker wahl in dem einen Momenten- ich lese eine Uhrzeit und die Bedeutung von *b* ist *die Zeit, in der ich diese Zeit mit meinem Satz en- niger.*

London, 1871. Mitteigt dieses mir, dann gewinnt dieses Gespräch  
viel die Hälfte seiner Grenze, und man kann diese sehr verständlich melden.

durchschnittliche Abweichung. Findet man dagegen eine durchschnittliche Abweichung des Unterschiedes zwischen  $r_1$  und  $r_2$ , die viel grösser als dieser ist, so kann bei wenigen Messungen die gute Übereinstimmung zufällig sein, denn in solchen Fällen würde oft, wie z. B. in Nr. 26, nur eine einzige Messung den Mittelwert des einen oder anderen  $r$  in merklichem Grade verändern können. Solche Messungsserien zeigen, wie übrigens auch andere, oft einen grossen Unterschied zwischen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ . Dieser Unterschied braucht indessen nicht auf eine verschiedene Genauigkeit in der Messung zu deuten. Es ist sehr wohl denkbar, dass die Messung eines Ringes zum grössten Teile auf Wellenbergen oder in Wellentälern der Grössenschwankungen und die Messung des anderen Ringes in grösserer Nähe des Schnittpunktes der Schwankungskurve mit der Mittelwertgeraden zu liegen kommt, wobei die Mittelwerte aus beiden Ringen natürlich gleich sein können.

In der Tabelle 4 trifft es nur dreimal ein, dass  $r_1 - r_2 > 3\sigma$ , und zwar bei Nr. 18, 22 und 24.

Zu bemerken ist, dass diese drei Serien und besonders Nr. 18 durch hohe Gewichte gekennzeichnet sind, was natürlich noch schärfer zeigt, dass die Abweichung kein Zufall ist. Wie aus der Untersuchung der Genauigkeit der Winkelmessung hervorgeht, ist man bei undeutlichen Ringen geneigt, zu klein zu messen, ohne dass der mittlere Fehler erhöht wird. Wenn ein Fehler von dieser Art vorläge, dürfte man einen negativen Unterschied erhalten und alle drei Serien weisen einen positiven Wert von  $r_1 - r_2$  auf. Hier müssen daher tiefere Gründe für diese Abweichung vorliegen.

Nr. 24 ist bemerkenswert. Alle Werte in der Tabelle beweisen zum Überfluss, dass die Abweichung die ganze Serie hindurch existiert. Eine vollständige Erklärung dieser Abweichung kann erst durch theoretische Überlegungen gegeben werden. Sie kann nicht durch etwaige optische Anomalien des »homogenen« Nebels von Tropfen dieser Grössenordnung erklärt werden, denn Nr. 23 zeigt eine gute Übereinstimmung. Ich neige zu der Vermutung, dass sie auf zwei wohl definierte, nicht sehr verschiedene Tropfengrössen im Nebel zurückzuführen ist, die gerade in einander übergehen. Eine solche Erklärung scheint beim Studium der Intensitätsverteilung im Beugungsbilde von zwei definierten Tropfengrössen recht wahrscheinlich. Die Tatsache, dass man eine Serie wie Nr. 24 über  $0^\circ$  erhalten hat, wird für Schlüsse über Messungen unter  $0^\circ$  von Bedeutung sein.

Während der Serie 18 fing es am Schlusse zu regnen an und die ganze Messungszeit hindurch war der Nebel nassend. Während der Serie 22 regnete es die ganze Zeit. Diese Tatsachen können den übrigens kleinen Unterschied in diesen Serien erklären. In beiden Fällen muss man, wie für die andere Anomalie angenommen wurde, verschiedene Tröpfchengrössen gehabt haben. In den letzten Fällen erfolgte vielleicht aus den erhaltenen Grössen ein schnelles Zusammenfliessen zur Regentropfengrösse. In dem ersten Falle habe ich, wie aus einer späteren Darlegung erhellen wird, Gründe zu der

Annahme, dass die Bildung der grossen Tropfen in anderer Weise, vielleicht ruhiger erfolgte.

Wird der Mittelwert von allen Unterschieden  $r_1 - r_2$  mit ihren Gewichten berechnet, so erhält man

$$\frac{r_1 - r_2}{r_1} = + 1.03 \pm 0.582 \text{ %}.$$

Der Unterschied dieses Mittelwertes von  $0^\circ$  muss als zufällig betrachtet werden. Werden dagegen die drei oben behandelten Werte ausgeschlossen, so erhält man

$$\frac{r_1 - r_2}{r_1} = + 0.05 \pm 0.224 \text{ %}.$$

Der Mittelwert der absoluten Beträge von  $r_1 - r_2$  ist im ersten Falle

$$\left| \frac{r_1 - r_2}{r_1} \right| = 1.57 \text{ %}$$

und im zweiten Falle

$$\left| \frac{r_1 - r_2}{r_1} \right| = 0.85 \text{ %}.$$

Alle diese Werte müssen als sehr gut betrachtet werden.

Wenn man sich fragt, ob die Messung von Kränzen ein gutes Mittel ist, um die Tropfengrösse im Nebel oder in einer Wolke zu ermitteln, muss man die beiden Mittelwerte aus sämtlichen Messungen in Betracht ziehen und nach diesen Ergebnissen die Frage mit Ja beantworten. Indessen zeigen drei Werte mit hohen Gewichten ausgeprägte Anomalien. Diese Anomalien sind nicht sehr gross, aber bedeutungsvoll. Der Unterschied zwischen  $r_1$  und  $r_2$  in Nr. 18 und 22 ist jedoch so klein, dass die Güte recht hohe Ansprüche auf Genauigkeit erfüllt. Bei Forderung nach grösserer Genauigkeit ist die Abweichung so gross, dass sie die Messung von Kränzen als Mittel zur Tropfenbestimmung etwas zweifelhaft erscheinen lässt, was in noch höherem Grade für Nr. 24 gilt. Sollte sich die Vermutung einer Inhomogenität des Nebels bei exakter Untersuchung als stichhaltig erweisen — spätere Ergebnisse sprechen dafür — so hätte man in der Messung von Kränzen ein Mittel, um den Umbildungszustand einer Wolke zu beurteilen. Ist dieses einmal festgelegt, so sind die letzten Mittelwerte in Betracht zu ziehen, wenn man eine Antwort auf obige Frage erhalten will. Das Ergebnis muss dann als ausgezeichnet betrachtet werden. Bei Messung von homogenem Nebel muss die Methode als sehr gut betrachtet werden, auch wenn die Kränze von Messung zu Messung sehr schnellen Grössenschwankungen unterworfen sind, sofern nur der Messende hinreichend an solche Messungen gewöhnt ist. In Anbetracht dessen, dass die Inhomogenität oder eventuelle andere Anomalien des Nebels relativ selten sind, was wohl darin seinen Grund hat, dass diese nur als Übergangszustände auftreten, ist es auch berechtigt in Übereinstimmung mit den Mittelwerten ganz generell zu behaupten, dass die Methode gut ist.

Im Gegensatze zu MECKE habe ich auch für  $7 \mu$  vollständige Übereinstimmung zwischen  $r_1$  und  $r_2$  erhalten. Die Serie Nr. 8 besitzt sogar das grösste vorkommende Gewicht und ist eine von den feinsten Serien, die ich

überhaupt in meinem Materiale habe. Bei  $3.75 \mu$  habe ich freilich nur einmal den zweiten Ring gemessen, aber da vollständige Übereinstimmung erhalten. Da der Kranz normal war, neige ich nicht dazu, die Übereinstimmung als zufällig zu betrachten.

Von meteorologischen Messungen der Tropfengrößen lag es nahe, einen Vergleich mit den Sommermessungen auf dem Ben Nevis anzustellen. Diese Messungen, die PERNTER verwertet<sup>1</sup> hat, zeigen indessen einen ausserordentlich grossen Unterschied zwischen  $r_1$  und  $r_2$ , der unmöglich dadurch erklärt werden kann, dass man hier die Mitte der roten Farbe gemessen hat; er lässt diese Messungen als exaktes Bild von der Tropfengrösse in der Nähe des Ben Nevis zweifelhaft erscheinen. Die Messungen von KÄMTZ sind viel besser, aber auch hier (Tabelle 5) findet man überwiegend grosse Unterschiede. Vielleicht ist dies darauf zurückzuführen, dass diese Messungen, wie es scheint, nicht Mittelwerte sind.

Tabelle 5.  
Messungen von Kämtz.

Dat.	$r_1$	$r_2$	$r_1 - r_2$	$\frac{r_1 - r_2}{r_1}$
19/2 1664 . . .	16.2	14.7	+ 1.50	+ 9.2 %
3/10 1792 . . .	27.2	26.1	+ 1.10	+ 4.0 %
25/10 1797 . . .	7.9	7.8	+ 0.1	+ 1.3 %
9/4 1832 . . .	8.3	8.6	- 0.3	- 3.6 %
12/9 1832 . . .	10.05	10.90	- 0.85	- 8.4 %
1/2 1833 . . .	12.10	12.25	- 0.15	- 1.2 %
3/2 1833 . . .	13.75	14.60	- 0.85	- 6.2 %
1/3 1833 . . .	10.15	10.75	- 0.60	- 5.9 %
9/7 1833 . . .	11.50	10.85	+ 0.65	+ 5.7 %
12/11 1834 . . .	8.75	8.55	+ 0.20	+ 2.5 %
10/11 1834 . . .	14.95	14.25	+ 0.70	+ 4.8 %

Man beachte, dass die Methoden 1 und 2 keine grössere Abweichung ergeben haben als die endgültige Methode. Weiterer Beachtung ist der Umstand wert, dass die Radien im Intervalle der Tabelle 5 gruppenweise geordnet sind, d. h. die Mittelwerte sammeln sich um gewisse Radien.

### Die Genauigkeit von Messungen der Wolkenelemente unter $0^\circ$ .

#### Allgemeines.

Unter  $0^\circ$  liegt die Sache etwas anders. Man ist nämlich hier nicht berechtigt, ohne Weiteres anzunehmen, dass sphärische Körperchen den Nebel bilden. Um die Genauigkeit der Messungen unter  $0^\circ$  zu beurteilen, ist es daher notwendig, zu untersuchen, ob der Nebel oder die Wolke aus flüssigem Wasser besteht.

Eine solche Untersuchung führte ich zuerst mikroskopisch aus. Schneekristalle, die bei Nebel fielen, Nebelfrostablagerungen in verschiedenen Entwicklungsstadien und die Nebelpartikelchen selbst wurden vom Herbst 1920 bis zum Januar 1922 untersucht. Die Schneekri-

<sup>1</sup> PERNTER-EXNER, Meteorologische Optik, 2. Auflage, Wien, u. Leipzig 1922.

stalle wurden auf einer Glasplatte gesammelt, die Nebelfrostablagerungen und Nebelpartikelchen auf feinen Dräthen von  $70 \mu$  und  $15 \mu$  im Diameter aufgefangen und unter das Mikroskop gebracht.<sup>1</sup> Das Mikroskop stand in einem Kellerzimmer. Die Dräthe wurden frei zwischen zwei Kupferstäbchen in Schwefel so angebracht, dass die Einrichtung mit den Händen leicht in der Luft exponiert werden konnte und auch frei unter dem Mikroskope stand.

Okuläre Untersuchungen wurden in grossen Mengen vorgenommen. Daneben wurden mikrophotographische Aufnahmen bei verschiedenen Gelegenheiten gemacht. Die folgende Tabelle 6 zeigt die zeitliche Verteilung dieser Aufnahmen.

Tabelle 6.

Jahr	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Okt.	Nov.	Dez.	Summe
1920 . . .		15	14	52	5	4	7	55	41 103
1921 . . .		15	14	52	5	4	1	55	12 103
1922 . . .		16	—	—	—	—	—	—	16
	Summe	31	14	52	5	4	8	55	53 222

Bezüglich der Nebelhäufigkeit beim Haldde-Observatorium wird auf das Jahrbuch des Norwegischen Meteorologischen Instituts hingewiesen.

Seit langem herrscht die Ansicht, dass Nebelfrostbildungen durch das Gefrieren von unterkühlten Wassertröpfchen beim Anprallen an Gegenstände zustandekommen. Eine solche Ansicht lag sehr nahe, da ASSMANN unter  $0^\circ$  im Mikroskop gesehen hatte,<sup>2</sup> wie Tröpfchen sich bei der Bildung von Rauhfrost absetzten. Weiter hatte er bis  $-14^\circ$  in diesen Gebilden niemals Kristalle gesehen. Wenn man auf diese einzelnen Beobachtungen bauen wollte, wäre man also berechtigt anzunehmen, dass Nebel, der von  $0^\circ$  bis  $-14^\circ$  Nebelfrost ablagert, wenigstens grosse Mengen von Wassertröpfchen enthält, wenn er nicht ganz aus Wassertröpfchen besteht. Da es eine sehr seltene Ausnahme ist, dass Nebel unter  $0^\circ$  in den skandinavischen Gebirgen nicht Nebelfrost ablagert, wäre man auch berechtigt, zu schliessen, dass hier in allen Nebeln bis zu der erwähnten Temperatur grosse Mengen von Wassertröpfchen vorkommen. Obgleich die obige Ansicht von Nebelfrostbildung unter  $-14^\circ$  in der meteorologischen Literatur allgemein angenommen zu sein scheint und in der physikalischen Literatur (WINKELMANN, Handbuch B. 3, S. 772), freilich etwas zögernd, aufgenommen war, wagte ich nicht aus den Untersuchungen Assmanns diese Schlüsse zu ziehen. Weiter sagten diese Untersuchungen nichts Bestimmtes über die Verhältnisse unter  $-14^\circ$ . Wenn diese Untersuchungen hinreichend wären, würde eine statistische Angabe von Nebelhäufigkeit und Nebelfrost hinreichend sein um beurteilen zu können, ob der Nebel in den Gebirgen von  $0^\circ$  bis  $-14^\circ$  Wassertröpfchen enthält.

<sup>1</sup> Über die Methoden der photographischen Aufnahmen, siehe Näheres in H. KÖHLER, Zur Kondensation des Wasserdampfes in der Atmosphäre II. Mitteilung, Geol. Publ. Vol. II, No. 6, Kristiania 1921.

<sup>2</sup> Mikroskopische Beobachtungen der Struktur des Reifs, Rauhreifs und Schnees, Met. Zeitschr. Bd. 6, 1889.

EKHOLM hatte schon 1888,<sup>1</sup> durch seinem Nachweis, dass ein eisbekleidetes Thermometer höher als ein trockenes zeigen konnte, tatsächlich dargetan, dass auch unter 0° in der Luft flüssiges Wasser vorkommt. Indessen machte die Hypothese der »Übersättigung« einen solchen Schluss zweifelhaft. Tatsache ist, dass unter 0° im Nebel auf den Gebirgen Übersättigung in Bezug auf Eis herrscht. Dies kommt auch oft bei niedriger Temperatur und klarem Himmel vor. Stünde nicht die Hypothese der »Übersättigung« im Wege, so wäre es also hinreichend, eine statistische Angabe der Dampfspannung im Nebel zu machen, um die Existenz von flüssigem Wasser im Winternebel auf den Gebirgen nachzuweisen. Ich werde später Gelegenheit finden, die Übersättigungshypothese zu besprechen.

#### Mikroskopische Untersuchungen.

**Schnee.** Schneesterne, die durch einen Nebel von Eiskristallen fallen dürften kaum eine andere Veränderung erfahren als die, dass sie wachsen. Besteht der Nebel dagegen aus Tröpfchen, so sind auch andere Veränderungen sehr wahrscheinlich, weil die Sterne — oder Stäbchen nicht umhin können, mit diesen Tröpfchen in Berührung zu kommen. Trifft der Kristall Tröpfchen, so ist es wahrscheinlich, dass sie sich auf seiner Oberfläche niederschlagen. Es ist auch wahrscheinlich, dass der Kristall beim Auftreffen vieler Tröpfchen teilweise zu schmelzen beginnen wird. In der Tat war ich schon früher beim Studium der Nebelfrostablagerungen zu der Ansicht gelangt, dass Schneekristalle, die durch nebelfrostablagernden Nebel fallen, ebenso wie andere feste Gegenstände auf ihren Oberfläche Nebelfrost aufweisen dürften. Makroskopisch wurde dann konstatiert, dass Sterne, die bei Nebelfrostwetter fielen, auf den ebenen Oberflächen warzige, nebelfrostähnliche Gebilde aufwiesen. Diese Gebilde wurden nun mikroskopisch untersucht.

Es zeigte sich, dass diese Kristalle mit Tröpfchen besetzt waren. An jedem Nebeltage im erwähnten Zeitintervalle konstatierte ich, dass sämtliche Kristalle, die ich sammelte, mit Tröpfchen besetzt waren. Auch die Sterne, welche für das blosse Auge scheinbar frei von Ablagerungen waren, zeigten, mikroskopisch betrachtet, grössere oder kleinere Mengen von Tröpfchen. Die Sterne dagegen, deren Oberfläche makroskopisch sehr warzig aussah, waren wegen der grossen Tiefe dieser Gebilde im Mikroskope schwierig zu studieren. Sie sahen auch teilweise geschmolzen aus. Indessen gab es unzählige Übergänge.

Fig. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in den Tafeln zeigen Eiskristalle, die mit Tröpfchen im Nebel kollidiert sind. Sie sind beziehungsweise bei  $t = -14.0^\circ$ ,  $-18.6^\circ$ ,  $-8.4^\circ$ ,  $-4.2^\circ$ ,  $-9.8^\circ$ ,  $-14.0^\circ$  und  $-7.3^\circ$  aufgenommen und zeigen Tröpfchen, die sich in verschiedenen Mengen abgesetzt haben.

Aus dieser Darlegung folgt, dass im Nebel unter 0° nicht nur einzelne, sondern recht bedeutende Mengen von Tröpfchen vorkommen.

<sup>2</sup> EKHOLM, Undersökningar i hygrometri, Akad. Afh. Uppsala 1888.

**Nebelfrost.** Der Draht wurde kürzere oder längere Zeit im Nebel exponiert und unter das Mikroskop gebracht. Die Figuren 10; 11; 12; 13 (Tafel) zeigen die Entwicklungsgeschichte des Nebelfrostes bei  $-4.2^\circ$ . Zuerst setzen sich einzelne Tröpfchen ab, die nach fortgesetzter Ablagerung zusammenfließen und schliesslich die Eisschichte der Figuren 12 u. 13 bilden. Mit blossem Auge sieht diese Schichte weiss aus und bildet, in grossen Mengen abgesetzt, die Ablagerungen, die passend Rauhfrost genannt werden. Solche Rauhfrostbildungen können wenigstens bis zu  $-28^\circ$  abgelagert werden.

Es dauerte sehr lange, bis es mir gelang, gegückte Aufnahmen von den zuerst abgesetzten Tröpfchen zu erhalten. Endlich, nachdem ich mir ein neues Mikroskop angeschafft hatte, und beim Gebrauch von Perutz' Teleplatten, »grüne Etikette«, gelang es mir, die kleinen Tröpfchen auf die Platte zu bekommen. Früher erschien nur der Draht. Die Tröpfchen waren verdunstet. Daher ist die Auswahl von solchen Aufnahmen nicht gross, zumal ich mich bald darauf gezwungen sah diese Untersuchungen abzuschliessen, um den optischen Messungen grössere Aufmerksamkeit widmen zu können. Die Minimumtemperatur, bei der diese Tröpfchen aufgenommen wurden, beträgt nur  $-9.0^\circ$  (Figur 14, Tafel).

Die Nebelfrostgebilde sind natürlich niemals amorph, sondern werden gleich beim Gefrieren der Tröpfchen kristallinisch, was man auch auf den Figuren 12, 13 (Tafel) sehen kann.

Einen Art von Nebelfrost, der seinem Aussehen nach deutlich kristallinisch ist, nennt man, wie bekannt, Rauhreif. In diesem findet man auch mikroskopisch sehr schöne Kristalle. Es lag daher sehr nahe anzunehmen, dass diese Gebilde ein Sublimationsprodukt sind. Ein solcher Schluss ist indessen nicht ohne Weiteres zulässig.

Fig. 15 (Tafel) zeigt eine mikroskopische Aufnahme einer beginnenden Rauhreifablagerung in dichtem Nebel am 16. Februar 1921 bei  $t = -18.6^\circ$ . Dass auch da Tröpfchen in der Atmosphäre vorhanden waren, zeigt die Fig. 4 (Tafel), die bei derselben Gelegenheit photographiert wurde. Dass auch Tröpfchen an der Bildung teilnahmen, scheint die Figur 16 (Tafel) zu zeigen, die aus einer Aufnahme von losgelöstem Rauhreif stammt. Man sieht hier die perlchnurähnlichen Gebilde, die schon ASSMANN beobachtet hat. Weiter machen die Kristalle der Figur 15 (Tafel) den Eindruck, als ob sie einer amorphen Masse entstammt. Dies scheint mir darauf hinzudeuten, dass das Gebilde durch abgesetzte Tröpfchen entstanden ist, die nach dem Absetzen bei der niedrigen Temperatur schnell kristallisierten.

Bei sehr schwachem Nebel und vollkommener Windstille bei  $-5.0^\circ$  am 24. Nov. 1920 ist die Figur 17 (Tafel) aufgenommen. Man sieht hier eine Menge von eigentümlichen Kristallen, aber auch Tröpfchen, die teilweise an den Kristallen abgesetzt sind. Man kann also auch bei dieser relativ hohen Temperatur Rauhreif erhalten, doch waren Tröpfchen vorhanden.

Es erscheint mir hier zum vollständigen Verständnis

dieser Darlegung, notwendig die Ablagerung des Nebelfrostes ein wenig näher zu besprechen. Wir machen die Annahme, dass Tröpfchen bei  $-5.0^{\circ}$  Nebel bilden und die Luft in Bezug auf Wasser gesättigt ist. Der Dampfdruck ist dann 3.158 mm. Die Dampfspannung über Eis bei dieser Temperatur beträgt 3.009 mm. Es existiert also Übersättigung in Bezug auf Eis. Der Wasserüberschuss im Dampf beträgt 0.161 gr per kbm. Wir nehmen weiter an, dass der Nebel 2 gr kondensiertes Wasser per Kubikmeter enthält. Dies ist eine bescheidene Annahme, da viel mehr vorkommen kann. Ein Gegenstand, an welchem ein Kubikmeter Luft vorüberweht, muss von 2 gr fliessendem Wasser getroffen und gleichzeitig von auf Eis sublimierbarem Dampf in einer Menge von 0.161 appr.

$$= \frac{1}{12} \cdot 2 \text{ gr umspült werden. Ist die Windgeschwindigkeit}$$

gross, so wird die Oberflächeneinheit eines Gegenstandes in der Zeiteinheit von 12 mal mehr fliessendem Wasser als von sublimierbarem Dampf getroffen. Es zeigt sich aus meinen Aufnahmen, dass dieses Wasser beim Anprallen nicht augenblicklich zu Kristallen gefriert. Ist die Geschwindigkeit der Ablagerung, also die Windgeschwindigkeit hinreichend gross, so ist es unmöglich, dass eine Sublimation stattfinden kann. Dies ist der gewöhnliche Verlauf der Rauhfrostbildung. Wird die Windgeschwindigkeit kleiner, so treffen in der Zeiteinheit eine immer kleinere Anzahl von Tröpfchen den Gegenstand und es muss eine grösste Windgeschwindigkeit geben, bei der jedes Tröpfchen gefriert, bevor das nächste zugeführt wird. Man muss dann unbedingt Sublimation erhalten. Die Ablagerung wird auch dem Aussehen nach kristallinisch. Die Geschwindigkeit, mit der ein Tröpfchen gefriert, ist natürlich von der Temperatur abhängig, daneben aber auch von anderen Faktoren, die ich früher<sup>1</sup> angedeutet habe, aber noch nicht im Stande bin, vollständig klarzulegen, da sie sich als sehr kompliziert erwiesen haben. Bevor diese Faktoren nicht, und zwar am besten im Laboratorium erforscht sind, kann eine rechnerische Entwicklung nicht ausgeführt werden. Aus dieser Darlegung folgt, dass eine rein kristallinische Bildung in keiner Weise beweist, dass Tröpfchen nicht vorhanden sind. Kristallbildungen ohne Spuren von Tröpfchen habe ich, wenn der Nebel vollständig oder wenigstens zum grössten Teile aufgelöst war, nur bei sehr starkem Schneefall gefunden, Fig. 18 (Tafel). Diese Darlegung scheint mir die Kristallbildungen in Fig. 17 (Tafel) zu erklären.

Bei niedriger Temperatur  $-19.6^{\circ}$  gelang es mir einmal, gleichzeitig einen Kranz zu messen und aus demselben Nebel seine Elemente aufzufangen und mikroskopisch zu untersuchen. Eine zerrissene dünne Nebelpartie trieb über das Observatorium und zeigte Kränze um den Mond. Die sehr schnelle Messung des ersten Ringes gab  $r = 3.51 \mu$  und im Mikroskope fand ich auf dem Drathe gleichzeitig abgelagerte Tröpfchen mit einem Radius, der gleich  $3.85 \mu$  war. Es unterliegt keinem

Zweifel, dass ich diesesmal in beiden Fällen dieselben Arten von Partikelchen gemessen habe. Später trieben andere Partien über das Observatorium und Rauhreif wurde abgelagert. Die Figur 19 (Tafel) zeigt eine Aufnahme dieses Rauhreifes. Man sieht auch hier deutliche Kristalle, aber auch Gebilde, die an zusammengekittete Tröpfchen erinnern.

Die hier gegebenen Beispiele habe ich als Typen zu wählen versucht. Bei allen kann man Tröpfchen finden. Ich kann daher mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit behaupten, dass die Nebel, die entweder Rauhfrost oder Rauhreif ablagern, Tröpfchen enthalten.

Fig. 20 (Tafel) zeigt eine Ablagerung von Rauheis. Sie ist der Fig. 14 (Tafel) sehr ähnlich, sieht aber im Gegensatz zu dieser in grossen Ablagerungen wie reines, wasserklares Eis aus. Meinen Aufzeichnungen bei dieser Gelegenheit entnehme ich Folgendes. »Beim Westwinde wurde um Mitternacht Rauheis abgelagert. Es fiel auch Schnee mit Tröpfchen, die photographiert wurden. Ich versuchte bis 3 Uhr Morgens, eine Aufnahme von Schneesternen zu machen, die grosse Mengen von Ablagerungen zeigten, dies war aber unmöglich, da sie schmolzen. In dessen zeigte es sich, dass sie mit grossen Mengen scheinbar amorphen Eises besetzt waren, und es sah aus, als ob die Kristallstruktur teilweise aufgelöst wäre.« Solche Phänomene sind sehr gewöhnlich.

Dass Rauheis von Tröpfchen gebildet wird, kann wohl in Anbetracht der vorhergehenden Darlegung kaum bezweifelt werden. Es erscheint mir also schliesslich berechtigt, anzunehmen, dass bei der Bildung von Nebelfrost, zwar sowohl Rauheis als Rauhfrost und Rauhreif, immer Tröpfchen teilnehmen und dass, wenn solche Ablagerungen auftreten, Tröpfchen im Nebel vorhanden sind.

In meiner Arbeit »Studien über die Nebelfrostablagerungen auf dem Pärtetjäkko« findet man am Schlusse Tabellen, aus denen unter anderem die Nebelfrosthäufigkeit im Zeitintervalle 1. Juli 1915 bis 30. Juni 1916 bis zu  $-28.0^{\circ}$  hervorgeht. Diese stellen auch sehr nahe die Nebelhäufigkeit dar (S. 2 l. c.). Man findet auch Kurven, die die absolute Feuchtigkeit angeben. Diese Feuchtigkeit ist wahrscheinlich etwas zu niedrig (S. 16 l. c.). Dessen ungeachtet sieht man da, dass im Nebel mit sehr wenigen Ausnahmen auch Übersättigung in Bezug auf Eis vorlag. Hier auf dem Hälde gilt dasselbe. Hiermit glaube ich gezeigt zu haben, dass — wenigstens über dem skandinavischen Alpenland — Nebel bis  $-28^{\circ}$  immer Tröpfchen enthalten.

Dass der Nebel zum grössten Teile aus Tröpfchen besteht, folgt hieraus nicht ohne Weiteres. Es ist eine Tatsache, dass ausser Tröpfchen auch Kristalle vorkommen. Dies wurde durch viele Beobachtungen konstatiert und folgt schon aus den beschriebenen tröpfchenbesetzten Kristallen. Es kommt daneben auch vor, dass auf dem Drahte neben Tröpfchen auch einzelne Kristalle auftreten. Figur 21 (Tafel) zeigt eine Aufnahme eines solchen Auftretens bei  $t = -6.6^{\circ}$ . Man sieht hier Tröpfchen auf dem Drahte, aber daneben auch zwei deutliche Tröpfchen, die sich auf dem Kristalle abgesetzt haben.

<sup>1</sup> H. KÖHLER: Zur Kondens. des Wasserd. u. s. w. Seite 52 l. c.

Tabelle 7.

Nr.	Dat.	$r_1$	$A_1$	$r_2$	$A_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$A$	$q$	$r_1 - r_2$	$\frac{100(r_1 - r_2)}{r_1}$	$P$	$t$	Anmerkungen.	
1.	24/11-23	3.885	7	4.220	5	$\pm 0.507$	$\pm 0.299$	$\pm 0.427$	$+ 0.54$	$\pm 0.276$	$- 0.335 \pm 0.1615$	$- 8.6 \pm 4.15$	0.06	- 13.1°	○ Dünner Nebel. Aureole grün.
2.	2/4-23	4.808	7	4.570	4	$\pm 0.308$	$\pm 0.332$	$\pm 0.185$	$+ 0.830 \pm 0.123$	$+ 0.238 \pm 0.0700$	$+ 5.0 \pm 1.46$	0.47	- 2.8°	○ Scheinwerfer ohne Blender. Ungewöhnlich dichter Nebel.	
3.	20/11-23	4.989	48	5.128	37	$\pm 0.394$	$\pm 0.279$	$\pm 0.320$	$+ 0.58$	$\pm 0.094$	$- 0.139 \pm 0.0457$	$- 2.8 \pm 0.92$	1.18	- 17.2°	* Scheinwerfer.
4.	12/3-23	5.372	1	5.656	1	-	-	-	-	-	- 0.284	-	-	- 10.7°	○ Altocumulus.
5.	15/3-23	5.390	2	5.480	1	$\pm 0.450$	$\pm 0.000$	$\pm 0.450$	$\pm 0.00$	$\pm 0.106$	$- 0.096 \pm 0.3190$	$- 1.8 \pm 5.92$	0.03	- 3.5°	○ Scheinwerfer ohne Schirm.
6.	19/11-23	5.589	18	5.807	13	$\pm 0.246$	$\pm 0.272$	$\pm 0.281$	$+ 0.49$	$\pm 0.180$	$- 0.218 \pm 0.0663$	$- 3.9 \pm 1.19$	0.70	- 14.1°	○ Treibender Nebel.
7.	8/9-23	5.850	23	6.148	15	$\pm 0.412$	$\pm 0.394$	$\pm 0.305$	$+ 0.72$	$\pm 0.101$	$- 0.298 \pm 0.0636$	$- 5.1 \pm 1.09$	0.84	- 1.0°	○ Scheinwerfer. Graupel.
8.	4/11-22	6.061	3	6.500	3	$\pm 0.733$	$\pm 0.699$	$\pm 0.069$	$+ 1.00$	$\pm 0.000$	$- 0.439 \pm 0.0401$	$- 7.2 \pm 0.66$	2.27	- 5.6°	○ Al-cm.
9.	14/2-22	6.122	2	5.970	2	$\pm 0.150$	$\pm 0.130$	$\pm 0.020$	$+ 1.00$	$\pm 0.000$	$+ 0.152 \pm 0.0410$	$+ 2.5 \pm 0.67$	2.22	- 7.9°	○ Scheinwerfer. Methode II. Grosse Schwankung.
10.	12/3-22	6.255	1	6.377	1	-	-	-	-	-	- 0.122	- 1.9	-	- 10.7°	○ Treibender Nebel, der sich allmählich auflöste.
11.	11/4-22	6.643	2	6.657	2	$\pm 0.090$	$\pm 0.060$	$\pm 0.030$	$+ 1.00$	$\pm 0.000$	$- 0.014 \pm 0.0213$	$- 0.2 \pm 0.32$	10.00	- 10.0°	○ Schnell treibender Stratus. Grosse Schwankung.
12.	2/2-23	6.737	5	7.023	5	$\pm 0.478$	$\pm 0.656$	$\pm 0.356$	$+ 0.85$	$\pm 0.126$	$- 0.286 \pm 0.1590$	$- 4.2 \pm 2.36$	0.18	- 14.4°	○ Treibender Nebel. Zuvcilen undeutliche Ringe.
13.	20/11-23	6.773	4	6.729	4	$\pm 0.310$	$\pm 0.399$	$\pm 0.144$	$+ 0.95$	$\pm 0.052$	$+ 0.044 \pm 0.0718$	$+ 0.6 \pm 1.06$	0.89	- 15.2°	○ Scheinwerfer.
14.	26/11-23	6.908	70	6.934	60	$\pm 0.378$	$\pm 0.428$	$\pm 0.203$	$+ 0.75$	$\pm 0.053$	$- 0.026 \pm 0.0245$	$- 0.4 \pm 0.35$	8.13	- 9.0°	*
15.	2/12-21	6.970	10	6.970	8	$\pm 0.845$	$\pm 0.917$	$\pm 0.265$	$+ 0.95$	$\pm 0.030$	$+ 0.000 \pm 0.0838$	$+ 0.0 \pm 1.20$	0.69	- 9.5°	○ Scheinwerfer, dünner Nebel.
16.	24/1-22	7.295	4	7.252	2	$\pm 0.250$	$\pm 0.650$	$\pm 0.400$	$+ 1.00$	$\pm 0.000$	$+ 0.043 \pm 0.2000$	$+ 0.6 \pm 2.73$	0.13	- 2.9°	○ Fractostratus.
17.	21/11-21	7.346	9	7.286	10	$\pm 1.130$	$\pm 1.083$	$\pm 0.211$	$+ 0.99$	$\pm 0.006$	$+ 0.060 \pm 0.0669$	$+ 0.8 \pm 0.91$	1.20	- 4.3°	○ Scheinwerfer, dichter Nebel.
18.	23/12-21	7.438	8	7.300	6	$\pm 0.287$	$\pm 0.134$	$\pm 0.277$	$+ 0.30$	$\pm 0.321$	$+ 0.138 \pm 0.0979$	$+ 1.9 \pm 1.32$	0.58	- 15.0°	○ und Scheinwerfer, Graupel.
19.	16/2-21	7.450	2	7.635	2	$\pm 0.230$	$\pm 0.210$	$\pm 0.020$	$+ 1.00$	$\pm 0.000$	$- 0.185 \pm 0.0140$	$- 2.5 \pm 0.19$	25.00	- 18.6°	○ Scheinwerfer, sehr klare Ringe Methode I.
20.	15/11-20	7.533	4	7.550	2	$\pm 2.016$	$\pm 1.770$	$\pm 0.472$	$+ 0.98$	$\pm 0.020$	$- 0.017 \pm 0.2360$	$- 0.2 \pm 3.15$	0.10	- 6.6°	○ Scheinwerfer.
21.	24/1-22	7.606	9	7.625	7	$\pm 0.793$	$\pm 0.685$	$\pm 0.287$	$+ 0.94$	$\pm 0.036$	$- 0.019 \pm 0.0957$	$- 0.3 \pm 1.26$	0.63	- 2.9°	○ An der Grenzen treibender Nebel.
22.	5/9-23	7.623	29	7.960	26	$\pm 0.439$	$\pm 0.416$	$\pm 0.456$	$+ 0.43$	$\pm 0.149$	$- 0.328 \pm 0.0832$	$- 4.3 \pm 1.09$	0.84	- 2.0°	○ Scheinwerfer, Methode I.
23.	10/10-23	7.652	9	7.695	7	$\pm 0.631$	$\pm 0.461$	$\pm 0.318$	$+ 0.87$	$\pm 0.182$	$- 0.043 \pm 0.1045$	$- 0.6 \pm 1.37$	0.53	- 3.1°	○ Treibender Nebel. Einige Partien ohne Kränze.
24.	18/9-20	7.720	8	7.581	9	$\pm 0.780$	$\pm 0.842$	$\pm 0.515$	$+ 0.79$	$\pm 0.120$	$+ 0.139 \pm 0.1716$	$+ 1.8 \pm 2.22$	0.20	- 3.5°	○ Scheinwerfer.
25.	11/11-23	7.822	28	7.976	22	$\pm 0.535$	$\pm 0.592$	$\pm 0.351$	$+ 0.83$	$\pm 0.089$	$- 0.154 \pm 0.0652$	$- 2.0 \pm 0.83$	1.45	- 12.6°	○ Scheinwerfer, sehr klare Ringe Methode I.
26.	19/3-21	7.840	3	7.680	3	$\pm 0.859$	$\pm 0.177$	$\pm 0.688$	$+ 0.97$	$\pm 0.030$	$+ 0.160 \pm 0.3973$	$+ 2.1 \pm 5.07$	0.04	- 6.8°	○ Treibender Nebel Methode II.
27.	3/11-23	8.008	33	8.244	21	$\pm 0.525$	$\pm 0.552$	$\pm 0.355$	$+ 0.81$	$\pm 0.060$	$- 0.236 \pm 0.0619$	$- 2.9 \pm 0.77$	1.69	- 5.5°	○ Scheinwerfer, Ring 2 undeutlich.
28.	3/2-23	8.026	7	8.051	4	$\pm 0.215$	$\pm 0.215$	$\pm 0.348$	$+ 0.29$	$\pm 0.319$	$- 0.025 \pm 0.1314$	$- 0.3 \pm 1.64$	0.37	- 14.4°	○ Stratocumulus, Ring 2 zuweilen undeutlich.
29.	28/11-22	8.309	4	8.350	3	$\pm 0.276$	$\pm 0.089$	$\pm 0.281$	$- 0.00$	$\pm 0.500$	$- 0.041 \pm 0.1415$	$- 0.5 \pm 1.70$	0.35	- 10.6°	○ Altocumulus. Aureole zuerst weiss dann grün.
30.	21/11-23	8.310	51	8.425	39	$\pm 0.723$	$\pm 0.696$	$\pm 0.587$	$+ 0.70$	$\pm 0.072$	$- 0.115 \pm 0.0820$	$- 1.4 \pm 0.99$	1.02	- 12.6°	○ Scheinwerfer. Ringe zuweilen undeutlich.
31.	1/3-22	8.330	2	8.594	1	$\pm 1.080$	$\pm 0.000$	$\pm 1.080$	$+ 0.00$	$\pm 0.707$	$- 0.294 \pm 0.7640$	$- 3.5 \pm 9.17$	0.12	- 11.8°	○ Scheinwerfer Dünner Nebel.
32.	17/3-23	8.364	5	8.138	4	$\pm 0.525$	$\pm 0.347$	$\pm 0.397$	$+ 0.39$	$\pm 0.377$	$+ 0.226 \pm 0.1777$	$+ 2.7 \pm 2.13$	0.10	- 6.9°	○ ohne Schirm
33.	12/3-22	8.400	1	8.361	1	-	-	-	-	-	$+ 0.039$	-	-	- 10.6°	○ Altocumulus.
34.	15/3-23	8.478	2	7.702	3	$\pm 0.040$	$\pm 0.059$	$\pm 0.091$	$- 0.68$	$\pm 0.312$	$+ 0.776 \pm 0.0525$	$+ 8.8 \pm 0.62$	2.63	- 2.0°	○ Scheinwerfer ohne Schirm.
35.	1/3-23	8.500	1	8.308	1	-	-	-	-	-	$+ 0.192$	-	-	- 2.6°	○ Sehr undeutl. Ringe.
36.	27/2-23	8.675	26	8.832	17	$\pm 0.791$	$\pm 0.716$	$\pm 0.511$	$+ 0.80$	$\pm 0.098$	$- 0.157 \pm 0.0983$	$- 1.8 \pm 1.13$	0.78	- 12.6°	○ und Scheinwerfer.
37.	18/12-21	8.784	9	8.968	8	$\pm 0.214$	$\pm 0.286$	$\pm 0.128$	$+ 0.83$	$\pm 0.098$	$- 0.184 \pm 0.0405$	$- 2.1 \pm 0.46$	4.76	- 8.0°	○ Scheinwerfer.
38.	2/2-23	8.890	6	9.066	6	$\pm 0.508$	$\pm 0.489$	$\pm 0.200$	$+ 0.92$	$\pm 0.063$	$- 0.176 \pm 0.0816$	$- 2.0 \pm 0.92$	1.18	- 14.4°	○ Stratus.
39.	21/10-21	8.906	15	8.789	10	$\pm 0.721$	$\pm 0.478$	$\pm 0.553$	$+ 0.63$	$\pm 0.155$	$+ 0.117 \pm 0.1428$	$+ 1.3 \pm 1.60$	0.39	- 9.1°	○ Scheinwerfer Methode II.
40.	7/9-23	8.912	43	9.146	32	$\pm 0.340$	$\pm 0.217$	$\pm 0.365$	$+ 0.17$	$\pm 0.150$	$- 0.234 \pm 0.0551$	$- 2.6 \pm 0.62$	2.63	- 0.2°	○ Scheinwerfer, Ring 2 deutl. als Ring 1.
41.	17/2-21	9.005	1	8.935	1	-	-	-	-	-	$+ 0.070$	$+ 0.8$	-	- 17.3°	○ Methode II.
42.	2/2-23	9.211	8	9.043	7	$\pm 0.462$	$\pm 0.535$	$\pm 0.168$	$+ 0.94$	$\pm 0.038$	$+ 0.168 \pm 0.0592$	$+ 1.8 \pm 0.64$	2.44	- 14.4°	○ Treibender Stratus.
43.	21/10-23	9.278	2	9.291	2	$\pm 0.610$	$\pm 0.530$	$\pm 0.080$	$+ 1.00$	$\pm 0.000$	$- 0.018 \pm 0.0565$	$- 0.1 \pm 0.61$	2.70	- 2.8°	○ Alto-cumulus.
44.	21/2-23	9.337	19	9.291	16	$\pm 1.958$	$\pm 1.709$	$\pm 0.704$	$+ 0.96$	$\pm 0.018$	$+ 0.046 \pm 0.1580$	$+ 0.5 \pm 1.67$	0.36	- 6.4°	○ Scheinwerfer. Kranz zuweilen undeutlich. Nicht sicher.
45.	17/12-21	9.410	5	9.348	6	$\pm 1.286$	$\pm 1.277$	$\pm 0.500$	$+ 0.92$	$\pm 0.060$	$+ 0.062 \pm 0.2042$	$+ 0.7 \pm 2.17$	0.21	- 15.0°	○ Scheinwerfer.
46.	22/11-23	9.566	34	9.730	22	$\pm 2.987$	$\pm 2.817$	$\pm 1.505$	$+ 0.37$	$\pm 0.042$	$- 0.164 \pm 0.2581$	$- 1.7 \pm 2.70$	0.14	- 12.6°	○ Stratocumulus.
47.	17/1-23	9.697	3	9.740	2	$\pm 0.178$	$\pm 0.170$	$\pm 0.288$	$- 0.37$	$\pm 0.479$	$- 0.043 \pm 0.1655$	$- 0.4 \pm 1.70$	0.35	- 17.0°	○ Scheinwerfer, starker Wind ins Gesicht.
48.	21/11-23	9.729	44	9.827	37	$\pm 0.390$	$\pm 0.376$	$\pm 0.373$	$+ 0.51$	$\pm 0.111$	$- 0.098 \pm 0.0562$	$- 1.0 \pm 0.58$	2.94	- 12.4°	○ Scheinwerfer.</

Nr.	Dat.	$r_1$	$A_1$	$r_2$	$A_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$A$	$q$	$r_1 - r_2$	$\frac{100(r_1 - r_2)}{r_1}$	$P$	$t$	Anmerkungen.
60.	25/2 -23	10.92	1	11.28	1	—	—	—	—	-0.36	-3.3	—	-12.7°	Stratus.
61.	2/11 -23	11.05	55	11.25	48	$\pm 0.377$	$\pm 0.419$	$\pm 0.346$	$+0.63 \pm 0.081$	$-0.20 \pm 0.046$	$-1.8 \pm 0.41$	5.88	-4.4°	Scheinwerfer, dichter Nebel, Ring 2 undeutlich.
62.	12/10 -23	11.25	3	11.25	3	$\pm 0.151$	$\pm 0.150$	$\pm 0.123$	$+0.77 \pm 0.235$	$\pm 0.00 \pm 0.071$	$\pm 0.0 \pm 0.63$	2.52	+0.3°	Scheinwerfer, dichter Nebel, Ring 2 zuweilen und.
63.	21/10 -23	11.28	13	11.28	14	$\pm 0.893$	$\pm 0.557$	$\pm 0.052$	$+0.80 \pm 0.095$	$\pm 0.00 \pm 0.148$	$\pm 0.0 \pm 1.31$	0.58	-2.8°	○ Treibender Nebel.
64.	4/11 -23	11.34	37	11.55	43	$\pm 0.436$	$\pm 0.309$	$\pm 0.426$	$+0.34 \pm 0.137$	$-0.21 \pm 0.064$	$-1.9 \pm 0.57$	3.13	-5.5°	Scheinwerfer ×, klare Ringe.
65.	20/10 -23	11.60	16	11.92	17	$\pm 0.495$	$\pm 0.301$	$\pm 0.522$	$+0.13 \pm 0.303$	$-0.32 \pm 0.161$	$-2.8 \pm 1.39$	0.52	-5.3°	Scheinwerfer.
66.	19/10 -21	11.77	2	11.66	1	$\pm 0.970$	$\pm 0.000$	$\pm 0.976$	$+0.00 \pm 0.707$	$+0.11 \pm 0.686$	$+0.9 \pm 5.82$	0.03	-85°	○ Aureole grün, Methode II, Nebel.
67.	26/9 -21	11.79	26	11.56	18	$\pm 0.786$	$\pm 0.917$	$\pm 0.858$	$\pm 0.49 \pm 0.151$	$+0.23 \pm 0.171$	$+1.9 \pm 1.45$	0.48	-4.2°	Scheinwerfer, Methode II.
68.	13/1 -22	12.03	17	11.64	14	$\pm 0.987$	$\pm 0.797$	$\pm 0.694$	$+0.71 \pm 0.153$	$+0.39 \pm 0.168$	$+3.2 \pm 1.40$	0.51	-3.9°	○ Stratocumulus.
69.	6/12 -22	12.47	3	12.60	4	$\pm 0.415$	$\pm 0.587$	$\pm 0.183$	$+0.94 \pm 0.059$	$-0.13 \pm 0.091$	$-1.0 \pm 0.73$	1.89	-11.7°	○ Altocumulus.
70.	13/2 -22	12.72	24	12.72	18	$\pm 0.725$	$\pm 0.693$	$\pm 0.579$	$+0.68 \pm 0.139$	$\pm 0.00 \pm 0.148$	$\pm 0.0 \pm 1.17$	0.73	-14.3°	Scheinwerfer.
71.	16/1 -22	13.16	6	12.92	6	$\pm 0.358$	$\pm 0.441$	$\pm 0.185$	$+0.91 \pm 0.069$	$+0.24 \pm 0.076$	$+1.8 \pm 0.58$	2.94	-14.8°	○ Treibender Nebel.
72.	30/3 -22	13.47	13	13.18	17	$\pm 1.008$	$\pm 1.228$	$\pm 1.253$	$+0.40 \pm 0.198$	$+0.28 \pm 0.296$	$+2.1 \pm 2.19$	0.21	-10.3°	Scheinwerfer.
73.	19/11 -23	13.83	41	13.64	30	$\pm 0.933$	$\pm 0.564$	$\pm 0.869$	$+0.41 \pm 0.130$	$+0.19 \pm 0.137$	$+1.3 \pm 0.99$	1.02	-6.6°	○
74.	21/10 -21	13.90	20	13.72	17	$\pm 0.435$	$\pm 0.411$	$\pm 0.334$	$+0.67 \pm 0.122$	$+0.18 \pm 0.075$	$+1.3 \pm 0.54$	3.45	-9.8°	○, klare Ringe.
75.	4/11 -23	13.98	6	13.88	3	$\pm 0.335$	$\pm 0.368$	$\pm 0.613$	$-0.52 \pm 0.298$	$+0.10 \pm 0.250$	$+0.7 \pm 1.79$	0.31	-5.3°	Lampe.
76.	9/10 -23	14.03	4	14.02	4	$\pm 1.125$	$\pm 1.111$	$\pm 0.414$	$+0.93 \pm 0.067$	$+0.01 \pm 0.207$	$+0.1 \pm 1.47$	0.46	-3.7°	○ Scheinwerfer, ausserordentlich grosse Schwankung.
77.	21/10 -23	14.25	4	14.11	7	$\pm 0.663$	$\pm 0.410$	$\pm 0.787$	$+0.24 \pm 0.339$	$+0.14 \pm 0.321$	$+1.0 \pm 2.25$	0.20	-2.8°	○ Treibender Nebel.
78.	4/11 -23	14.44	63	14.64	65	$\pm 0.554$	$\pm 0.432$	$\pm 0.446$	$+0.62 \pm 0.077$	$-0.20 \pm 0.055$	$-1.4 \pm 0.38$	7.14	-4.6°	Scheinwerfer, plötzlicher Fall von kleinen Kristallen.
79.	7/19 -21	14.50	26	14.32	16	$\pm 0.730$	$\pm 1.020$	$\pm 0.741$	$+0.66 \pm 0.112$	$+0.18 \pm 0.148$	$+1.2 \pm 1.02$	0.96	-9.0°	Scheinwerfer.
80.	20/10 -23	14.52	45	14.73	36	$\pm 0.526$	$\pm 0.493$	$\pm 0.310$	$+0.41 \pm 0.136$	$-0.21 \pm 0.091$	$-1.5 \pm 0.63$	2.50	-4.6°	Scheinwerfer, Schneefall.
81.	8/10 -21	14.65	21	14.97	18	$\pm 1.476$	$\pm 1.381$	$\pm 1.462$	$+0.60 \pm 0.137$	$-0.32 \pm 0.304$	$-2.2 \pm 2.07$	0.23	-1.9°	Scheinwerfer Methode II. Ring 3: $A_3 = 1 r_3 = 14.3$ .
82.	7/12 -21	16.11	7	16.03	7	$\pm 1.065$	$\pm 0.971$	$\pm 0.099$	$+1.00 \pm 0.000$	$+0.08 \pm 0.037$	$+0.5 \pm 0.23$	20.00	-9.0°	Scheinwerfer.
83.	16/12 -21	16.74	13	16.54	13	$\pm 1.576$	$\pm 1.823$	$\pm 0.665$	$+0.93 \pm 0.036$	$+0.20 \pm 0.184$	$+1.2 \pm 1.10$	0.83	-9.0°	○ Stratocumulus.
84.	25/2 -23	17.03	1	17.70	1	—	—	—	—	-0.67	-4.0	—	-12.7°	○
85.	16/1 -22	17.65	28	17.50	19	$\pm 1.066$	$\pm 0.945$	$\pm 0.974$	$+0.55 \pm 0.129$	$+0.15 \pm 0.184$	$+0.8 \pm 1.04$	0.93	-13.3°	○ Nebel.
86.	11/2 -22	18.01	5	17.16	6	$\pm 1.620$	$\pm 1.056$	$\pm 0.938$	$+0.84 \pm 0.119$	$+0.85 \pm 0.411$	$+4.7 \pm 2.28$	0.19	-7.4°	○ Scheinwerfer.
87.	26/1 -22	18.07	12	18.27	13	$\pm 3.521$	$\pm 2.194$	$\pm 3.432$	$+0.35 \pm 0.223$	$-0.20 \pm 0.887$	$-1.1 \pm 4.90$	0.04	-4.1°	○ Nebel.
88.	16/1 -22	18.50	18	17.39	19	$\pm 0.786$	$\pm 0.949$	$\pm 0.970$	$+0.40 \pm 0.188$	$+1.11 \pm 0.217$	$+6.0 \pm 1.17$	0.73	-12.8°	○ Nebel, grosse Schwankungen. Siche n:r 85.
89.	14/10 -23	19.08	23	19.30	19	$\pm 1.226$	$\pm 0.838$	$\pm 1.050$	$+0.53 \pm 0.150$	$-0.22 \pm 0.219$	$-1.1 \pm 1.15$	0.76	-2.2°	Lampe.
90.	13/10 -23	21.66	28	21.41	40	$\pm 2.086$	$\pm 1.266$	$\pm 1.598$	$+0.66 \pm 0.102$	$+0.25 \pm 0.285$	$+1.1 \pm 1.31$	0.58	-1.4	○ Scheinwerfer ×. Ring 3: $A_3 = 10 r_3 = 20.994$ .
91.	25/11 -23	21.70	1	20.80	1	—	—	—	—	+0.90	+4.1	—	-2.5°	○ Nebel.
92.	26/10 -20	22.18	2	22.03	2	$\pm 0.014$	$\pm 0.630$	$\pm 0.630$	$\pm 0.00 \pm 0.106$	$+0.15 \pm 0.446$	$+0.6 \pm 2.01$	0.25	-3.2°	Lampe.

Die hier publizierten Aufnahmen von Tröpfchen sind, soviel ich weiß, die ersten strengen Beweise dafür, dass Nebelfrost wenigstens teilweise aus Tröpfchen gebildet ist, dass also die Tröpfchen bei seiner Bildung in der Luft vorhanden sind. Es ist durch viele Doppelproben und vergleichende Untersuchungen über  $0^\circ$  konstatiert, dass sie nicht geschmolzen sehr kleine Kristalle oder selbst Kristallkeime aus der Luft oder durch Sublimation entstanden sind. Kristallkeime sehen, wie Figur 22 (Tafel) zeigt, ganz anders aus. Diese Aufnahme ist bei starkem Schneefall ohne Nebelfrostablagerung bei  $-9^\circ$  erhalten worden. Sie sind so klein und wurden aus dem zuerst erhaltenen Material gewählt, bei dem ich zwischen 3 und 5 Minuten exponieren musste, um ganz nachdrücklich zu zeigen, wie lange sich solche Kristalle erhalten, ohne zu schmelzen und ohne zu verdunsten. Tröpfchen verdunsten dagegen sehr rasch. Die publizierten Aufnahmen von diesen sind 15—30 Sekunden exponiert. Figur 21 (Tafel), die Tröpfchen auch auf dem Kristalle zeigt, beweist daneben augenscheinlich, dass man es mit wirklichen Tröpfchen zu tun hat.

Wenn man aus der relativen Seltenheit der auftretenden Kristalle schliessen könnte, wäre es sicher, dass Tröpfchen der hauptsächliche Konstituent des Nebels

auch unter  $0^\circ$  sind. Diese Frage will ich indessen aus den optischen Eigenschaften des Nebels zu beantworten versuchen.

### Optische Untersuchungen unter $0^\circ$ .

Allgemeines. Bei allen Messungen, die ich mit dem Scheinwerfer ausführte und bei denen ich Nebel hinter mir hatte, sah ich den weissen Nebelbogen. Leider hatte ich keine Gelegenheit, diesen im Allgemeinen zu messen, weshalb diesen Beobachtungen keine grosse Bedeutung beigemessen werden kann. Dagegen gibt uns die Messung von Kränzen ein Kriterium. Wenn Kränze in Eiswolken entstehen, muss eine andere Formel als 1 zur Verwertung der Partikelchen dienen, und zwar

$$3. \dots \dots \dots \quad b/2 = \frac{n \cdot p \lambda}{2a}$$

$b$  ist die Breite eines Kristalls und die anderen Bezeichnungen sind dieselben wie in der Formel 2. Wenn man jetzt, Tröpfchen voraussetzend, Partikelchen aus dem ersten und zweiten Ringe in einem Kranze berechnet, der in Eiskristallwolken gebildet ist, so kann man ein bestimmtes Verhältniss zwischen der Ergebnissen fin-

den, das nicht gleich eins ist, aber in folgender Weise ausgedrückt werden kann.

$$\frac{r_1 - r_2}{r_1} = 0.085 = 8.5 \text{ \%}.$$

Hieraus und aus der Angabe der Genauigkeit in Tabelle 5 sieht man, dass die Messungsmethode der Partikelchen selbst ein Kriterium dafür sein kann, ob man sphärische Körperchen, d. h. Tröpfchen gemessen hat. Bei der Anwendung des Kriteriums in negativer Richtung, muss man indessen sehr vorsichtig sein, weil Fälle wie Nr. 24 in Tabelle 5 auftreten können, ohne zu beweisen, dass keine Tröpfchen vorliegen.<sup>1</sup>

In Tabelle 7 sind alle Messungen unter 0° zusammengestellt,<sup>2</sup> bei denen in einem Kranze zwei Ringe in Nebel und niedrigen Wolken gemessen wurden. Die Bezeichnungen sind dieselben wie in der Tabelle 5 und die Größen wie dort verwertet. So werden die Wolkenelemente als undurchsichtige sphärische Körperchen betrachtet. Die Temperaturangaben beziehen sich auch bei den Wolken auf das Observatorium. Bei der Berechnung der Gewichte sind nur die durchschnittlichen Abweichungen berücksichtigt. Man könnte vielleicht auch die Reinheit des Nebels, d. h. die Menge von fallenden Schneekristallen in Betracht ziehen. Ich habe dies indessen nicht getan, und zwar deshalb, weil man über die Reinheit der Wolken nichts weiß und auch die Reinheit des Nebels nicht vollständig objektiv beurteilen kann.

Von den Serien in der Tabelle sind mehrere an demselben Tage erhalten worden, so dass die Messungen nur von 72 verschiedenen Tagen stammen. Die Serien repräsentieren weniger als die Hälfte von denjenigen, die unter 0° ausgeführt sind, wenn nur die mitgerechnet werden, die über 5 Messungen enthalten. Die Serien, die nur eine Messung von jedem Ringe enthalten, stammen im Allgemeinen aus langen Serien, die nur eine Messung von Ring 2 enthielten. Es wäre möglich, aus der Schwankung einer solchen Serie auch eine mittlere Abweichung für diese Werte zu berechnen, aber ich verzichte darauf, weil die vielen anderen Serien hinreichend sind, um über die Verhältnisse unter 0° Klarheit zu gewinnen.

Der Mittelwert von  $\frac{r_1 - r_2}{r_1}$  aus allen Serien ist

$$\frac{r_1 - r_2}{r_1} = -0.68 \pm 0.082 \text{ \%}, P = 148.66$$

und

$$\left| \frac{r_1 - r_2}{r_1} \right| = 1.68 \text{ \%}$$

Hier überwiegt der negative Unterschied, d. h.  $r_2$  ist im Allgemeinen grösser als  $r_1$ . Wenn man am häufigsten Eiskristalle gehabt hätte, so dürfte der Mittelwert

<sup>1</sup> In einer vorläufigen Mitteilung in der Met. Z., Heft. 9, 1923, die ich vor dem Auftreten von Nr. 24 schrieb, zog ich aus den Messungen in Cirrus alzu weitläufige Schlüsse. Dies wird hier berichtigt. Die Wahrscheinlichkeit, eine solche Serie nach so vielen Jahren zu erhalten, war sehr klein, weshalb ich hier mit grosser Sicherheit schliessen zu können glaubte.

<sup>2</sup> Die Temperaturen beziehen sich immer auf das Observatorium.

von  $r_1 - r_2$  positiv und daneben der absolute Wert sehr gross geworden sein.

**Anomale Serien.** Die negative Tendenz ist nach dem früheren Kriterium kein Zufall. Um diese Sache näher zu studieren, sammle ich sämtliche Serien, die einen anomalen Unterschied zwischen  $r_1$  und  $r_2$  zeigen. Diese sind in Tabelle 8 zusammengestellt und zwar mit denselben Nummern wie in Tabelle 7. Man hat hier nicht weniger als 17 Serien, in denen  $r_1 - r_2$  ausgeprägt von 0 verschieden ist. Sehr grosse Gewichte treten auch unter diesen Serien auf. Die Unterschiede sind mit wenigen Ausnahmen nicht gross und spielen im Durchschnitt zwischen  $r_1$  und  $r_2$  eine sehr kleine Rolle. Die Serien 2, 7, 8, 22, 34 und 88 zeigen indessen Unterschiede, die einzeln studiert werden müssen.

Tabelle 8.

Nr.	$r_1$	$A_1$	$r_2$	$A_2$	$\frac{100 (r_1 - r_2)}{r_1}$	$P$	$t$
2.	4.808	7	4.570	4	+5.0 ± 1.46	0.47	- 2.8°
3.	4.989	48	5.128	37	-2.8 ± 0.92	1.18	-17.2°
6.	5.589	18	5.807	13	-3.9 ± 1.19	0.70	-14.1°
7.	5.850	23	6.148	15	-5.1 ± 1.09	0.84	- 1.0°
8.	6.061	3	6.500	3	-7.2 ± 0.66	2.27	- 5.6°
9.	6.122	2	5.970	2	+2.5 ± 0.67	2.22	- 7.9°
19.	7.450	2	7.635	2	-2.5 ± 0.19	25.00	-18.6°
22.	7.632	29	7.960	26	-4.3 ± 1.09	0.84	- 2.0°
27.	8.008	33	8.244	21	-2.9 ± 0.77	1.69	- 5.5°
34.	8.478	2	7.702	3	+8.8 ± 0.62	2.63	- 0.2°
37.	8.784	9	8.968	8	-2.1 ± 0.46	4.76	- 8.0°
40.	8.912	43	9.146	32	-2.6 ± 0.62	2.63	- 0.2°
61.	11.05	55	11.25	48	-1.8 ± 0.41	5.88	- 4.4°
64.	11.34	37	11.55	43	-1.9 ± 0.57	3.13	- 5.5°
71.	13.16	6	12.92	6	+1.8 ± 0.58	2.94	-14.8°
78.	14.44	63	14.64	65	-1.4 ± 0.38	7.14	- 4.6°
88.	18.50	18	17.39	19	+6.0 ± 1.17	0.73	-12.8°

Die Mittelwerte der Werte zu Tabelle 8 sind:

$$\frac{r_1 - r_2}{r_1} = -1.54 \pm 0.123 \text{ \%}, P = 65.02$$

$$\left| \frac{r_1 - r_2}{r_1} \right| = 2.80 \text{ \%}$$

Wie erwartet, war der Mittelwert negativ und der Unterschied von 0 eine Realität. Die Grösse, die die zweite Gleichung zeigt, muss als recht hoch betrachtet werden, wenn wir auch unter 0° dieselben strengen Forderungen wie über 0° aufrecht erhalten.

**Diskussion einzelner Serien.** Wir wollen die einzelnen Werte der Tabelle näher in Augenschein nehmen. Die positiven reellen Unterschiede interessieren hier am meisten. Nur drei Serien, Nr. 2, 34 und 88 zeigen grosse positive Unterschiede.

Die Serie 2 wurde in ungewöhnlich dichtem Nebel erhalten. Um die Ringe deutlich zu sehen, war es notwendig, den Blender vom Scheinwerfer wegzunehmen. Dies führt eine sehr grosse Erhöhung der Lichtstärke mit sich, die für die Augen sehr unangenehm ist und die Messung unsicherer macht. Wegen des sehr grossen Diameters des zweiten Ringes mass ich hier den Radius

des roten Ringes von dem äusseren Rande der Lichtquelle aus. Diesen konnte ich nicht so leicht fixieren wie die roten Ränder der Ringe und es liegt hier sehr nahe, von einem Punkte innerhalb des Randes zu messen. Im Allgemeinen kann man sagen, dass das Auge beim gleichzeitigen Fixieren von zwei Punkten mit sehr verschiedenen Lichtstärken leicht Fehler begeht. Da schliesslich eigentlich nur eine Messung den grossen Unterschied hervorruft und sämtliche Serien mit positiven Unterschieden hier sehr wichtig sind, hebe ich die Werte dieser grossen Serie, bei der Ring 2 gemessen wurde, und daneben die nächstfolgenden Messungen von Ring 1 wieder.

Tabelle 9.

$r_1$	$r_2$	$r_1$
5.34	4.95	4.51
5.23	—	4.73
4.72	4.83	4.06
4.57	4.36	4.83
4.70	—	4.89
4.57	4.13	4.49
4.53	—	4.49
w. s. w.		

Zunächst bemerkt man in diesen Werten freilich nicht sehr grosse prozentuelle, aber plötzliche Schwankungen, die sich beiden Werten von  $r_1$  die unmittelbar nach dem letzten Werte vor  $r_2$  erhalten sind, so bemerkbar machen, dass die Übereinstimmung zwischen zwei aufeinander folgenden Werten von  $r_1$  zuweilen schlechter ist als diejenige zwischen  $r_1$  und  $r_2$ . Daneben zeigen zwei entsprechende Werte von  $r_1$  und  $r_2$  eine recht gute Übereinstimmung, ein Wert eine nicht schlechte und schliesslich ein letzter Wert eine sehr schlechte Übereinstimmung. Man muss also zugeben, dass diese positive Abweichung nicht ausgeprägt, sondern zufällig ist, da sie hauptsächlich auf eine einzige Messung zurückzuführen ist. Die Übereinstimmung scheint mir vielmehr in Anbetracht der speziellen Messungsschwierigkeiten gut zu sein. Der erste positive Unterschied konnte also erklärt werden.

Die Serie Nr. 34 zeigt die grösste positive Abweichung und ihr Gewicht ist nicht unbedeutend. Sowohl  $\sigma_1$  als  $\sigma_2$  sind ausserordentlich klein (Tabelle 7). Aus meinen Notizen über die Messung dieser Serie sei angeführt. — Aureole stark rot, sehr intensives Schneegestöber. — Hier liegt sicherlich eine reelle Anomalie vor. Es liegt natürlich sehr nahe zu vermuten, dass das Schneegestöber der Grund dieser Anomalie war. Im Allgemeinen übt sogar recht bedeutender Wirbelschnee oder Schneefall keinen grossen Einfluss aus, wie aus den Anmerkungen in Tabelle 7 ersichtlich ist. Da es sich aber hier sogar um ein sehr intensives Schneegestöber handelte, ist wohl zu vermuten, dass der Nebel, wenn er ursprünglich aus Wasser bestand, beim Treiben über den Gipfel in lebhaftem Übergang in einen Eisnebel begriffen war.

Schliesslich haben wir die Serie Nr. 88 zu studieren. Diese ist besonders interessant weil eine ähnliche Anomalie über  $0^\circ$  bei Tropfen von derselben Grössenordnung erhalten wurde. Bei diesen war die Anomalie viel ausgeprägter. Die Serie 88 hat ein kleines Gewicht und  $q$

ist nicht gross. Weiter finden wir einen recht bedeutenden Unterschied zwischen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ .

Am 16. Januar 1922, als die Serie 88 um  $9:13^m$  p gemessen wurde, erhielt ich auch zwei andere Serien, und zwar um  $10:08^m$  p und um  $11:00^m$  p. Die beiden letzten, welche, in Tabelle 7 die Nummer 85, bzw. 71 tragen, zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen  $r_1$  und  $r_2$ . Zwar war es notwendig, Nr. 71 auch in Tabelle 8 anzuführen, aber die Abweichung von 0 ist in diesem Falle so klein, dass die Serie grosse Ansprüche auf Genauigkeit erfüllen kann. Der prozentuelle Unterschied ist  $+1.8$  und die durchschnittliche Abweichung davon  $0.58, 3 \cdot 0.58 = 1.74$ .

Die Temperatur war am Abend in ständigem Sinken. Um 9 Uhr war  $t = -12.8^\circ$  und um 11 Uhr  $-14.8^\circ$ . Da die beiden letzten Serien der Formel 1 so gut genügen, so ist auch unter Berücksichtigung von Nr. 24 der Tabelle 5 die Vermutung berechtigt, dass die Anomalie auf die Inhomogenität des Nebels zurückzuführen ist und nicht darauf, dass der Nebel eventuell von Eiskristallen gebildet war. In der Tat zeigt diese Serie ausserordentlich plötzliche Schwankungen in der Partikelgrösse, und zwar ein Wechseln zwischen Grössen, die Maxima der Häufigkeit im Nebel bilden. Die Anomalie ist also wahrscheinlich einer Inhomogenität des Nebels zuzuschreiben.

Von den drei Serien, die zu grosse positive Unterschiede zeigen, kann also nur eine im Eisnebel gemessen sein. Diese einzige Serie wurde auch unter Verhältnissen ausgeführt, die es zweifelhaft erscheinen lassen, ob man überhaupt von wirklichem Nebel sprechen kann.

Von den negativen Unterschieden ist Nr. 3 am interessantesten, teils weil  $r_1$ , im Durchschnitte dieselbe Grössenordnung zeigt wie Nr. 2 und teils weil MECKE in seiner Tabelle 5 ein  $r_1$  hat, das am ehesten mit demjenigen in Nr. 3 identisch ist. MECKE erhielt hier einen Unterschied gleich  $-4.2\%$ , also einen höheren als ich. Aus den Unterschieden von  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  und von  $q$  sieht man, dass die Schwankungsverhältnisse unregelmässig und schnell waren. In Anbetracht dieser Verhältnisse und des Umstandes, dass der Fehler von  $\varepsilon$  etwa  $\pm 0.09$  ist, kann die Realität des negativen Unterschiedes nicht als bewiesen betrachtet werden.

Auch in Nr. 6 ist der Unterschied nicht streng reel. In Nr. 7 ist der negative Unterschied sehr gross. Ring 2 war bei dieser Messung undeutlich. Dasselbe gilt von dem sehr grossen negativen Unterschiede in Nr. 8. In Nr. 22 kommen einige plötzliche Veränderungen vor, die den Unterschied vollkommen erklären. Unter den anderen Serien ist Nr. 19 durch ihr grosses Gewicht bemerkenswert. Bei dieser Grössenordnung hat MECKE positive Unterschiede gefunden. Bei Nr. 19 ist indessen der negative Wert ohne jeden Zweifel kein Zufall. Bei dieser Bestimmung fielen grosse Schneeflocken und einzelne tröpfchenbesetzte Kristalle, von denen photographische Aufnahme gemacht wurden. (Fig. 4, Tafel). Es liegt nahe zu vermuten, dass der negative Unterschied auf den Schnee zurückzuführen ist. Der Umstand, dass man im Nebel unter  $0^\circ$  immer makroskopisch und mikroskopisch Schnee-

Tabelle 10.

		-0°.0 - -2°.4	-2°.5 - -4°.9	-5°.0 - -7°.4	-7°.5 - -9°.9	-10°.0 - -12°.4	-12°.5 - -14°.9	-15°.0 - -17°.4	-17°.5 - -19°.9
Anomale Werte	100 $(r_1 - r_2)$	+1.21 ± 0.380	-1.35 ± 0.272	-3.84 ± 0.376	-0.64 ± 0.379	—	+1.58 ± 0.465	-2.80 ± 0.921	-2.50 ± 0.190
	$r_1$	5.46	1.70	3.84	2.23	—	2.84	2.80	2.50
	$P$	6.94	13.49	7.09	6.98	—	4.37	1.18	25.00
Normale Werte	100 $(r_1 - r_2)$	-0.58 ± 0.428	-0.22 ± 0.279	+0.57 ± 0.615	+0.40 ± 0.170	-0.48 ± 0.254	-0.46 ± 0.307	+0.81 ± 0.702	—
	$r_1$	0.87	0.90	1.69	0.59	0.51	1.48	0.95	—
	$P$	5.46	12.88	2.64	34.48	15.51	10.63	2.03	—
Aus nur zwei Messungen	100 $(r_1 - r_2)$	—	+3.10	—	—	-1.92	-2.22	-0.10	—
	$r_1$	—	3.10	—	—	2.18	2.63	0.70	—
	$A$	—	2.	—	—	4.	3.	2.	—

kristalle findet, könnte in solchen Fällen erklären, warum die negativen Werte sowohl in Tabelle 7 als in 8 überwiegen. Indessen sind diese Unterschiede so klein, dass sie auch teilweise durch den Umstand erklärt werden können, dass man bei nicht scharfen Ringen geneigt ist, immer desto kleiner zu messen, je grösser der Diameter ist. Wenn das sporadische Auftreten der mikroskopisch und makroskopisch gesehenen Kristalle einen Einfluss ausübt, so dürfte dieser klein sein.

**Normale Serien.** Wenn man die 17 Serien, die anomale Unterschiede aufweisen, vernachlässigt und die beiden Mittelwerte berechnet, erhält man:

$$\frac{r_1 - r_2}{r_1} = -0.01 \pm 0.109 \% \quad P = 83.64$$

$$\left| \frac{r_1 - r_2}{r_1} \right| = 0.80 \%$$

Das Gewicht dieser Mittelwerte ist nur wenig grösser als dasjenige der siebzehn Anomalien. Indessen ist zu beachten, dass nur eine Serie von diesen, Nr. 19, mehr als ein Drittel des ganzen Betrages, 65.57, ausmacht, und da diese Serie ebenso wie die anderen mit grossen Gewichten in Tabelle 8 unter besonderen Umständen erhalten worden ist, ist man berechtigt, anzunehmen, dass die letzten Mittelwerte das korrekteste Bild von Tröpfchenmessungen in Nebel unter 0° wiedergeben.

Auch unter 0° habe ich also bis 3.89  $\mu$  eine befriedigende Übereinstimmung zwischen  $r_1$  und  $r_2$  erhalten, wenn sie nach der Formel 1 verwertet sind. Besonders möchte ich die ausserordentlich gute Übereinstimmung in der Serie 14, mit  $r_1 = 6.908 \mu$ , hervorheben. Diese Serie steht in vollkommener Übereinstimmung mit der Serie 8 über 0°.

Von den Serien stammen einige aus Messungen in Stratocumulus und Altocumulus. Alle haben eine gute Übereinstimmung aufgewiesen. Bezuglich dieser weise ich auf die Anmerkungskolonne hin.

**Abhängigkeit des Unterschiedes von der Temperatur.** In Tabelle 10 stelle ich die Mittelwerte mit den Gewichten für verschiedene Temperaturintervalle zusammen.

Zuerst kommen alle, die früher als anomale charakterisiert wurden, dann die normalen und schliesslich auch die Mittelwerte, die aus Serien von nur zwei Messungen erhalten worden sind. A bezeichnet die Anzahl solcher Serien. Die grössten Anomalien liegen in der Nähe von 0°. Die normalen Werte weisen meistens eine ausgezeichnete Übereinstimmung auf.

**Abhängigkeit der Übereinstimmung von der Grösse der Elemente.** Interessant ist es, zu erfahren, wie die Genauigkeit auf die verschiedenen Grössen der Elemente verteilt ist. Das Material ist mit dem Ausgangspunkte von  $r_1 = 7 \mu$  in Intervallen von  $\pm 2.93 \%$  eingeteilt und in diesen sind die Mittelwerte aus den Unterschieden wie früher verwertet. Die Anomalien sind über alle Grössen verteilt; am grössten sind sie aber bei den kleinen. Nach der früheren Darlegung sind diese im Allgemeinen erklärlich und ganz sicher zufällig; daher sind sie hier von geringer Bedeutung. Die normalen Serien zeigen in allen Intervallen eine gute Übereinstimmung, mit Ausnahme von Nr. 1 die ein kleines Gewicht hat. Die grössten Unterschiede findet man dann um 8.5  $\mu$  herum und auf beiden Seiten von 11  $\mu$ . Diese Grössen sind im Nebel ausserordentlich gewöhnlich und man hat hier wahrscheinlich auch die schnellsten Umwandlungen. Im grossen und ganzen muss überall die Übereinstimmung als ausgezeichnet betrachtet werden.

In diesem Zusammenhange ist zu erwähnen, dass die Mittelwerte in der Tabelle 7 zuweilen aus Serien erhalten worden sind, die Radien von sehr verschiedenen Grössen enthalten. So z. B. enthält die Serie Nr. 52 Radiengrössen, die zwischen 5.4  $\mu$  und 17  $\mu$  schwanken. Dies sieht man übrigens am besten aus den Werten von  $\sigma_1$ .

Schliesslich mache ich auch hier auf die Tatsache auf-

Tabelle 11.

	3.604 3.817	3.818 4.044	4.045 4.284	4.286 4.539	4.540 4.809	4.810 5.095	5.096 5.398	5.399 5.719	5.720 6.059	6.060 6.419	6.420 6.801	
Anomale Werte . . .	$100 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1}$ $100 \frac{ r_1 - r_2 }{r_1}$ $P$	— — —	— — —	— — —	$+5.00 \pm 1.460$ 5.00 0.47	$-2.80 \pm 0.920$ 2.80 1.18	— — —	$-3.90 \pm 1.190$ 3.90 0.70	$-5.10 \pm 1.090$ 5.10 0.84	$-2.41 \pm 0.472$ 4.87 4.49	— —	
	$100 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1}$ $100 \frac{ r_1 - r_2 }{r_1}$ $P$	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	$-0.20 \pm 0.301$ 0.29 11.07	—	
Normale Werte . . .	$100 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1}$ $100 \frac{ r_1 - r_2 }{r_1}$ $P$	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	—	
	6.802 7.205	7.206 7.630	7.640 8.087	8.089 8.569	8.570 9.078	9.079 9.610	9.620 10.18	10.19 10.79	10.80 11.43	11.44 12.11	12.12 12.84	
Anomale Werte . . .	$100 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1}$ $100 \frac{ r_1 - r_2 }{r_1}$ $P$	— — —	$-2.56 \pm 0.197$ 2.56 25.80	$-2.90 \pm 3.770$ 2.90 1.69	$+8.80 \pm 0.620$ +8.80 2.63	$-2.28 \pm 0.368$ 2.28 7.39	— — —	— — —	$-1.83 \pm 0.333$ 1.83 9.01	— — —	— — —	
	$100 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1}$ $100 \frac{ r_1 - r_2 }{r_1}$ $P$	— — —	$+0.73 \pm 0.615$ 0.89 2.64	$-1.11 \pm 0.621$ 1.54 2.07	$-0.44 \pm 0.788$ 1.80 2.35	$-1.36 \pm 0.652$ 0.89 1.61	$+0.72 \pm 0.413$ 0.94 7.47	$-0.87 \pm 0.366$ 0.94 7.47	$-2.16 \pm 1.010$ 2.47 0.98	$+0.00 \pm 0.568$ 0.00 3.10	$+0.72 \pm 0.618$ 2.60 1.54	$-0.72 \pm 0.806$ 0.72 2.62
	12.84 13.52	13.60 14.41	14.41 15.26	15.27 16.17	16.18 17.13	17.13 18.15	18.16 19.23	19.23 20.37	20.38 21.58	21.59 22.87		
Anomale Werte . . .	$100 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1}$ $100 \frac{ r_1 - r_2 }{r_1}$ $P$	$+1.80 \pm 0.580$ +1.80 2.94	— — —	$-1.40 \pm 0.380$ 1.40 7.14	— — —	— — —	$+6.00 \pm 1.170$ 6.00 0.73	— — —	— — —	— — —	—	
	$100 \frac{(r_1 - r_2)}{r_1}$ $100 \frac{ r_1 - r_2 }{r_1}$ $P$	$+2.10 \pm 2.190$ 2.10 0.21	$+1.16 \pm 0.429$ 1.16 5.44	$-0.84 \pm 0.621$ 1.47 3.69	$+0.50 \pm 0.230$ 0.50 20.00	$+1.20 \pm 1.100$ 1.20 1.16	$+1.36 \pm 0.928$ 1.45 0.83	$-1.10 \pm 1.150$ 1.10 0.76	— —	$+0.95 \pm 1.098$ 0.95 0.83		

merksam, dass die Methoden 1 und 2 keine grössere Abweichung als die endgültige Methode aufweisen. Hiermit glaube ich hinreichend gezeigt zu haben, dass ich den ersten Messungen eine ebenso grosse Wichtigkeit wie den späteren beimesse kann.

### Folgerungen.

Die Messung von Kränzen im Nebel unter  $0^{\circ}$  genügt in den grössten Anzahl von Fällen der Formel 1 mit grosser Genauigkeit. Ausnahmen von Bedeutung wurden dort erhalten, wo der Nebel entweder in Umbildung begriffen war oder einmal, wo die Luft wegen Schneegestöbers von Eiskristallen erfüllt war. Wenn Schneekristalle nicht in so grossen Mengen auftreten, dass es schwierig ist, zu beurteilen, ob wirklich Nebel vorliegt, üben sie keinen grossen Einfluss aus. Negative Werte von  $r_1 - r_2$  sind das Gewöhnliche bei kleinen Partikelchen, positive bei grossen.

Wenn die Formel 3 für Kränze in Eiswolken gilt oder wenigstens die Formel 1 nicht gilt, was man sicherlich voraussetzen kann, so muss schliesslich jetzt mit Sicherheit behauptet werden können, dass der wirkliche Nebel beim Haldde-Observatorium immer von sphärischen Körperchen gebildet wird.<sup>1</sup> Da Nebelfrost in der einen oder anderen Form bei allen Messungen im Nebel abgelagert wurde und da nachgewiesen ist, dass bei seiner Bildung immer Tröpfchen vorhanden sind, und da man ferner bei verschiedenen Temperaturen keine wesentlichen Unterschiede in seiner Bildung entdecken kann, ist es ohne weiteres klar, dass der Nebel — wenigstens über dem skandinavischen Alpenlande — aus Tröpfchen besteht. Hier wurden daneben Messungen in Stratocumulus und Altocumulus angeführt, die alle eine gute Übereinstimmung und keine Anomalien aufweisen. Auch diese bestehen dort, wo man in ihnen Kränze sieht, aus Tröpfchen.

Ich finde es also berechtigt, alle Messungen in Nebel und niedrigen Wolken unter  $0^{\circ}$  durch die Formel 1 zu verwerten. Alle meine folgenden Ergebnisse werden daneben immer neue Beweise für diese schon hier gezogenen Schlussfolgerungen liefern.

Von den Meteorologen wird im Allgemeinen die Frage gestellt, ob Wasser bei niedriger Temperatur existieren kann. Dies finde ich physikalisch hinreichend klargestellt. Ich frage mich, wie die Tröpfchen unter  $0^{\circ}$  entstehen können und widme der Beantwortung dieser Frage einen wesentlichen Teil der vorliegenden Arbeit; daneben erörtere ich auch die Frage, in welchem Masse sich diese Ergebnisse auch auf andere Gebiete anwenden lassen.

Eine andere wichtige Folgerung, die sich schliesslich aus dieser Darlegung ziehen lässt, ist die, dass der Nebel meistens entweder durch und durch recht homogen ist oder dass er aus schichtweise verteilten homogenen Partien besteht. Diese Folgerung ist sehr wichtig, da die

<sup>1</sup> Man erhält auch als Folgerung dieser Untersuchungen, dass die Formel 1, Tröpfchen voraussetzend, nur in den Konstanten fehlerhaft sein kann und zwar sehr wenig.

Voraussetzung eines solchen Zustandes des Nebels ganz besondere Umbildungen der Tröpfchen bedingt.

**Bemerkungen zu diesen Ergebnissen.** Soviel mir aus der Literatur bekannt ist, ist dies die erste systematische Untersuchung über die Natur der Nebelemente unter  $0^{\circ}$ . Merkwürdigerweise ist es überhaupt der erste Versuch in dieser Richtung. In den Ergebnissen liegt indessen nichts Überraschendes. Sehr alte Untersuchungen zeigen, dass Wasser in flüssigem Aggregatzustande unter  $0^{\circ}$  existieren kann.

Schon 1724 unterkühlte FAHRENHEIT<sup>1</sup> Wasser bis zu  $-13^{\circ}$ . DUFOUR<sup>1</sup> unterkühlte im Jahre 1861 Tröpfchen von 5–6 mm. Diameter in Chloroform unter Deformationen bis  $-20^{\circ}$ . (Er soll auch Wasser bis zu  $-40^{\circ}$  unterkühlt haben).<sup>2</sup> In Jahre 1866 sah RENAN<sup>1</sup> im Nebel Tröpfchen bei  $-21.7^{\circ}$ . Unter unaufhörlichem Schütteln unterkühlte PICTET<sup>2</sup> reines Wasser bis  $-19^{\circ}$  und JUHLIN<sup>3</sup> nahm Untersuchungen über die Dampfspannung über Wasser bis  $-13^{\circ}$  vor. Schon 1879 schrieb OLTRAMARE:<sup>2</sup> »Par les recherches de M. JAMIN que les molécules d'eau qui constituent les brouillards peuvent rester à l'état liquide, quoique leur température s'abaisse jusq'ù à  $14^{\circ}$  et même  $20^{\circ}$  audessous de  $0^{\circ}$ , pourvu toute fois, qu'aucun ébranlement brusque aucun choc ou le contact d'un corps solide et surtout d'un morceau de glace ne viennes à les troubler. On a donné à ce fait le nom de surfusion et sans vouloir insister sur son existence qui maintenant est scientifiquement hors de doute, nous pouvons reconnaître que si la surfusion n'existe pas devrai observer un notable changement dans l'apparence des nuées au moment où leur température s'abaisse audessous de  $0^{\circ}$ .»

Es liessen sich noch mehrere Beispiele verschiedener Beobachtungen von Wasser weit unter  $0^{\circ}$  anführen. Ich beschränke mich darauf, auf die zitierten Arbeiten hinzuweisen, in denen man eingehende geschichtliche Darlegungen findet. OLTRAMARES Darlegung vergisst, so klar und logisch wissenschaftlich sie auch ist, eine Sache, die man in Betracht ziehen muss, und zwar die, dass Nebel und Wolken unter  $0^{\circ}$  entstehen, die aus Wassertröpfchen bestehen können. Diese Tatsache macht das Problem verwickelter und gerade in dieser Gestalt ist es hier behandelt worden und wird in der folgenden Darlegung behandelt.

Der Umstand, dass man im Winter Schnee fallen sieht, im Sommer aber Regen, hat scheinbar bewirkt, dass man sehr ungerne glauben wollte, dass in der Atmosphäre flüssiges Wasser unter  $0^{\circ}$  im Allgemeinen existieren kann, und ich glaube mit vollem Rechte. Wenn die Meteorologie als exakte Wissenschaft existieren soll, muss man gegen die vielen mehr oder minder gut gestützten Hypothesen kritisch sein.

<sup>1</sup> Ch. RITTER, Particules aqueuses non congelées, qui constituent les Nuages et les vapeurs dites vésiculaires, Annuaire de la Soc. météor. de France Tome 33, 1885. Referiert in Met. Zeitchr. 6. 1889 S. (25).

<sup>2</sup> OLTRAMARE, Notice sur la Constitution des Nuages & la Formation de la Grêle, Arch. des Science Phys. et Nat. Troisième Période, Tome 1, Genève 1879.

<sup>3</sup> JUHLIN, Bihang till Sv. Vetensk. Ak. Handl. 17. Avd. 1. Nr 1, 1891.

Freilich hatte man in den Beobachtungen des weissen Nebelbogens ein Mittel, nach dem man hätte beurteilen können, ob man es mit einem Nebel aus Wasser oder aus Eis zu tun hatte. Indessen gibt es andere ähnliche Gebilde, die in Eiskristallwolken entstehen können. Diese machen es notwendig, den Nebelbogen zu messen, um ihn als Kriterium von Tröpfchen anzuführen. Dies wurde indessen nicht immer gemacht. EXNER<sup>1</sup> führt nur eine genaue Messung und Beschreibung eines Nebelbogens unter 0° von dem schwedischen Professor CARLHEIM-GYLLENSKÖLD an, die bei -14° ausgeführt wurde und ein absolut bindender Beweis dafür ist, dass die Nebelbank, in der er entstand, von Wassentröpfchen gebildet war. Ich selbst habe auf dem PÄRTETJÄKKÖ<sup>2</sup> bei -13.7° einen Nebelbogen grob gemessen und beschrieben. Auch dieser war unzweifelhaft in einem Tröpfchennebel gebildet. Die Farbenverteilung schliesst nämlich die Möglichkeit aus dass er in einem Eisnebel gebildet war.

#### Messungen in Cirrus und Altostratus.

**Allgemeine Bemerkungen.** In diesen Zusammenhang gehören logisch die Messungen, die in Cirrus und Altostratus ausgeführt wurden.

In der letzten Zeit gelangte G. C. SIMPSON<sup>3</sup> durch Forschungen in der Antarktis zu der Ansicht, dass Kränze in Eiswolken nicht entstehen können. Als Beleg hierfür führt er die Orientierung von Eisnadeln und die Brechungsverhältnisse in diesen an.

Obgleich die Eisnadeln überwiegend horizontal orientiert sind, befinden sie sich nichtsdestoweniger in unaufhörlichen Schwingungen, weshalb es wohl denkbar ist, dass ein kreisförmiger Kranz entstehen kann. Wie aber auch SIMPSON hervorhebt, dürfte man wohl vertikal über und unter der Lichtquelle Konzentrationen von Farben erwarten können.

Ob die Brechungsverhältnisse der Kristalle das Interferenzbild in hohem Grade und in welcher Richtung beeinflussen, kann nach der Ansicht SIMPSONS erst durch theoretische Untersuchungen klargelegt werden. Indessen erscheint mir dieser Einwand äusserst interessant.

Der scharfe Angriff, den SIMPSON gegen den Standpunkt PERNTERS richtet, ist in gewissem Masse berechtigt. Dieser zieht aus dem Umstande, dass er in Cirrus Kränze beobachtet hat, ohne weiters den Schluss, dass Kränze in Eiswolken entstehen können, und zwar schöner als in Wasserwolken. Wenn man einmal — und nur einmal — bewiesen hat, dass Wassentröpfchen weit unter 0° eine Wolke bilden können, so ist man wohl kaum berechtigt, aus dem Vorhandensein von Kränzen in Cirren den Schluss zu ziehen, dass sie in Eiswolken gebildet sind.

Nach der Theorie muss die Intensität der Maxima bei Kränzen in Wasserwolken schneller abnehmen als bei Kränzen in Eiswolken. In Übereinstimmung damit schreibt

EXNER in direktem Gegensatz zu der Ansicht von SIMPSON: »PERNTER erinnert sich nicht, bei Mondschein auf Wolken, welche offenbar aus Wassentröpfchen bestanden, je einen schönen Kranz gesehen zu haben, es zeigte sich fast ausnahmlos nur die Aureole und falls ein Satz farbiger Ringe sich anschloss, waren die letzteren so schwach dass man sie kaum bemerkte. Dafür sah er auf wahrscheinlich aus Eiskristallen bestehendem Zirrusgewölke den Mond meist von schönen zwei- oder dreifachen Kränzen umgeben. Auf Bergen sind diese Erscheinungen wohl zu modifizieren.« Hieraus zieht auch EXNER den Schluss, dass Eiswolken schönere Kränze geben können als Wasserwolken (S. 487 l. c.)

Wenn als ein absolutes Kriterium des Vorhandenseins einer Eiswolke die Halos betrachtet werden, so steht diese Erfahrung in einem höchst überraschenden Gegensatze zu meinen Beobachtungen. Im Cirrus und Altostratus, in denen hier Halos auftreten, habe ich niemals einen Kranz gesehen, den ich schön nennen möchte. Es kam vor, dass ich zwei, aber *niemals* drei Ringe sah, in den meisten Fällen aber sah ich nur eine bleichrote Aureole, die vielleicht zuweilen von einem schmalen braunroten Ringe begrenzt war. Dieser rote Ring ist meistens ausserordentlich schwer zu sehen. Ausser diesem Ringe sieht man da oft ein Feld mit schwach grüner oder blaugrüner Farbe. Indessen findet man auch in diesen hohen Wolken zuweilen Kränze, die, wenn auch nicht schön, so doch messbar sind. Da die Kränze, die ich im Nebel und in niedrigen oder mittelhohen Wolken gemessen habe, unvergleichlich schöner waren, liegt es nahe anzunehmen, dass die Kränze, die PERNTER sah, auch in Wasserwolken gebildet waren.

#### Ergebnisse der Messungen.

Die Ergebnisse der Messungen im Cirrus und Altostratus werden in Tabelle 12 zusammengestellt. Den Messungen des ersten Ringes muss die grösste Bedeutung beigemessen werden. Die Temperaturen beziehen sich auf das Observatorium.

Alle diese Serien sind durch positive Unterschiede gekennzeichnet. Die Ringe waren, wie gesagt oft schwer zu sehen. Nur vier Messungen zeigen Unterschiede, die auf Tröpfchen deuten können, und zwar 1, 3, 4 und 7. Unter diesen scheint Nr. 1 recht deutlich auf eine Wasserwolke zu deuten. Nr. 4 ist deshalb bemerkenswert, weil die erste Hälfte (a) einen grossen Unterschied zwischen  $r_1$  und  $r_2$  und die zweite Hälfte (b) eine recht gute Übereinstimmung aufweist. Es ist wohl mit Rücksicht auf die vorhergehende Darlegung nicht zu kühn, folgende Erklärung zu versuchen. Man hatte ursprünglich eine Wasserwolke. Diese erfuhr eine innere Umbildung, so dass die Tröpfchen, vielleicht durch Zusammenfliessen, schnell wuchsen. Dabei trat ein Gefrieren ein. Die gebildeten Schneekristalle wuchsen wegen der Frostübersättigung durch Sublimation sehr schnell und erreichten die Fallgrösse, worauf sie aus der Wolke ausgeschieden wurden.

<sup>1</sup> PERNTER-EXNER, Meteor. Optik, zweite Aufl. l. c.

<sup>2</sup> H. KÖHLER, Studien über Nebelfrostabl. etc. l. c.

<sup>3</sup> G. C. SIMPSON, Coronæ and Iridescent clouds, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 38, No. 164 1912.

Tabelle 12.

Nr.	Dat.	$r_1$	$A_1$	$r_2$	$A_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\Delta$	$q$	$r_1 - r_2$	$\frac{100(r_1 - r_2)}{r_1}$	$P$	$t$	Anmerkungen.
1.	15/12-21	11.31	4	11.21	2	$\pm 0.450$	$\pm 0.070$	$\pm 0.421$	$+ 0.48 \pm 0.368$	$+ 0.06 \pm 0.211$	$+ 0.5 \pm 1.87$	0.29	$- 7.0^\circ$	〔 Cirrus.
2.	1/4-23	16.12	4	13.44	4	$\pm 0.698$	$\pm 0.507$	$\pm 0.615$	$+ 0.52 \pm 0.367$	$+ 2.68 \pm 0.308$	$+ 16.7 \pm 1.91$	0.27	$- 3.4^\circ$	〔 ,
3.	1/12-20	16.30	9	14.92	7	$\pm 1.452$	$\pm 0.410$	$\pm 1.579$	$- 0.15 \pm 0.325$	$+ 1.38 \pm 0.526$	$+ 8.5 \pm 3.23$	0.10	$- 0.2^\circ$	〔 Dünne Wolkenschleier, Meth. II.
4.	30/3-23	16.59	17	15.96	15	$\pm 0.897$	$\pm 0.618$	$\pm 0.366$	$+ 0.99 \pm 0.004$	$+ 0.68 \pm 0.089$	$+ 3.8 \pm 0.53$	3.56	$- 2.5^\circ$	〔 Cirrus: Die Serie zerlegt in a) und b).
a)		17.55	8	16.41	8	$\pm 0.963$	$\pm 0.455$	$\pm 0.871$	$+ 0.43 \pm 0.289$	$+ 1.14 \pm 0.308$	$+ 6.5 \pm 1.75$	0.33	—	
b)		15.74	9	15.45	7	$\pm 0.199$	$\pm 0.270$	$\pm 0.262$	$+ 0.55 \pm 0.234$	$+ 0.29 \pm 0.087$	$+ 1.8 \pm 0.56$	3.19	—	
5.	5/12-21	16.98	13	15.55	8	$\pm 1.565$	$\pm 1.609$	$\pm 1.361$	$+ 0.60 \pm 0.178$	$+ 1.43 \pm 0.378$	$+ 8.4 \pm 2.22$	0.20	$- 7.0^\circ$	〔 Cirrus.
6.	14/1-22	19.10	16	17.34	16	$\pm 1.944$	$\pm 1.162$	$\pm 1.080$	$+ 0.88 \pm 0.058$	$+ 1.76 \pm 0.270$	$+ 9.2 \pm 1.41$	0.50	$- 4.8^\circ$	〔 Altostratus. Undeutl. Halo.
7.	15/12-21	19.52	6	16.34	4	$\pm 0.949$	$\pm 0.363$	$\pm 1.064$	$- 0.18 \pm 0.394$	$+ 3.14 \pm 0.484$	$+ 16.1 \pm 2.23$	0.20	$7.0^\circ$	〔 Cirrus.
8.	30/3-23	20.68	18	17.97	17	$\pm 3.253$	$\pm 2.458$	$\pm 2.622$	$+ 0.59 \pm 0.150$	$+ 2.71 \pm 0.602$	$+ 13.1 \pm 2.91$	0.12	$+ 2.3^\circ$	〔 Altostratus Ring 2 sehr undeutl. Und. Halo.
9.	12/1-22	22.07	6	18.12	6	$\pm 1.023$	$\pm 0.951$	$\pm 1.581$	$- 0.28 \pm 0.376$	$+ 3.95 \pm 0.643$	$+ 17.9 \pm 2.10$	0.23	$- 7.4$	〔 Altostratus Halo, Ring 2 sehr undeutl.
10.	13/11-21	23.33	9	21.03	6	$\pm 4.646$	$\pm 3.574$	$\pm 2.465$	$+ 0.75 \pm 0.147$	$+ 2.30 \pm 0.908$	$+ 9.9 \pm 3.90$	0.67	$- 4.3$	〔 Cirrus.
11.	13/1-22	24.17	3	16.32	3	$\pm 1.184$	$\pm 1.288$	$\pm 2.472$	$- 1.00 \pm 0.000$	$+ 7.85 \pm 1.430$	$+ 32.5 \pm 5.91$	0.03	$- 4.0$	〔 Keine sichtbaren Wolken.
12.	13/1-22	25.10	2	21.35	2	$\pm 2.100$	$\pm 2.350$	$\pm 0.250$	$+ 1.00 \pm 0.000$	$+ 3.75 \pm 0.177$	$+ 14.9 \pm 0.71$	1.98	$- 4.5^\circ$	〔 , , , Ring 2 und.
13.	30/3-23	25.58	13	21.46	12	$\pm 1.369$	$\pm 0.983$	$\pm 1.643$	$+ 0.08 \pm 0.275$	$+ 4.12 \pm 0.455$	$+ 16.1 \pm 1.78$	0.32	$- 2.3$	〔 Altostratus.
14.	26/9-23	28.26	2	18.86	4	$\pm 1.888$	$\pm 1.016$	$\pm 2.699$	$- 0.96 \pm 0.043$	$+ 9.40 \pm 1.350$	$+ 33.2 \pm 4.77$	0.04	$- 3.6$	〔 Cirrus Halo.
15.	14/1-22	29.85	2	21.93	3	$\pm 0.850$	$\pm 0.759$	$\pm 1.572$	$- 0.96 \pm 0.042$	$+ 7.92 \pm 0.911$	$+ 26.5 \pm 3.05$	0.11	$- 4.8$	〔 , Methode II.
16.	12/3-22	31.45	2	21.12	4	$\pm 5.150$	$\pm 1.499$	$\pm 4.808$	$+ 0.37 \pm 0.482$	$+ 10.33 \pm 2.401$	$+ 32.8 \pm 7.67$	0.02	$- 10.7$	〔 Keine sichtbaren Wolken.
17.	12/11-21	43.44	5	28.30	2	$\pm 2.295$	$\pm 0.000$	$\pm 2.295$	$\pm 0.00 \pm 0.447$	$+ 15.14 \pm 1.026$	$+ 34.9 \pm 2.36$	0.18	$+ 2.8^\circ$	〔 Cirrus.
18.	11/1-22	46.23	3	29.32	4	$\pm 0.580$	$\pm 4.044$	$\pm 3.978$	$+ 0.22 \pm 0.476$	$+ 16.91 \pm 1.987$	$+ 36.6 \pm 4.30$	0.05	$- 12.2^\circ$	〔 Cirrus Halo.

Die anderen Messungen zeigen kolossale positive Unterschiede zwischen  $r_1$  und  $r_2$ . Ich betonte früher, dass man bei Schlussfolgerungen aus grossen positiven Abweichungen vorsichtig sein muss. Eine Beobachtung, die ich am 5. April 1923 machte, bewirkt, dass die Schlussfolgerungen aus diesen merkwürdigen Serien noch schwieriger werden.

Im Altostratus befand sich ein Kranz und eine Halo von  $22^\circ$ . Die Stärke der Halo wurde allmählich erhöht und gleichzeitig wurde der Kranz schwächer, bis er vollständig verschwand. In Verbindung mit der Tatsache, die ich hinreichend deutlich nachgewiesen zu haben glaube, dass es nämlich im Nebel, der von Wassertropfen besteht, immer Eiskristalle gibt, und dass recht grosse Mengen davon erforderlich sind, um eine bedeutende Störung der Messungsergebnisse hervorzurufen, ist es fraglich, ob nicht Halos in Wolken entstehen können, die neben Eiskristallen bedeutende Mengen von Wassertropfen enthalten. Um dies noch wahrscheinlicher zu machen seien folgende merkwürdige Beobachtungen schon hier erwähnt.

Am 4. November 1923 wurde die Serie 78 der Tabelle 7 um den Scheinwerfer ausgeführt. Diese wies eine gute Übereinstimmung zwischen  $r_1$  und  $r_2$  auf. Als die Serie, die 129 Einzelmessungen enthält, beinahe beendet war, trieb plötzlich eine Nebelpartie vorbei, aus der feine Eiskristalle in grossen Mengen fielen. Diese Partie leuchtete stark weiß und es entstand eine Kolonne, die zwar schwach, aber deutlich war. Gleichzeitig trat eine Verkleinerung des Kranzes ein. Nach etwas weniger als 4 Minuten war diese Nebelpartie verschwunden und der Kranz wurde gleichzeitig wieder beinahe so gross wie früher. Es ist notwendig, zu den vielen anderen Tabellen noch eine zu fügen, um diese Erscheinung einleuchtend darzustellen. Ich führe hier, Tabelle 13 an, und zwar sowohl die Messungen, die kurz vor dem Vorüber-

treiben als auch diejenigen nach dem Vorübertreiben ausgeführt wurden, und daneben die Messungen, die in der kristallhaltigen Nebelpartie ausgeführt wurden.

Tabelle 13.

$r_1$	$r_2$
14.54	14.68
14.37	14.39
Hier kam die kristallhaltige Nebelpartie	
12.80	12.79
12.87	13.84
Kolonne stärker, lichtschwache Ringe	
12.79	13.24
13.07	—
11.95	—
12.69	—
Vorübergetrieben	
13.68	13.28
13.68	—
14.05	—
Schluss der Serie.	

Drei Stunden nachher wurde die Serie 64 erhalten.  $r_2$  ist ebenso wie früher beim Auftreten von Kristallen in einem Tröpfchennebel zweimal zu gross ausgefallen. Wieso dies kommt, lässt sich nicht sicher beurteilen, da die Ringe undeutlich wurden. Die Verkleinerung des Radius wird späterhin ihre Erklärung finden.

Am 20. und 21. Nov. 1923 trieben plötzlich am Mond, um welchen diesmal Messungen in treibenden Nebelpartien ausgeführt wurden, einige Partien vorbei, die stark leuchtend wurden, und in welchen der Kranz ganz und gar verschwand. Diese Erscheinung beweist indessen nicht ohneweiters, dass diese Partien aus Eiskristallen bestanden oder dass sie solche enthielten, dann auch über  $0^\circ$  habe ich bei einer Gelegenheit, und zwar am 2. September 1923,  $t = + 4.7^\circ$ , eine ähnliche Beobachtung gemacht. Da trieb eine leuchtende Nebelpartie vorbei, in der die Ringe so undeutlich wurden, dass sie sich nicht messen liessen. Diese Erscheinung deutet augenschein-

lic' auf sich das die Verantwortliche eine grosse Anzahl  
verschiedene Träume erlassen erfüllt. Als jüngst Er-  
scheinungen da auf zurückzuführen sein. Nachdem  
Chiffre der Erbauer aber möchte ich klarber-  
ichten, daß ich vor mir hatte. Ein gewisser Ein-  
zelner der man zweifellos im Mordshaus bestar-  
ke. Hie auf seinem Hin- und her-Wirken, aber nun  
einer Spur du schaue die Blaue der Lübeck zu seinen  
ist er jetzt vor auch hier deutlich zu sehen.

Eltern man wie diese, die ist zu charakterisiiren  
vermocht ist, sind eben sehr als seltner. Aber es  
scheint, wir als kôrte man im Chinseigau, wo eine  
größere Krieger heimt, recht allgemein schintweise  
alle Tiere sind fröhlich und fröhlich sind. Das ist der grünen da existieren  
Opferden und fröhlich sind. Wenn sie einmal gebrochen sind, ist wahr-  
scheinlich, dass es wahrscheinlich ist, dass Umbüh-  
urten die am Observatorium bei niedriger Temperatur  
sich anstellen können, hier zur Bildung von  
Eiskristallen führen.

Wegen der Dialektologie und wegen der erwähnten  
Stütze ist es mir aus den optischen Messungen in  
Grenzen zu folgen, dass der Schluss zitiert, dass sie in Ei-  
wohl geprägt wurden, also nicht, dass diese im Ab-  
gerufenen nur aus Kristallen bestehen. Das Vorhanden-  
sein von Hälften beweist ohneweiter, dass Kristalle da-  
sind, es schliesst jedoch nicht aus, dass auch Tropf-  
chen vorhanden sind, von denen die Kränze stammen.  
Es lassen sich wenigstens zwei Messungen als  
Beleg für die Möglichkeit des Vorkommens von Tropfen  
vornehmen.

Ein Grund dafür, dass die Kränze in Cirrus und Altostratus eine Beugungsscheinung in Eiskristallen sein können, ist der, dass die Partikelchen immer so gross ausgetragen sind. Die grössten, in der Tabelle 12 sind namentlich in Nebel und niedrigen Wolken aufgetreten. Es ist ein wenig schwierig, sich vorzustellen, dass Tröpfchen so gross werden sollten als hier selbst über  $0^{\circ}$ .

Über die Größe der kleinen Kristalle wusste man sehr wenig. Nach den Messungen, die von FRIEDEMANN angemacht werden, hat man nur Kristalle von 0,1 zu 1,5 mm. Größe von 5000 gemessen. FRIEDEMANN

zu diesen Beobachtungen die Bemerkung hinzu, dass es  
in ~~herrn~~ sicherlich hunderte von dopp-kleinen Kritalle  
gibt. "Lüftiger" Weiss man indessen nichts. Die hier dar-  
gestellten Untersuchungen ergeben nun eben nicht dass  
der "Lüftiger" Whiteness der Sappo ungewöhnlich ein-  
sichtig.

## Einige mikroskopische Messungen von Kristallen.

Ich habe einige Kristalle gemessen und photographiert, die ich hier teilweise zu publizieren für zweckmässig habe, teils weil sie die öptischen Messer <sup>z. B.</sup> in Cirren etwas klareren können, als teils weil sie von mir in einer Grossenordnung sind, die bisher noch nicht in mikroskopischen Aufnahmen <sup>z. B.</sup> zu sehen ist.

Der kleine Kristall, wie aus der Luft auf die Auf-  
fangeplatte gekommen, ist von einer Diatomeen-  
wolke umgeben, die von einer kleinen, fast  
ernsthaften Wärmequelle erzeugt wird. Die  
Wärmequelle ist ein kleiner, ungefähr 1 cm  
großer Kristall, der aus einem kleinen  
Kreis, der aus einer Reihe von kleinen  
Kreisen besteht, besteht. Der Kristall ist  
schönere Aufnahmen davon zeigen, die  
man von den Tropen aus machen kann. Der  
kleiner Kristall besteht aus einer Reihe von  
25 Tropen, die aus einer Reihe von  
genommenen Tropen, die Beispiele von oben, (S. 91) geschiehen  
Satzwörtern sind. Auch hier ist  
Beispiel, aber mit Färbungen, die auf  
gemischt.  $t = -0.0$ . Durch diese  
einem Quadratmillimeter bei bestimmt ist  
abgeordnet. (S. 91)

### Schlussfolgerungen.

KAR. 2.

## Ergebnisse der Tropfenshammessenungen

## Feststellungen und Resultate.

Grundlage der Materialität. Nachdem oben nachgewiesen wurde, dass *Natür*. (*Satural*), *Stratocumulus* und *Altenwolken* etc. *Wolken* heissen, wenn sie Kreuze geben, kann das Material nach einem Vierpunkt-System abweichen. Die Vierpunkte zwischen *Natür*. und *Satural* kannen sich einem Berginsel nicht anders aufreihen lassen werden. Wenn in *Natür*. von *Satural* gesprochen

fel nach mehrjährigen Beobachtungen klein ist; sie treiben mit der Windgeschwindigkeit, die hier bei derselben Gelegenheit gemessen wird. Bei der Untersuchung der Abhängigkeit der Tröpfchengrösse von meteorologischen Faktoren werden daher Nebel und Stratus als gleichwertig behandelt.

Beim Studium der allgemeinen Tröpfchenverteilung werden sowohl Messungen in Nebel-Stratus als im Stratocumulus und Altocumulus zusammen behandelt.

**Bezeichnungen.** Bei der Behandlung des Materials gehe ich zu anderen Bezeichnungen der Tröpfchengrösse als den gewöhnlichen über. Anstatt  $r$  wird eine Grösse  $n$  berechnet, die vorläufig in folgender Weise definiert ist:

$$r = 8.820 \cdot 2^{\frac{n}{3}} \mu$$

8.820 wird die Basiszahl genannt und ist approximativ gewählt.

Der Grund einer solchen Veränderung ist der, dass beim Aufzeichnen von Häufigkeitskurven bemerkt wurde, dass gewisse Tröpfchengrösse ausgeprägte Maxima der Häufigkeit ergaben, Grösse, die auffallend oft in einer Serie, zuweilen ohne kontinuierliche Übergänge, auftraten. Es zeigte sich, dass diese Tröpfchengrösse Radien hatten,

die sich wie  $2^{\frac{n}{3}} (n = \pm 1, 2, 3 \dots)$  verhielten. Ich nenne die Gesamtheit solcher Tröpfchen eine Gruppe.

Um gleich von Anfang an die Bedeutung der Grösse  $n$  klarzulegen werden in diesem Kapitel durchwegs, auch dort, wo es nicht streng notwendig ist, die Werte von  $n$  angeführt. Das arithmetische Mittel von  $n$  entspricht dem geometrischen Mittel von  $r$ , wie aus folgender Formel ersichtlich ist.

$$\sqrt[4]{r_1 r_2 r_3 r_4 \dots r_A} = 8.820 \cdot \sqrt[3]{\frac{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_A}{3A}}$$

In der kleinen Tabelle 14 findet man den Zusammenhang zwischen  $r$  und  $n$ , für ganze Werte von  $n$  verwertet.

Tabelle 14.

$n$	$r$	$n$	$r$
-6	2.205 $\mu$	+1	11.113 $\mu$
-5	2.778	+2	14.001
-4	3.500	+3	17.640
-3	4.410	+4	22.225
-2	5.556	+5	28.002
-1	7.000	+6	35.280
0	8.820		

Wird die Basiszahl verändert, so liegt hierin betreffs  $n$  eine Verschiebung der Origo, d. h. ein Glied wird zu  $n$  zu legen oder von  $n$  zu ziehen sein. Diese Operation wird in der Tat in dieser Abhandlung vorgenommen. Die Zahl 8.820 wurde schon früher gewählt und sämtliche Rechnungen mit dieser Zahl von Anfang an vorgenommen. Daher benütze ich diese Basiszahl anstatt der später verwerteten wahrscheinlicheren Zahl. Dies führt auch den Vorteil mit sich, dass die Methoden klarer hervortreten.

Tabelle 15.

$n$	Mittlere Abw.	$n$	Mittlere Abw.
-4	0.029	+1	0.062
-3	0.031	+2	0.073
-2	0.036	+3	0.085
-1	0.044	+4	0.098
0	0.053	+5	0.115
		+6	0.131

Die mittlere Abweichung, die auf fehlerhafte Messungen zurückzuführen ist, ist in Tabelle 15 für einige ganze  $n$  angeführt.

Die Bezeichnungsmethode und die daraus folgende Berechnungsmethode hat ihren Vorteil darin, dass man augenblicklich sieht, ob zwei Radien sich wie

$$2^{\frac{n}{3}} (n = \pm 1, 2 \dots)$$

verhalten und darin, dass, wenn ein solches Verhältnis im Nebel wirklich vorkommt, man leicht und sicher einen exakten Wert der Basiszahl erhalten kann; ferner in anderen Berechnungsmethoden, die aus dem Folgenden hervorgehen.

Schliesslich werden in Tabelle 16 die prozentuellen Veränderungen von  $r$  für einige positive und negative Variationen von  $n$  angeführt.

Tabelle 16.

$Dn$	$\frac{Dr}{r} \cdot 100$	$Dn$	$\frac{Dr}{r} \cdot 100$
0.01	0.23	-0.01	-0.23
0.02	0.46	-0.02	-0.46
0.05	1.16	-0.05	-1.15
0.10	2.33	-0.10	-2.28
0.20	4.73	-0.20	-4.58
0.30	7.18	-0.30	-6.70
0.40	9.65	-0.40	-8.72
0.50	12.25	-0.50	-10.92
0.60	14.87	-0.60	-12.96
0.70	17.50	-0.70	-14.89
0.80	20.30	-0.80	-16.87
0.90	23.11	-0.90	-18.77
1.00	25.99	-1.00	-20.63

Mit Hilfe der Tabelle 14 können hieraus leicht alle Werte von  $r$ , die den späterhin anzuführenden Werten von  $n$  entsprechen, erhalten werden. Daher belaste ich nicht die vielen folgenden Tabellen mit noch einer Kolumnen für  $r$ .

### Berechnungsmethoden.

**Untersuchungsmethoden der Gruppen.** Es werde angenommen, dass man auf irgendeine Weise eine Gruppe konstatiert hat. Wenn man durch die Häufigkeitskurve einiger Serien ein Maximum für einen Wert, der der Gruppe angehört, gefunden hat, daneben aber einen Mittelwert dieser Serie verwertet hat, der der Gruppe nicht angehört, und man nach der Häufigkeitskurve vermuten kann, dass eine und nur eine andere Gruppe in diesen Serien gemischt sind, so kann für die neue Gruppe ein  $n$  gefunden werden. Diese Rechnungen werden besonders einfach, wenn gewisse Voraussetzungen gemacht werden können. Es werden folgende Definitionen gegeben.

$$\begin{aligned}
 A &= \text{Anzahl Messungen} \\
 a_i &= \text{eine gemessene Grösse von } n \\
 m &= \text{Mittelwert der Serien} \\
 a_i - m &= \delta_i \\
 \sum \delta_i^2 &= A \mu_2 = A \sigma^2 \\
 \sum \delta_i^3 &= A \mu_3 \\
 \sum \delta_i^4 &= A \mu_4
 \end{aligned}$$

Wenn man erwarten kann, dass die Werte um ein bestimmtes  $n = n_1$  herum nach der Fehlerkurve verteilt sind und daneben, dass die Werte um ein anderes  $n = n_2$  herum, das gleichzeitig erscheint, auch nach der Fehlerkurve, und zwar mit demselben  $\sigma$  verteilt sind, so kann man aus den obigen und folgenden Formeln gewisse Gleichungen aufstellen, die es ermöglichen, sowohl die beiden  $n_i$  und  $\sigma$  als auch die Anzahl Messungen von jeder Gruppe zu berechnen.

Man hat:

$$\begin{aligned}
 A_1 + A_2 &= A \\
 A_1 n_1 + A_2 n_2 &= Am \\
 n_2 &> n_1 \\
 \sum a_i + \sum a_j &= \sum a_i \\
 \sum (a_i - n_1)^2 &= A_1 \mu'_2 \\
 \sum (a_j - n_2)^2 &= A_2 \mu'_2 \\
 \sum (a_i - n_1)^3 &= 0 \\
 \sum (a_j - n_2)^3 &= 0 \\
 \sum (a_i - n_1)^4 &= A_1 \mu'_4 \\
 \sum (a_j - n_2)^4 &= A_2 \mu'_4 \\
 \sqrt{\mu'_2} &= \sigma_i
 \end{aligned}$$

Man findet unmittelbar:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= A \frac{n_2 - m}{n_2 - n_1} \\
 A_2 &= A \frac{m - n_1}{n_2 - n_1} \\
 4. \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot & \mu'_2 + (m - n_1)(n_2 - m) = \mu_2 \\
 5. \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot & (m - n_1)(n_2 - m)(n_1 + n_2 - 2m) = \mu_4 \\
 6. \quad \cdot \cdot \cdot & \mu'_4 + 6\mu'_2(n_2 - m)(m - n_1) + \frac{(n_2 - m)(m - n_1)}{n_2 - n_1} \\
 & [(m - n_1)^3 + (n_2 - m)^3] = \mu_4
 \end{aligned}$$

Für die Fehlerkurve, die Normalkurve, gilt:

$$\begin{aligned}
 A \mu'_2 &= \frac{A}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = A \sigma^2 \\
 A \mu'_4 &= \frac{A}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^4 \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 3A \sigma^4
 \end{aligned}$$

Daher:

$$\mu'_4 = 3\mu'^2$$

Mit Rücksicht darauf wird  $\mu'_2$  eliminiert und man erhält, wenn  $n_2 - m = x$  und  $m - n_1 = y$ :

$$xy(x-y)^3 - 2x^2y^2 = \mu_4 - 3\mu^2$$

$$xy(x-y) = \mu_3$$

Man setze ferner

$$\begin{aligned}
 xy &= \xi & x > 0 \\
 x - y &= \eta & y > 0
 \end{aligned}$$

und man erhält

$$7. \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \xi \eta^2 - 2\xi^2 = \mu_4 - 3\mu^2$$

$$8. \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \xi \eta = \mu_3$$

Aus 7 und 8 wird zuerst  $\eta$  eliminiert. Die so erhaltene Gleichung ergibt in allen folgenden Fällen mit einer Ausnahme nur eine reelle Wurzel von  $\xi$ . Im Ausnahmsfalle würden zwei Wurzeln von  $\xi$  negativ und eine positiv. Da sowohl  $x$  als  $y$  immer positiv sind und  $\xi = xy$ , so hat man nur einen brauchbaren Wurzel. Wegen dieser Umstände ist eine nähere Diskussion der Gleichungen unnötig.

Fehler in der Annahme von gleichem  $\sigma$ . Es ist wichtig, zu untersuchen, ob die Annahme von gleichem  $\sigma$  einen grossen Fehler in den endgültigen Werten von  $n_1$  und  $n_2$  verursacht. Der Fehler ist von den Konstanten  $\mu_2; \mu_3; \mu_4$  und  $m$  abhängig.

Bei der obigen Rechnung wurde angenommen, dass  $\mu'_2 = \frac{A_1 \mu'_{21} + A_2 \mu'_{22}}{A}$ , wobei  $\mu'_{21} = \mu'_{22} = \mu'_2$ . Wenn diese Bedingungen nicht erfüllt sind, wenn also  $\mu'_{22} - \mu'_{21} = \lambda$ , so hat man

$$\mu'_{21} = \mu'_2 - \frac{A_2}{A} \lambda$$

$$\mu'_{22} = \mu'_2 + \frac{A_1}{A} \lambda$$

Diese Werte von  $\mu'_{21}$  und  $\mu'_{22}$  werden in die generalisierten Gleichungen eingesetzt. Darauf wird  $\mu'_2$  eliminiert und man erhält Gleichungen, die den Zusammenhang zwischen  $m - n_1$ ,  $n_2 - m$  und  $\lambda$  ergeben. Sie haben, wenn man die Bezeichnungen beibehält, das folgende Aussehen

$$\begin{aligned}
 xy(x-y)^2 - 2x^2y^2 + \frac{6\lambda xy(x-y)}{x+y} + \frac{3\lambda xy}{(x+y)^3} &= \mu_4 - 3\mu^2 \\
 xy(x-y) + \frac{3\lambda xy}{x+y} &= \mu_3
 \end{aligned}$$

Für  $\lambda = 0$  hat man die früher behandelten Gleichungen. Für  $\lambda \neq 0$  können die Gleichungen absolviert und die Werte von  $x$  und  $y$  für gegebene Werte von  $\lambda$  bestimmt werden. Bei denselben Bezeichnungen wie oben erhält man:

$$\eta = \frac{\mu_3}{\xi} \pm \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\mu_3^2}{\xi^2} - \frac{3}{\xi} (a + \xi^2)}$$

Diese Gleichung stellt die Beziehung dar, die zwischen  $x - y$  und  $xy$  immer stattfinden muss. Ferner:

$$\lambda = \frac{(\mu_3 - \xi \eta) \sqrt{\eta^2 + 4\xi}}{3\xi}$$

Diese Gleichung gibt  $\lambda$  für entsprechende Werte von  $\xi$  und  $\eta$  an. Diese Gleichungen werden hier nicht generell diskutiert. Ergebnisse werden späterhin in Spezialfällen angeführt, die zeigen, dass die Annahme von gleichem  $\sigma$  auf  $n_1$  und  $n_2$  keinen grossen Einfluss ausübt,

und dass die Annahme berechtigt ist. Dabei werden  $\mu'_{21}; \mu'_{22}; A_1; A_2; n_1; n_2$  besonders angeführt.

Hat man noch mehrere mittlere  $n_i$ , um welche herum Werte gemessen werden, so können ähnliche Formeln entwickelt werden. Zwei  $A_i$  können dabei immer unmittelbar eliminiert werden, andere müssen durch Berechnung höherer Potenzen von  $\delta_i$  ermittelt werden. Ich will indessen hier keinen Gebrauch davon machen, da die Gleichungen sehr kompliziert werden, und verzichte darauf, sie hier aufzustellen.

Auf die obige Art und Weise kann man, wenn sich einmal die gemachten Voraussetzungen als wahrscheinlich erwiesen haben, eine Mischung von zwei  $n_i$  analytisch behandeln.

Bei Serien mit drei und vier Maxima werden ein, beziehungsweise zwei  $n$  approximativ bestimmt und nachher die beiden übrigen nach der dargelegten Methode verwertet. Die Ergebnisse werden für die Zuverlässigkeit sprechen.

Bei ähnlichen Berechnungsmethoden tritt der Vorteil,  $n$  und nicht  $r$  zu benutzen, scharf hervor. Wenn man z. B. gefunden hat, dass in einer Serie Maxima bei  $n_1 = -1.000$  und  $n_2 = -0.500$  und in einer anderen Serie Maxima bei  $n_1 = +2.000$  und  $n_2 = +2.500$  vorkommen, und die  $n$  dieser beiden Gruppen — wenn sie vorkommen — zu kennen wünscht, so können die Serien auf 0 und 0.5 reduziert werden und man kann so den Mittelwert der auf diese Art erhaltenen Serie berechnen, worauf die obige Methode benutzt werden kann, um  $n_1$  und  $n_2$  zu verwenden. Eine solche Verschiebung von Serien wird im Folgenden mehrmals angewendet.

**Mittelwertberechnung.** In dieser Arbeit werden Mittelwerte berechnet, das grösste Gewicht wird jedoch auf Häufigkeitskurven gelegt, die in grosser Anzahl gezeichnet werden. Bei der Mittelbildung aus den verschiedenen Jahren sind alle Serien, wie klein sie auch sind, als gleichwertig behandelt worden.

Bei der Untersuchung des Einflusses meteorologischer Faktoren auf die Tröpfchengrösse führe ich den Begriff Stabilität einer Grösse ein. Die Stabilität wird durch den Wert von  $\frac{A}{\sigma^2}$  einer Serie bestimmt.

Wenn also eine Serie sehr grosse Schwankungen der Grösse zeigt, wird ihr eine kleinere Bedeutung beigemessen als einer Serie mit kleiner Schwankung. Das Gewicht ist  $\frac{A}{\sigma^2}$ . Es ist wohl einleuchtend, dass ein Nebel oder ein treibender Stratus, bei dem die Tröpfchengrösse in ständigem Schwanken begriffen ist, nicht so charakteristisch für eine bestimmte Gelegenheit ist wie ein Nebel, der eine relativ konstante Tröpfchengrösse ergibt. Für definierte meteorologische Verhältnisse sind die Tröpfchengrösse charakteristisch, die da besonders stabil sind.

Wenn eine Anzahl von Serien Mittelwerte ergeben, die von derselben Grösse sind und diese Serien auch mittlere Abweichungen von den Mittelwerten haben, die etwa gleich gross sind, und man aus diesen Serien einen

Mittelwert neben der mittleren Abweichung um diesen Mittelwert wünscht, so verfährt man auf eine andere Art und Weise. Das Material wird in die kleinen Intervalle  $-0.187 < n_1 < -0.063, -0.062 < n < +0.062, +0.063 < n < 0.187$  u. s. w. eingeteilt. Die Anzahl Messungen in jedem Intervalle wird verwertet. Ein Intervall wird als 0 definiert und von diesem die anderen Intervall in Einheiten positiv, beziehungsweise negativ gerechnet. Aus der so gebildeten tabellarischen Aufstellung berechne ich nach bekannten Methoden<sup>1</sup> den Mittelwert und  $\sigma$ . Die so gefundene mittlere Abweichung, die als charakteristisch für den gefundenen Mittelwert betrachtet wird, hat eine Bedeutung für das Studium der Häufigkeit mehrerer vereinigter Serien und wird mit  $\sigma_h$  bezeichnet.

Ausser diesem Werte von  $\sigma$  berechne ich für solche Serien einen anderen, der von anderen Gesichtspunkten aus eine Bedeutung hat. Das für den nach obiger Methode berechneten Mittelwert charakteristische  $\sigma$  hängt natürlich in recht hohem Grade von der Schwankung der Mittelwerte von der einen Serie zur anderen ab. Will man indessen die mittlere Schwankung einer Tröpfchengrösse im Nebel bei einer bestimmten Gelegenheit kennen, so muss man auf eine andere Weise verfahren. In dieser Arbeit wird daher aus Serien mit nahezu gleich grossen  $n$  der Mittelwert von  $\sigma^2$  auf die gewöhnliche Art und Weise berechnet, nachdem jedem  $\sigma^2$  ein Gewicht gleich dem invertierten Betrag der mittleren Abweichung von  $\sigma^2$  beigelegt worden ist. Die mittlere Abweichung von  $\sigma$  ist  $\frac{\sigma}{\sqrt{2A}}$  und die von  $\sigma^2$  setze ich in Übereinstimmung damit gleich  $\frac{2\sigma^2}{\sqrt{2A}}$ .

Diese Abweichungen sind richtig, wenn die Abweichungen von  $n$  der Fehlerkurve folgen. Durch diese Methode wird den kleinsten  $\sigma$  das grösste Gewicht beigelegt. Dasselbe Verfahren wird für Serien benutzt, die nach 0 verschoben werden, d. h. die wie früher klar gelegt wurde auf dasselbe  $n$  reduziert werden. Das so berechnete  $\sigma$  wird  $\sigma_s$  geschrieben.

**Die Wahrscheinlichkeit von Unterschieden.** Es sei  $|\zeta|$  der absolute Unterschied zwischen zwei Grössen und  $\epsilon$  die mittlere Abweichung dieses Unterschiedes. Die Wahrscheinlichkeit  $W$ , dass dieser Unterschied gleich gross oder grösser sein wird, erhält man in folgender Weise

$$W = \frac{\frac{2A}{\epsilon\sqrt{2\pi}} \int_{|\zeta|}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\epsilon^2}} dx}{\frac{A}{\epsilon\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\epsilon^2}} dx} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{|\zeta|}{\epsilon}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad x_1 = \frac{x}{\epsilon}$$

**Häufigkeitskurven.** Beim Aufzeichnen der Häufigkeitskurven zum Studium der meteorologischen Faktoren wird in jeder Serie in Übereinstimmung mit der Mittelbildung die prozentuelle Anzahl in den Intervallen mit  $\frac{A}{\sigma^2}$

<sup>1</sup> G. Udny Yule, An Introduction to the Theory of Statistics, London 1917 u. a.

der Serie multipliziert. In diesem Falle, in dem ich nicht Mittelwerte aus der Häufigkeit berechne, und in dem vielleicht zuweilen nur eine geringe Anzahl von Serien benutzt werden muss, sind die Intervalle doppelt so gross wie die früher erwähnten gewählt.

Die Häufigkeitskurven aus den Serien, welche nahezu dieselben Tröpfchengrösse ergeben und die oben zur Mittelwerteberechnung angegeben wurden, werden sorgfältiger untersucht. Ich berechne für diese  $\mu_2$ ;  $\mu_3$ ;  $\mu_4$  und untersuche, welchen Typus<sup>1</sup> von Häufigkeitskurven man vor sich hat. Die Bedeutung einer solchen Untersuchung geht aus Folgendem hervor. Auf die Methode gehe ich nicht ein, sondern empfehle nur die zitierten Arbeiten. Es ist indessen notwendig, hier einige für die Theorie wichtige Grössen zu definieren.

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

$$\chi^2 = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{4(4\beta_2 - 3\beta_1)(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)}$$

Diese Grössen bestimmen die theoretische Kurve. Für die Normalkurve gilt, wie leicht einzusehen (S. 24),

$$\beta_1 = \chi^2 = 0 \quad \beta_2 = 3$$

Zur Berechnung des Fehlers aller dieser Grössen liefert Pearson Tabellen. In diesen findet man die wahrscheinliche Abweichung.<sup>2</sup> Ich gebe indessen hier die früher gebrauchte mittlere Abweichung an.

Ich will im Folgenden diese Gleichungen benutzen, um zu beurteilen, ob die Tröpfchenschwankungen der Normalkurve folgen.

Beim Aufzeichnen aller dieser Häufigkeitskurven wird die Anzahl auf 100 reduziert, die Ordinate also in Prozenten ausgedrückt. Die Ordinate ist immer die Häufigkeit und die Abszisse  $n$ .

**Prüfung der Güte einer theoretischen Kurve.** Es wird sich als nötig erweisen, die Güte der theoretischen Kurve zu kennen, d. h. die Genauigkeit, mit der diese die tatsächlichen Verhältnisse darstellt. Auch bei dieser Untersuchung folge ich der Darlegung des berühmten Statistiklers Professor Pearson.<sup>4</sup>

Die Wahrscheinlichkeit  $W$ , dass man eine gleich schlechte oder schlechtere Übereinstimmung zwischen einer theoretischen Kurve und der tatsächlich vorkommenden Häufigkeit finden wird, ist:

<sup>1</sup> Karl Pearson, Contribution to the Mathematical Theory of Evolution, Phil. Trans. of the Roy. Soc., London, Vol. 186, 1895. Siehe auch

W. Palin Elderton, Frequency-Curves and Correlation, London 1906, E. Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Dritte Aufl. Theil 2, S. 21 u. f. Berlin 1921.

<sup>2</sup> Karl Pearson, Tables for Statisticians and Biometricalians, Cambridge, University Press 1914.

<sup>3</sup> In der Nähe von kritischen Geraden wird der Fehler von  $\chi^2$  unbestimmt. Siehe K. Pearson, Tables etc. l. c.

<sup>4</sup> Karl Pearson F. R. S., On the Criterion that a given System of Deviations from the Probable in the Case of a Correlated System of Variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from Random Sampling, Philos. Magazine and Journ. of Science, Vol. 50, Serie 5, 1900.

Siehe auch P. Elderton, Frequency-Curves etc. l. c.

$$W = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} x^{n-1} dx}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} x^{n-1} dx}; \quad x^2 = \frac{\sum (m_i - m_j)^2}{m_j}$$

$m_i$  = beobachtete Werte,

$m_j$  = berechnete Werte,

wenn  $n$  gleich der Anzahl beobachteter Häufigkeiten, hier also gleich der Anzahl Intervalle ist, in denen Messungen vorkommen.

Da  $x^2$  und  $n$  bekannt sind, gibt Pearson<sup>1</sup> von Palm Elderton berechnete Tabellen für  $W$  wieder.

Da hier überall, wo dieses Kriterium benutzt wird, die Anzahl auf 100 reduziert ist, muss  $x^2$  folgendermassen ausgedrückt werden.

$$x^2 = \frac{A}{100} \cdot \frac{\sum (m_i - m_j)^2}{m_j}$$

#### Anzahl Messungen und Mittelwerte.

Die Verteilung der Messungen über die vier Jahre (Tabelle 17) ist recht unregelmässig. Man bemerkt, wie die Anzahl Einzelmessungen in jeder Serie von Jahr zu Jahr erhöht wurde. Die Anzahl Messungen in einer Serie ist erstens davon abhängig, wie klar die Ringe waren (je klarere Ringe, desto mehr Messungen), zweitens davon, ob der Nebel oder die Wolke zu dicht war oder aufgelöst wurde. In diesen Fällen wurde natürlich die Serie von selbst unterbrochen.

Im Laufe der Zeit bemerkte ich, wie sich die Probleme häuften und wie Probleme, deren Klarlegung ich im Anfang nicht hinreichend kühn war, mit meiner Methode anzustreben, durch die Messungen in ein klareres Licht gestellt wurden. So versuchte ich immer längere Serien zu erhalten. Am Ende des Jahres 1923 versuchte ich mindestens 100 Messungen in jeder Serie auszuführen. Es ist jedoch eine sehr anstrengende Arbeit, 100 Messungen mit gleich grosser Geschwindigkeit (höchstens 30 Sek. zwischen jeder Ablesung) auszuführen; daher gelangen sie in ruhigem Nebel nicht immer. In treibenden Nebelpartien schaffen die Verhältnisse selbst Pausen und bei einer solchen Gelegenheit habe ich über 400 Messungen ausgeführt.

Die Temperatur  $t$  und die Windgeschwindigkeit  $W-g$  die für Stratocumulus und Altocumulus angegeben sind, beziehen sich hier wie auch sonst überall in dieser Abhandlung, auf das Observatorium.

Zu bemerken ist, dass  $n$  unter  $0^{\circ}$  von 1920 bis 1923 im Durchschnitt stetig abnimmt. Dies deutet darauf hin, dass man es mit einer Periodizität der mittleren Tröpfchengrösse zu tun hat, eine Andeutung, die wirklich eines näheren Studiums wert ist.

Der Grössenunterschied zwischen Messungen über und unter  $0^{\circ}$  ist wegen der grossen Schwankung zufällig.

<sup>1</sup> Karl Pearson, Tables for Statisticians etc. l. c.

Tabelle 17.

N e b e l u. S t r a t u s ü b e r 0°								N e b e l u. S t r a t u s u n t e r 0°							
Jahr	Mittelwert von $n$	Anzahl Serien	Anzahl Einzel-messun- gen	Obere Grenze	Untere Grenze	Mittel-wert von $t$	Mittel-wert von $W-g$	Jahr	Mittelwert von $n$	Anzahl Serien	Anzahl Einzel-messun- gen	Obere Grenze	Untere Grenze	Mittel-wert von $t$	Mittel-wert von $W-g$
1920 . .	+0.279	12	211	+5.75	-3.16	+3.0°	11.4 m/s	1920 . .	+1.810	13	155	+5.08	-2.51	-4.1°	6.9 m/s
1921 . .	-0.043	21	453	+4.00	-4.53	+2.4°	8.9	1921 . .	+0.898	38	940	+4.94	-3.88	-6.9°	8.3
1922 . .	-1.376	3	33	+0.26	-2.79	+4.8°	15.0	1922 . .	+0.294	25	657	+4.09	-4.36	-9.7°	6.9
1923 . .	-0.039	26	1736	+3.35	-5.82	+2.4°	9.0	1923 . .	-0.282	68	4160	+4.67	-5.08	-6.7°	8.5
Summe	—	62	2433	—	—	—	—	—	144	5912	—	—	—	—	—
Mittel	-0.043	—	—	—	—	+2.8°	9.7 m/s	—	+0.319	—	—	—	—	-7.0°	8.0 m/s

S t r a t o - C u m u l u s							A l t o - C u m u l u s								
	Mittel-wert von $n$	Anzahl Serien	Anzahl Einzel-messun- gen	Obere Grenze	Untere Grenze	Mittel-wert von $t$	Mittel-wert von $W-g$		Mittel-wert von $n$	Anzahl Serien	Anzahl Einzel-messun- gen	Obere Grenze	Untere Grenze	Mittel-wert von $t$	Mittel-wert von $W-g$
	+0.222	29	789	+4.94	-2.56	-10.3°	6.7 m/s		-1.21	22	283	+3.24	-4.47	-4.6°	7.6 m/s

Ausser diesen Serien sind bei verschiedenen Gelegenheiten 6 Serien über  $0^\circ$  mit dem Mittelwerte  $-0.313$  und 47 serien unter  $0^\circ$  mit dem Mittelwerte  $+0.198$  ausgeführt worden. Da diese jedesmal nur ein bis drei Messungen enthalten, werden sie nicht in die allgemeine Analyse einbezogen. Sie deuten in dieselbe Richtung wie die anderen, grösseren Serien.

#### Abhängigkeit der Tröpfchengrösse von einigen meteorologischen Faktoren.

1. Temperatur und Windgeschwindigkeit. Die Stabilität (S. 25) der verschiedenen Tröpfchengrösse und die Mittelwerte aus Serien mit gleichen Gewichten sind für verschiedene Windgeschwindigkeiten und Temperaturen in der Doppeltablett 18 zusammengestellt. Die Abhängigkeit der Stabilität der Tröpfchengrösse von der Windgeschwindigkeit ist augenscheinlich. Besonderer Aufmerksamkeit ist der Umstand wert, dass in Temperaturintervallen im Mittel eine sprungweise Abnahme der Tröpfchengrösse eintritt, sobald die Windgeschwindigkeit über  $0^\circ$  12 m/s und unter  $0^\circ$  8 m/s erreicht hat. Der Korrelationskoeffizient der stabilsten Tröpfchen in ihrer Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit beträgt  $-0.48 \pm 0.002$ . Dieser Korrelationskoeffizient ist nach der Methode von Yule<sup>1</sup> verwertet, wobei,  $n$  in Intervalle von  $-0.5$  bis  $+0.5$  u. s. w. eingeteilt wurde. Dieser Koeffizient zeigt klar, dass die Stabilitätsgrösse bei wachsender Windgeschwindigkeit abnimmt.

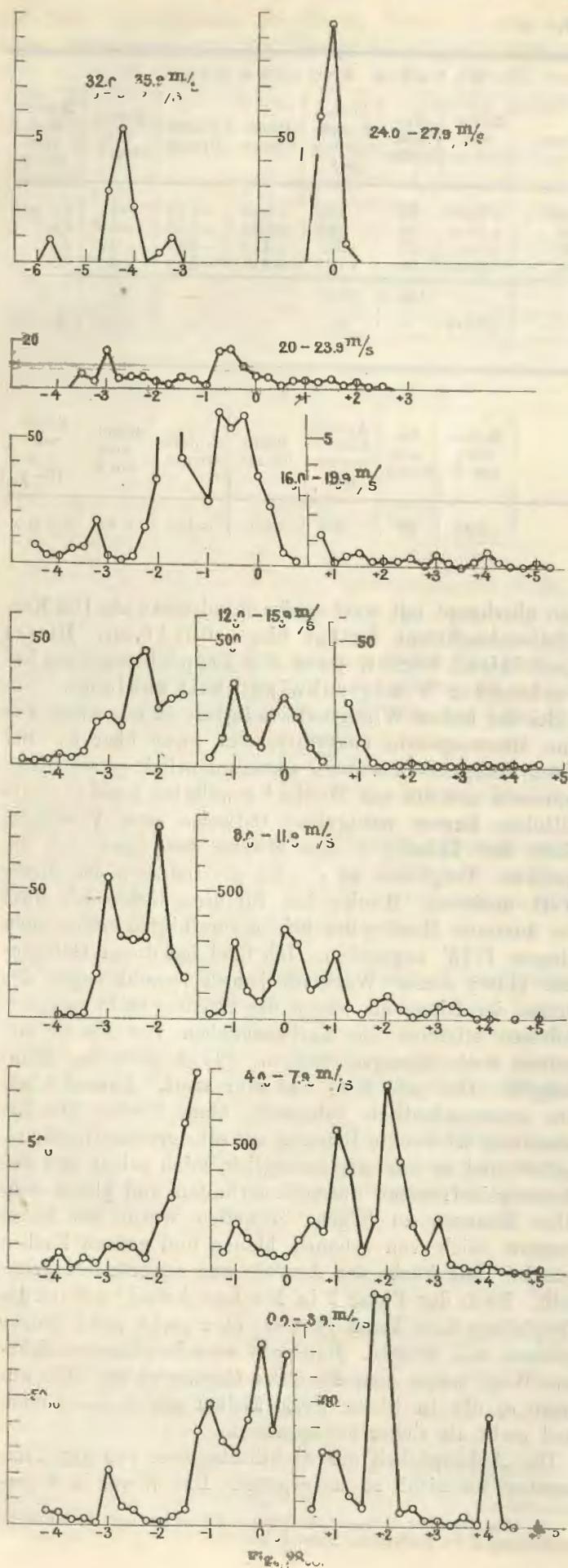
Die aus Serien mit gleichen Gewichten gebildeten Werte zeigen auch eine deutliche Abnahme mit wachsender Windgeschwindigkeit. Die Tröpfchengrösse nimmt

also überhaupt mit wachsender Windstärke ab. Der Korrelationskoeffizient beträgt hier  $-0.32 \pm 0.063$ . Dieser Koeffizient ergibt, dass die Tröpfchengrösse bei wachsender Windgeschwindigkeit abnimmt.

Bei der hohen Windgeschwindigkeit 32 m/s wurde nur eine Messungsserie ausgeführt, und zwar über  $0^\circ$ . Bei dieser Gelegenheit wurden ausserordentlich grosse Ringe gemessen und die von Mecke<sup>1</sup> erwähnten Brechungsverhältnisse kamen wenigstens teilweise zum Vorschein. Nach der Tabelle 5 von Mecke berechnete ich die kleinsten Tröpfchen zu  $r = 2.3 \mu$ . Indessen ist dieser Wert unsicher. Mecke hat für diese Grösse als Mass des äusseren Randes der beiden vereinigten ersten roten Ringen 1715' angegeben. Ich fand bei dieser Gelegenheit 11°03'; dieser Wert ist jedoch sowohl wegen der Grösse der Ringe als wegen des Sturmes recht unsicher. Indessen stimmen die Farbenangaben von Mecke mit meinen Beobachtungen überein. Die Aureole war grünlichgelb. Der rote Ring war sehr breit. Darauf folgte eine ausserordentlich lichtstarke blaue Farbe. Die Erscheinung schwankte indessen mit sehr grosser Geschwindigkeit und es war mir unmöglich, mich selbst und das Messungsinstrument aufrechtzuerhalten und gleichzeitig allen Nuancen zu folgen. Zuweilen wurde der Nebel ringsum mich von schönen blauen und grünen Farben gefärbt. Die Farbe der Aureole war unverändert grünlichgelb. Nach der Figur 7 in Meckes Arbeit<sup>1</sup> scheint die Tröpfchengrösse kaum grösser, aber recht wohl kleiner gewesen sein können. Man geht wahrscheinlich den sicherren Weg, wenn man die obere Grenze wählt. Die anderen  $n$ , die in dieser Serie kleiner als  $n = -4$  sind, sind nicht als sicher nachgewiesen.

Die Abhängigkeit der Stabilitätsgrösse von der Temperatur ist nicht so ausgeprägt. Die Werte in Klam-

<sup>1</sup> Mecke, Experimentell und theoreatisch Untersuchungen über Kranzerscheinungen im homogenen Nebel 1. c.



mern zeigen eine Abhangigkeit, und zwar eine recht  
eigentumliche, der die Gresser anfangen was sen. im  
nach = 7.0 Schritt zu steigen. Dieser Zusammensetzung  
ergibt keinen Verlust von Be-  
deutung.

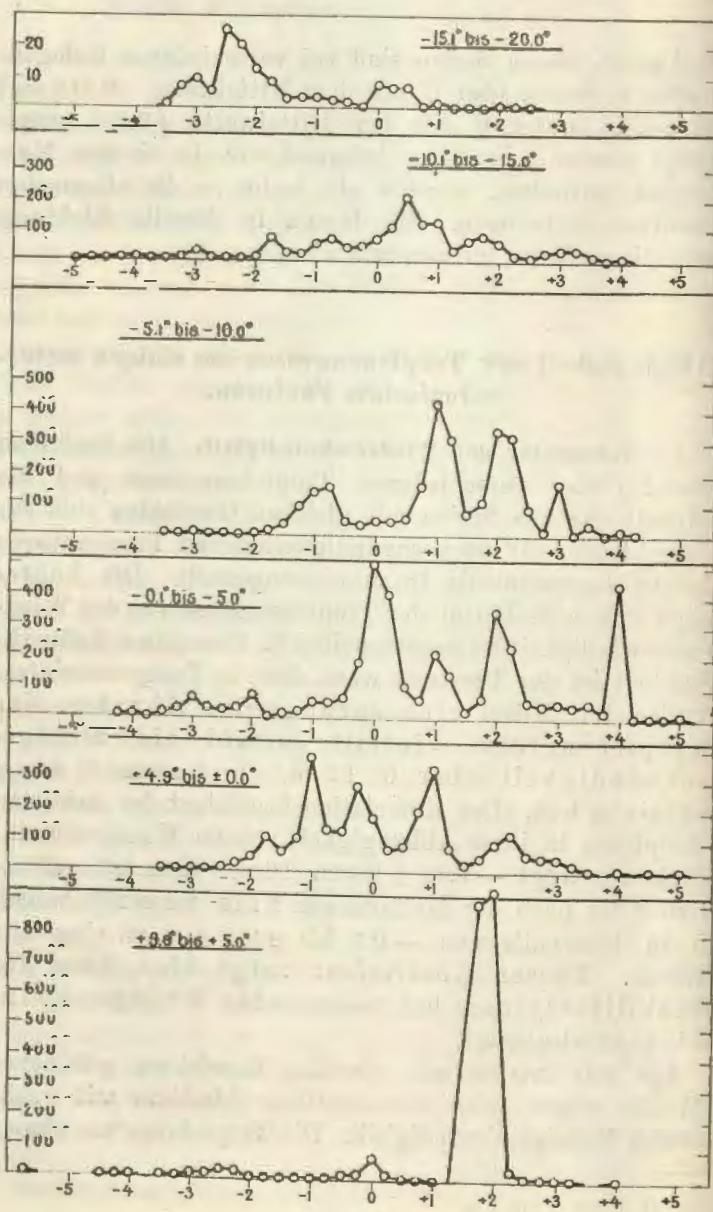


Fig. 29

Fig. 28. 1:o. Aus diesen Kurven sieht man sehr gut, wie die Stabilität bei wachsender Windstärke gegen die kleinen Tröpfchen verschoben wird.

2:o. Weiter findet man grosse Maxima in den Intervallen, deren Mittelgerade von den ganzen Zahlen repräsentiert wird. Diese Maxima sind besonders stark ausgeprägt im Windgeschwindigkeitsintervalle 8.0—11.9 m/s. Schon im Intervalle 12.0—15.9 m/s werden sie ein wenig verwischt, um im nächsten Intervalle bei grossen Tröpfchen nur in geringem Grade zu erscheinen. Bei der Windgeschwindigkeit 32 m/s hat man eine Verteilung, bei der die Stabilität am grössten ist bei  $n = -4.25$  und  $n = -3.25$ , deren Unterschied gleich 1 ist. Man findet ausser den Maxima bei ganzen  $n$  eine schwache Tendenz zur Maximalbildung in der Mitte zwischen den ganzen Zahlen.

Fig. 29. 1:o. Man findet keine ausgeprägte Veränderung der Tröpfchengrösse mit der Temperatur.

2:o. Man findet auch in den verschiedenen Temperaturintervallen die grösste Stabilität bei ganz-zahligen  $n$  mit Ausnahme der beiden niedrigsten Temperaturen, bei denen man freilich eine Tendenz zur Maximalbildung für diese Grössen bemerken kann, bei denen aber die zwischen den ganzen Zahlen überwiegen.

### Windrichtung.

Die Untersuchung der Einflüsse der Windrichtung auf die Tröpfchengrösse ist mit Rücksicht auf die topographischen Verhältnisse ringsum das Observatorium vorgenommen worden. Die Untersuchung wurde nur mit Rücksicht auf die Stabilität ausgeführt. Von NW bis S über W hat man Gebirge in einem Abstande von 3 bis 4 km., die teilweise höher sind als der Observatoriumsgipfel. Von S bis NW über E hat man dagegen ein niedrigeres Bergland. Wegen dieser topographischen Verhältnisse und der daraus folgenden Turbulenzverhältnisse der Luft habe ich die Messungen in Stratus und Nebel in zwei Teile zerlegt. 1:o. Messungen bei westlichen Winden, 2:o. Messungen bei östlichen Winden.

Das Ergebnis wird in Tabelle 19 angegeben. Man findet keinen sehr ausgeprägten Unterschied, obgleich man bei Westwinden eine Tendenz zu grösseren Tröpfchen finden kann. Das Material ist nicht genügend gross, um ein exaktes Ergebnis des kleinen Unterschiedes zu liefern. Bei beiden Windrichtungen findet man eine Abnahme der Tröpfchengrösse mit wachsender Windstärke.

Die Häufigkeitskurven für die beiden Windrichtungen bei verschiedenen Geschwindigkeiten sind in Fig. 30 angegeben. Bei den Westwinden sind die Kurven ausgezogen. Die Kurven für die Windgeschwindigkeitsintervalle über 20 m/s sind identisch mit denjenigen in Fig. 28, und bei diesen Windgeschwindigkeiten sind keine Messungen bei E-Winden ausgeführt worden. Die Stabilität ist bei ganzzahligen  $n$  für E-Winde etwas grösser, ist indessen auch bei Westwinden bemerkbar.

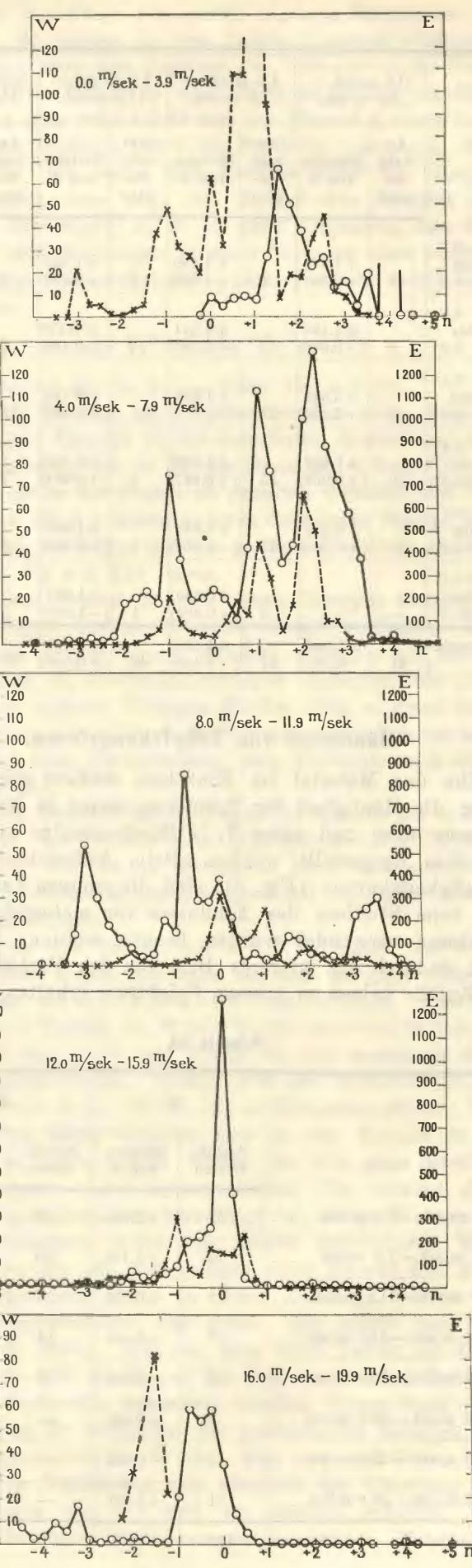


Fig. 30.

Tabelle 18.

	0.0 m/sek.—3.9 m/sek.		4.0 m/sek.—7.9 m/sek.		8.0 m/sek.—11.9 m/sek.		12.0 m/sek.—15.9 m/sek.		16.0 m/sek.—19.9 m/sek.		20.0 m/sek.—23.9 m/sek.		24.0 m/sek.—27.9 m/sek.		32.0 m/sek.—35.9 m/sek.		Summe	
	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$
+ 9.9° bis + 5.0°	4	+ 1.844 (-0.201)	3	+ 1.489 (+ 1.394)	2	+ 1.782 (+ 0.413)	2	- 0.712 (- 1.180)	1	- 2.352 (- 2.352)	—	—	—	—	1	- 4.260 (- 4.260)	13	+ 1.610 (- 0.367)
+ 4.9° bis ± 0.0°	8	+ 1.106 (+ 0.900)	15	+ 1.511 (+ 0.288)	12	+ 0.578 (+ 0.168)	3	- 0.871 (- 0.958)	4	- 1.188 (- 1.700)	6	- 0.724 (- 0.292)	1	- 0.049 (- 0.049)	—	—	49	+ 0.194 (+ 0.042)
- 0.1° bis - 5.0°	7	+ 3.518 (+ 2.205)	18	+ 1.539 (+ 0.615)	15	+ 0.188 (+ 0.488)	13	- 0.096 (- 0.357)	7	- 0.342 (+ 0.135)	3	- 1.655 (- 1.312)	—	—	—	—	63	+ 1.077 (+ 0.416)
- 5.1° bis - 10.0°	10	+ 1.032 (+ 0.962)	15	+ 1.293 (+ 0.887)	8	+ 0.158 (+ 0.664)	7	- 0.034 (+ 0.239)	2	- 0.442 (- 0.244)	—	—	—	—	—	—	42	+ 1.036 (+ 0.701)
- 10.1° bis - 15.0°	12	+ 0.632 (+ 0.066)	13	+ 0.396 (- 0.050)	4	+ 1.607 (+ 0.698)	2	- 1.445 (- 2.148)	1	- 1.731 (- 1.731)	—	—	—	—	—	—	32	+ 0.361 (- 0.097)
- 15.1° bis - 20.0°	—	—	3	+ 0.325 (+ 0.392)	1	- 1.221 (- 1.221)	2	- 2.312 (- 1.896)	—	—	—	—	—	—	—	—	6	- 1.709 (- 0.639)
Summe	41	+ 1.693 (+ 0.787)	67	+ 1.258 (+ 0.499)	42	+ 0.492 (+ 0.406)	29	- 0.642 (- 0.562)	15	- 1.076 (- 0.696)	9	- 1.085 (- 0.632)	1	- 0.049 (- 0.049)	1	- 4.260 (- 4.260)	205	+ 0.862 (+ 0.224)

## Häufigkeit von Tröpfchengrössen.

Ehe das Material im Einzelnen studiert wird, muss kurz die Häufigkeit der Tröpfchengrössen in Nebel und Stratus über und unter 0°, in Stratocumulus und Altocumulus dargestellt werden. Beim Aufzeichnen dieser Häufigkeitskurven (Fig. 31) sind die grossen Intervalle, die beim Studium des Einflusses von meteorologischen Faktoren verwendet wurden, benutzt worden. Man erhält dadurch ein klareres Bild von den Verhältnissen, da Zufälle keinen so grossen Spielraum erhalten, wie bei

kleinen Intervallen, die übrigens im Folgenden immer verwendet werden. Bei der Bildung wird den Serien jenach ihrer Anzahl eine verschiedene Wichtigkeit beigemessen.

Bei allen Kurven findet man ausgeprägte Maxima bei ganzen  $n$  und daneben an verschiedenen Stellen weniger ausgeprägte bei  $n+0.500$ . Überhaupt haben alle Häufigkeitskurven dasselbe Aussehen.

Nach dieser Darlegung dürfte man berechtigt sein, das ganze Material unabhängig von der Temperatur und Wolkenart zu behandeln.

## Über die Gruppenverteilung.

Für das nähere Studium der Verteilung der Tröpfchengrössen, wie sie aus den Figuren 28—31 hervorgeht, werden zunächst einige Voraussetzungen gemacht.

1:o. Mit Rücksicht auf die berechneten mittleren Abweichungen wird eine Idealserie gewählt mit  $\sigma =$  etwa 0.160.

2:o. Für alle eventuellen Gruppen nehme ich dasselbe Ideale  $\sigma$  an.

3:o. Weiter wird vorläufig angenommen, dass man in einer Serie nur Tröpfchen aus zwei Gruppen haben kann, und dass der Unterschied zweier aufeinander folgender  $n$ ,  $n_1$  und  $n_2$  der beiden Gruppen gleich 0.500 ist. Diese Annahme wird mit Rücksicht auf die Figuren 28—31 gemacht.

Ich frage mich, wie gross die mittlere Abweichung einer Serie ist, in der man zwei Gruppen hat, die beide  $\sigma = 0.160$  haben. Die Beantwortung dieser Frage ist

	W		E	
	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$	Anzahl Serien	Mittelw. von $n$
0.0 m/sek.—3.9 m/sek...	15	+ 2.934	26	+ 1.354
4.0 m/sek.—7.9 m/sek...	37	+ 1.166	30	+ 1.222
8.0 m/sek.—11.9 m/sek...	19	- 0.229	23	+ 0.704
12.0 m/sek.—15.9 m/sek...	15	- 0.195	14	- 0.730
16.0 m/sek.—19.9 m/sek...	13	- 0.635	2	- 1.770
20.0 m/sek.—23.9 m/sek...	9	- 1.085	—	—
24.0 m/sek.—27.9 m/sek...	1	- 0.049	—	—
32.0 m/sek.—35.9 m/sek...	1	- 4.260	—	—
Summe	110	+ 0.901	95	+ 0.827

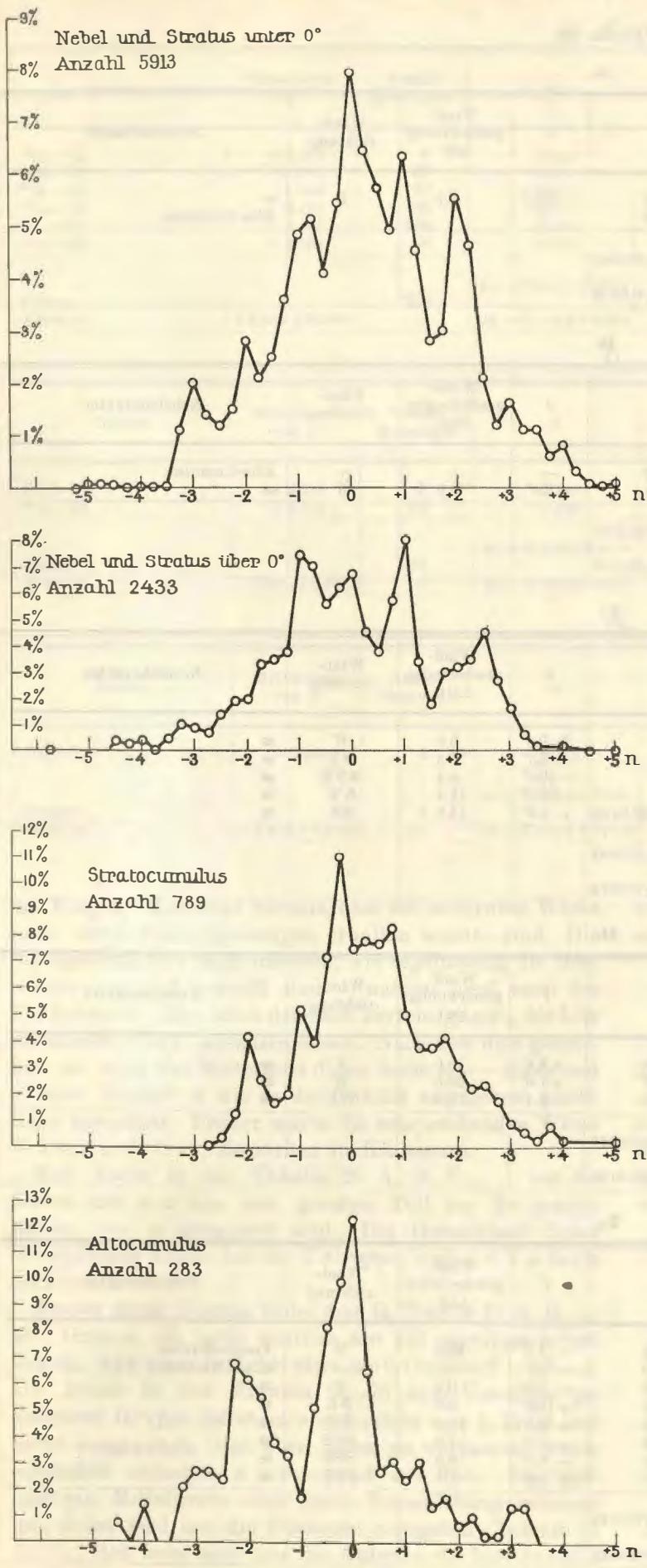


Fig. 31.

vom Verhältnis der Anzahl  $A_1$ , beziehungsweise  $A_2$ , von Messungen in den beiden Gruppen abhängig. Wenn man den Einfluss des Vorhandenseins einer zweiten Gruppe in einer Serie zu wissen wünscht, kann man sehr leicht aus der Formel 4 einen Ausdruck erhalten, der  $\sigma$  als Funktion von  $A_1/A_2$  darstellt. Ich suche den Einfluss unter der Voraussetzung, dass man von  $A_2$  nur eine Messung auf 20 Messungen,  $A$ , d. h. ganz allgemein, dass 5 % von den Messungen in einer Serie an einer zweiten Gruppe ausgeführt sind. Aus Formel 4 erhält man dann:

$$\mu_2 = \mu'_2 + (n_2 - n_1)^2 \cdot 0.475.$$

Daraus ist, da  $\sqrt{\mu'_2} = 0.160$ ,  $\sqrt{\mu_2} = 0.193$ .

Der Einfluss des Vorhandenseins einer solchen zweiten Gruppe in der erwähnten Anzahl auf den Mittelwert von  $n$  in der Serie ist  $< 0.02$ . Wenn ich jetzt die Serien zu erhalten wünsche, die weniger als 5 % dieser anderen definierten Gruppe enthalten, so wähle ich aus meinem Materiale alle Serien, die  $\sigma < 0.19$  haben.

Diese Serien können, wenn Gruppen überhaupt vorliegen andere Gruppen in sich schliessen. Indessen ist es meine Absicht zunächst zu untersuchen, ob überhaupt Gruppen vorliegen; die Einflüsse anderer Gruppen dürfen nicht so gross sein, dass sie eine solche Untersuchung unmöglich machen, wenn diese Untersuchung dem Materiale nach möglich ist.

Die Reinheit dieser Serien untersuche ich zuerst grob. Ich zeichne dabei Häufigkeitskurven für jede Serie. Bei diesem Verfahren kann man sehen, ob sich gewisse Messungen eventuell um andere Werte konzentrieren.

Von den Serien mit  $\sigma < 0.190$  haben nur zwei Serien Werte, die sich merkbar an einer anderen Stelle als dem Mittelwerte konzentrieren. Eine Serie in Tabelle 21 B hat Werte um  $n = 1$  (4 Werte) und um  $n = 0$  (ein Wert), die wir berechtigt sind auszuschliessen. Früher war der Mittelwert 0.464 und  $\sigma = 0.181$ , Werte, die in Klammern stehen. Die andere Serie befindet sich in der Tabelle 20 C. Diese hatte einige Werte, die sich ganz deutlich um  $n = -1.575$  konzentrierten. Um wirklich darzulegen, dass man berechtigt ist, solche Werte auszuschliessen, kann ich keinen deutlicheren Weg finden als ein Aufzeichnen einer Anzahl von Messungen der Serie in ihrer Zeitfolge neben der Häufigkeitskurve der Serie. Ich wähle dazu die letzte Serie. Ich tue dies umso lieber, als diese Kurve als ein Typus für Serien mit zwei Maxima die späterhin behandelt werden, dienen kann. In Figur 32 verbinden die gestrichelten Geraden die ausgeschlossenen Werte. Man sieht aus dieser zeitlichen Verteilung, wie plötzlich der Übergang der Werten um -1 und der anderen erfolgte. Die kreisrunden Markierungen bezeichnen Messungen

Tabelle 20.

A.

Datum	Mittelwert von $n$	Anzahl Messungen	$\sigma$	$t$	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
22/2 — 22. . . . .	-2.867	6	0.147	-13.0°	3.5	E	
27/11 — 23. . . . .	-2.957	8	0.169				Alto-Cumulus.
Summe . . . . .			$\sigma_s = 0.157 \pm 0.0300$				
Mittelw. . . . .	-2.920 $\pm$ 0.0438	—	$\sigma_h = 0.164 \pm 0.0310$				

B.

Datum	Mittelwert von $n$	Anzahl Messungen	$\sigma$	$t$	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
26/3 — 23. . . . .	-2.060	14	0.152	—	—	—	Alto-Cumulus.
25/10 — 23. . . . .	-2.056	30	0.181	-2.6°	8.0	N	≡
Summe . . . . .			$\sigma_s = 0.167 \pm 0.0180$				
Mittelw. . . . .	-2.057 $\pm$ 0.0259	—	$\sigma_h = 0.171 \pm 0.0179$				

C.

Datum	Mittelwert von $n$	Anzahl Messungen	$\sigma$	$t$	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
22/8 — 21. . . . .	-0.942	8	0.141	$\pm 0.0^{\circ}$	6.0	W	≡
26/9 — 21. . . . .	-0.967	9	0.175	$\pm 3.7^{\circ}$	6.3	NE	≡
11/4 — 22. . . . .	-1.055	22	0.169	-10.0°	0.4	ENE	≡
28/1 — 23. . . . .	-0.943	14	0.190	-10.5°	11.4	NW	≡
10/9 — 23. . . . .	-0.993 (-1.017)	115 (120)	0.149 (0.1619)	$\pm 1.0^{\circ}$	14.0	SE	≡
Summe . . . . .		168 (173)	$\sigma_s = 0.152 \pm 0.0084$				
Mittelw. . . . .	-0.990 $\pm$ 0.0111	—	$\sigma_h = 0.144 \pm 0.0079$				

D.

Datum	Mittelwert von $n$	Anzahl Messungen	$\sigma$	$t$	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
14/8 — 21. . . . .	+0.091	14	0.046	$\pm 8.0^{\circ}$	15.0	S	≡
20/9 — 21. . . . .	-0.049	22	0.117	$\pm 1.0^{\circ}$	26.0	W	≡
18/12 — 21. . . . .	+0.019	30	0.149	$\pm 3.1^{\circ}$	15.0	NE	≡
Summe . . . . .		66	$\sigma_s = 0.129 \pm 0.0130$				
Mittelw. . . . .	-0.008 $\pm$ 0.0186	—	$\sigma_h = 0.151 \pm 0.0131$				

E.

Datum	Mittelwert von $n$	Anzahl Messungen	$\sigma$	$t$	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
13/12 — 21. . . . .	+1.195	6	0.111	$\pm 4.5^{\circ}$	18.0	W	Fracto-Stratus.
5/1 — 23. . . . .	+0.901	7	0.190	$\pm 2.1^{\circ}$			Alto-Cumulus.
30/3 — 23. . . . .	+0.999	54	0.158	$\pm 9.0^{\circ}$	0.4	S	
23/4 — 23. . . . .	+0.841	61	0.139	$\pm 12.6^{\circ}$	3.0	NE	≡
11/10 — 23. . . . .	+0.941	84	0.166	$\pm 0.5^{\circ}$	10.5	SE	≡
12/10 — 23. . . . .	+1.094	88	0.149	$\pm 0.3^{\circ}$	7.0	SSE	≡
3/11 — 23. . . . .	+1.006	113	0.166	$\pm 4.5^{\circ}$	8.0	SSE	≡
4/11 — 23. . . . .	+1.109	89	0.160	$\pm 5.5^{\circ}$	7.5	ESE	≡
Summe . . . . .		502	$\sigma_s = 0.155 \pm 0.0045$				
Mittelw. . . . .	+1.006 $\pm$ 0.0082	—	$\sigma_h = 0.183 \pm 0.0058$				

## F.

Datum	Mittelwert von $n$	Anzahl Messungen	$\sigma$	$t$	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
25/8—21	+1.849	6	0.019	+5.7°	2.1	SE	≡
21/10—21	+1.945	37	0.181	-9.8°	5.0	E	≡
28/8—23	+1.949	37	0.161	+7.7°	9.4	SE	≡
20/10—23	+2.167	86	0.176	-4.6°	5.5	S	≡
4/11—23	+2.161	130	0.143	-5.8°	5.0	SSE	≡
4/11—23	+2.054	76	0.144	-4.6°	4.0	SSE	≡
Summe			$\sigma_s = 0.151 \pm 0.0058$				
Mittelw.	+2.066 ± 0.0091	372	$\sigma_h = 0.178 \pm 0.0064$				

## G.

Datum	Mittelwert von $n$	Anzahl Messungen	$\sigma$	$t$	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
19/4—21	+2.914	9	0.186	-7.3°	5.0	ESE	≡
16/8—23	+3.144	14	0.181	+1.8°	5.0	NE	≡
Summe			$\sigma_s = 0.183 \pm 0.0270$				
Mittelw.	+3.065 ± 0.0388	23	$\sigma_h = 0.186 \pm 0.0274$				

## H.

Datum	Mittelwert von $n$	Anzahl Messungen	$\sigma$	$t$	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
11/9—21	+3.956	4	0.031	-0.1°	2.0	SW	≡
Summe			$\sigma_s = 0.031 \pm 0.0105$				
Mittelw.	+3.956 ± 0.0155	4	$\sigma_h = 0.031 \pm 0.01096$				

am Ring 2. Man sieht hieraus, dass die entfernten Werte nicht durch Fehlermessungen erhalten worden sind. Die Häufigkeitskurve zeigt daneben, wie regelmässig die Messungen um  $-1$  verteilt sind — nahezu ideal nach der Fehlerkurve. Man muss demnach berechtigt sein, die hier erwähnten Werte auszuschliessen. Nach dem dies geschehen ist, wird der Mittelwert dieser Serie  $n = -0.993$  und  $\sigma$  nach Formel 4 wie in der Tabelle angegeben, gleich 0.149 berechnet. Früher waren die entsprechenden Werte  $-1.017$  und  $0.169$ ; sie stehen in Klammern.

Man findet in der Tabelle 20 A, B, C . . . wie die Serien mit  $\sigma < 0.19$  zum grössten Teil um die ganzen Zahlen von  $n$  gruppiert sind. Die Gesamtheit dieser Gruppierung nenne ich die *7-Gruppe*, weil  $r = 7$  darin vorkommt.

Ausser dieser Gruppe findet man in Tabelle 21 A, B, . . . eine Gruppe, die recht deutlich nur bei negativen  $n$  vorkommt, und zwar in A bei etwa  $n = -0.770$  ( $n = \pm 1, 2, 3 \dots$ ). Die früher in den Figuren 28—31 zum Vorschein gekommene Gruppe bei etwa  $n \pm 0.500$  ( $n = \pm 1, 2$ ) ist hier nicht ausgeprägt, liegt aber, wenn sie vorkommt, wahrscheinlich zwischen  $n + 0.40$  und  $n + 0.50$ . Die endgültigen Mittelwerte sind nach Verschiebung erhalten und daher sind nur die Dezimale angegeben (Tabelle 21 A, B). Ich habe also hier die Aufgabe, die hier deutlich

zum Vorschein kommenden Gruppen und die, welche nur angedeutet sind näher zu studieren.

## Über die 7-Gruppe.

In den Figuren sind Häufigkeitskurven von Serien aus der Tabelle 20 um  $n = -1, \pm 0, +1$  und  $+2$  gezeichnet (Fig. 33; 34; 35; 36). Daneben sind die Serien um  $n = -3, -2, \pm 0, +3$  und  $+4$  vereinigt und dann um dieselbe ganze Zahl,  $n = 0$ , die Häufigkeitskurve gezeichnet (Fig. 37). Selbständige Kurven um  $n = -3, -2, +3, +4$  zu zeichnen, wäre zwecklos, weil ihre Anzahl zu

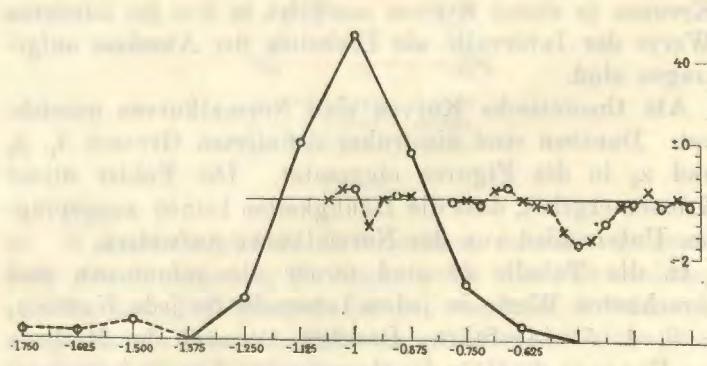


Fig. 32.

Tabelle 21.

A.

Datum	Mittelwert von n	Anzahl Messungen	$\sigma$	t	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
2/2 - 23	- 2.719	6	0.168	- 15.30	4.9	NNW	in Auflösung
1/1 - 23	- 1.731	5	0.175	- 10.10	16.5	S	
28/9 - 23	- 1.794	48	0.180	+ 2.2°	17.5	SSE	
23/12 - 21	- 0.771	16	0.144	- 14.0°	12.5	SSE	
Summe		75	$\sigma_s = 0.165 \pm 0.0139$				
Mittelw.	$- 1.770 \pm 0.0190$	—	$\sigma_h = 0.165 \pm 0.0134$				

B.

Datum	Mittelwert von n	Anzahl Messungen	$\sigma$	t	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
22/3 - 21	- 0.638	11	0.140	- 6.9°	9.7	SW	
3/10 - 23	- 0.613	13	0.188	—	—	—	Alto-Cumulus.
21/11 - 23	+ 0.451 (0.464)	97 (102)	0.143 (0.1812)	- 12.4°	5.5	ENE	
18/12 - 21	+ 1.393	7	0.144	—	—	—	Alto-Cumulus.
Summe		128	$\sigma_s = 0.145 \pm 0.0091$				
Mittelw.	$+ 1.426 \pm 0.0135$	—	$\sigma_h = 0.152 \pm 0.0095$				

C.

Datum	Mittelwert von n	Anzahl Messungen	$\sigma$	t	Windgeschwindigkeit	Windrichtung	Nebelcharakter
15/9 - 22	- 2.451	11	0.158	+ 7.0°	15.0	S	
5/11 - 22	- 1.335	5	0.164	—	—	—	Alto-Cumulus.
28/8 - 21	- 0.291	10	0.078	+ 2.1°	15.0	SE	
31/12 - 20	+ 0.591	7	0.156	—	—	—	Strato-Cumulus.
16/1 - 22	+ 1.775	24	0.181	- 14.8°	6.2	SE	Treib.
2/5 - 21	+ 3.665	11	0.173	- 5.8°	1.9	W	※
		68	$\sigma_s = 0.169 \pm 0.0314$				

klein ist; diese Serien werden ausserdem später vereinigt werden müssen.

Bei der Bildung der Häufigkeitskurven wurde folgendermassen verfahren. Jeder Serie wird ein Gewicht, das der Anzahl gleich ist beigelegt. Die Messungen um ein bestimmtes  $n$  herum werden in die früher definierten Intervalle eingeführt und addiert. Die Summe in jedem Intervalle wird dann in Prozenten von der ganzen Anzahl Messungen um dieses  $n$  herum ausgedrückt. Die so ausgedrückten Häufigkeiten werden als Ordinaten mit Kreuzen in einem System markiert, in dem die mittleren Werte der Intervalle als Einheiten der Abszisse aufgetragen sind.

Als theoretische Kurven sind Normalkurven gezeichnet. Daneben sind die früher definierten Grössen  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  und  $\chi_2$  in die Figuren eingesetzt. Die Fehler dieser Grössen ergeben, dass die Häufigkeiten keinen ausgeprägten Unterschied von der Normalkurve aufweisen.

In die Tabelle 22 sind ferner die gefundenen und berechneten Werte in jedem Intervalle für jede Kurve 1, 2, 3, 4, 5 eingeführt. Daneben ist nach der Methode von Pearson die Güte der theoretischen Kurven berechnet.

$X^2$  und die Wahrscheinlichkeit, eine schlechtere Kurve zu erhalten, sind am Sculusse unter  $X^2$  und  $W$  angegeben.

Es folgt hieraus, dass die Schwankungen der Tröpfchengrösse um Werte, die in der Nähe der ganzen Zahlen von  $n$  liegen, gut und in Anbetracht der zuweilen recht kleinen Anzahl von Messungen sehr gut dem Fehlergesetze gehorchen. Die Kurve, die aus Serien um verschiedene ganzzahlige gebildet ist, weist die schlechteste Übereinstimmung zwischen Theorie und Wirklichkeit auf. Dies hängt wahrscheinlich damit zusammen, dass die Mittelwerte der verschiedenen Serien verschieden weit von den ganzen Zahlen liegen. Die Güte der Kurve ist jedoch hinreichend gut, um das Vereinigen zu rechtfertigen.

Aus dieser Darlegung folgt zunächst, dass diese hier behandelten Serien recht frei von anderen eventuellen Gruppen sind. Waren andere Gruppen unter diese gemischt, so wäre es wahrscheinlich, dass diese Konzentrationszentra bildeten und so die Kontinuität der Häufigkeitskurve störten. Natürlich lässt sich in diesem Stadium der Darlegung ein solches Vorkommen nicht leugnen. Sicher ist indessen, dass diese Darlegung klar ergibt,

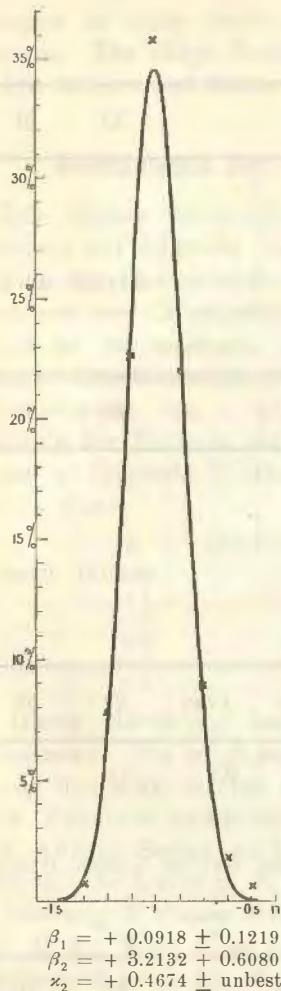


Fig. 33.

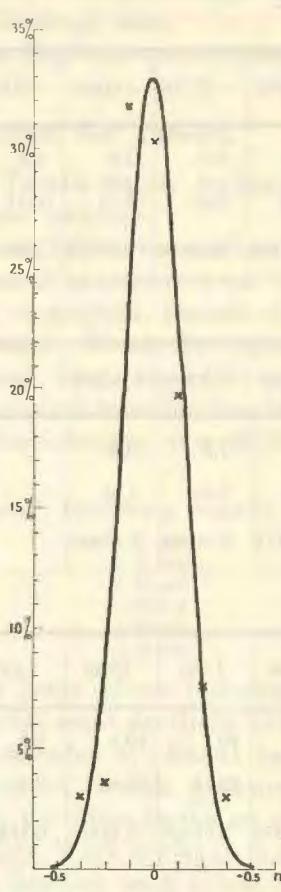


Fig. 34.

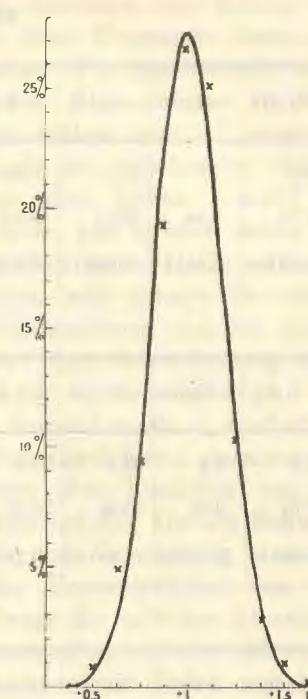


Fig. 35.

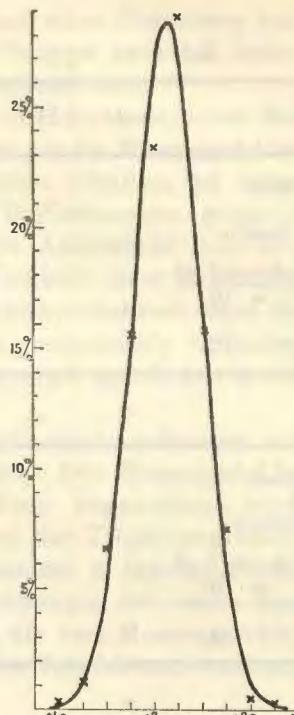


Fig. 36.

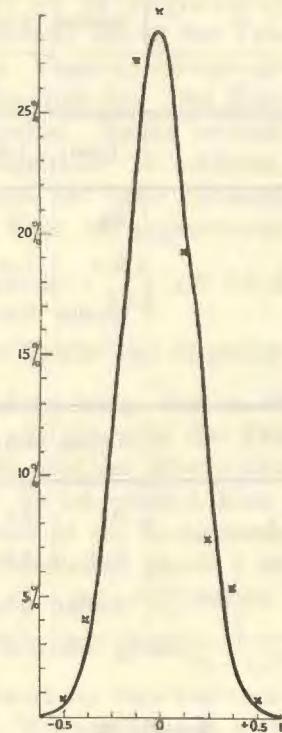


Fig. 37.

dass in diesen Serien keine andere ausgeprägte Gruppe als die 7-Gruppe vorkommt.

Aus dieser Tatsache ergibt sich die Frage, ob diese Schwankungen von zufälliger Natur sind. Eine Untersuchung hierüber muss jedoch immer unsicher werden, und zwar aus dem Grunde, weil man ein wahres Bild nur dann erhält, wenn die Messungsgeschwindigkeit so gross ist, dass man die Schwankungen der Tröpfchengrösse verfolgen kann. Daher ist ein Ergebnis, das eine zufällige Schwankung liefert, immer unsicher. Wenn man nur einige Serien mit nachweisbarer Gesetzmässigkeit findet, so sind diese hinreichend, um nachzuweisen, dass die kleinen Schwankungen mit  $\sigma < 0.19$  eine gesetzmässige Natur besitzen.

Die Untersuchung hierüber ist nach der Methode von Helmert<sup>1</sup> bei sämtlichen Serien ausgeführt worden. Wenn  $F$  die Anzahl Zeichenfolgen und  $Q$  die Anzahl Zeichenwechsel bezeichnet und daneben  $F - Q = D$  ist, so habe ich nach der Formel

$$W = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{D+1}{\sqrt{2(n-1)}}} e^{-t^2} dt$$

<sup>1</sup> Helmert, Über die Genauigkeit der Kriterien des Zufalls bei Beobachtungsreihen, Sitzungsber. d. K. Preuss. Ak. d. Wiss. 1905 1 (S. 594).

Franz Bauer, Met. Zeitschr. 1923, S. 19.

die Wahrscheinlichkeit  $W$  berechnet, dass  $F - Q$  innerhalb der Grenzen  $\pm D$  liegt, wenn die Schwankung zufällig ist. Bei einigen Serien von jeder Grössenordnung von  $n$  werden die kleinsten gefundenen Wahrscheinlichkeiten  $W$  angeführt.

Tabelle 22.

1.

$n$	-1.375	-1.2	-1.125	-1.00	-0.875	-0.750	-0.625	-0.500		$X^2$	$W$
Beob.	0.6	7.7	22.6	35.8	22.0	8.9	1.8	0.6			
Berechn.	0.98	6.84	22.43	34.46	25.10	8.57	1.41	0.11			
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.24696	0.18144	0.00217	0.00563	0.64344	0.02134	0.18144	3.66240		4.94472	0.6721

2.

$n$	-0.375	-0.250	-0.125	$\pm 0.000$	+0.125	+0.250	+0.375		$X^2$	$W$
Beob.	3.0	4.6	31.8	30.3	19.7	7.6	3.0			
Berechn.	1.68	9.05	25.42	33.02	22.45	7.66	1.31			
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.68640	1.44540	1.18140	0.14784	0.22176	0.00031	1.43880		5.12191	0.529

3.

$n$	0.500	0.625	0.750	0.875	1.000	1.125	1.250	1.375	1.500	1.625	$X^2$	$W$
Beob.	0.8	4.4	9.4	19.3	26.7	25.1	10.3	2.8	1.0	0.2		
Berechn.	0.55	3.14	10.39	21.08	27.31	22.12	11.28	3.55	0.71	0.09		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.56726	2.54012	0.47288	0.75802	0.68272	2.01804	0.42670	0.79316	0.59236	0.67770	5.52896	0.7844

4.

$n$	1.500	1.625	1.750	1.875	2.000	2.125	2.250	2.375	2.500	2.625	$X^2$	$W$
Beob.	0.3	1.1	6.7	15.6	23.4	28.8	15.8	7.5	0.5	0.3		
Berechn.	0.15	1.19	5.54	15.74	26.53	26.91	16.43	5.95	1.32	0.17		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.55800	0.02533	0.91140	0.00465	1.37640	0.49476	0.09002	1.50288	1.81348	0.36977	7.22669	0.6138

5.

$n$	-0.500	-0.375	-0.250	-0.125	$\pm 0.000$	+0.125	+0.250	+0.375	-0.500		$X^2$	$W$
Beob.	0.7	4.0	6.6	27.1	29.1	19.2	7.3	5.3	0.7			
Berechn.	0.47	2.81	10.04	21.69	28.30	21.30	10.62	3.06	0.53			
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.16761	0.76255	1.78180	2.03850	0.17214	0.31257	1.57040	2.47650	0.08229		9.36426	0.3395

Tabelle 23.

Datum	25/10-23	10/9-23	18/12-22	3/11-23	4/11-23	21/10-21
$F-Q$	15	20	9	20	42	13
$W$	1/333	1/15	1/10	1/15	1/2457	1/111
$\sigma$	0.181	0.149	0.149	0.166	0.143	0.181
$n$ appr.	-2	-1	$\pm 0$	+1	+2	+2

Mit  $n$  in der Nähe von +2 zeigt eine Serie Verhältnisse, die darlegen, dass  $n$  augenscheinlich gesetzmässig variierte. Für diese Serie ist  $\sigma$  nur 0.143. Wenn  $n$  einmal mit so kleinem  $\sigma$  gesetzmässig variierte und

daneben wenigstens zwei Serien in dieselbe Richtung deuten, so ist man berechtigt zu vermuten, dass dies immer so ist. Diese Vermutung kann als Grundlage für die Erklärung der sehr kleinen  $\sigma$  dienen, die bei einigen Gelegenheiten in Serien mit einer kleinen Anzahl von Messungen auftreten. Es ist denkbar, dass man  $n$  gerade auf einem Wellenberge oder in einem Wellentale gemessen hat.

Schon im ersten Kapitel (Tabelle 5) konnte man aus den Korrelationskoeffizienten schliessen, dass die Schwan-

kungen in einer Serie nicht von Fehlermessungen abhängen. Die obige Darlegung bestätigt dies.

Ich komme auf dieses wichtige Ergebnis später zurück.

### Rechnungen mit den Werten der Tabelle.

Ich möchte hinsichtlich der Tabelle 20 die Aufmerksamkeit auf folgende Verhältnisse lenken.

1:o. Die Unterschiede der ganzen Zahlen von  $n$  scheinen erst von  $n = -2$  angefangen absolut abzunehmen um von  $n = 0$  an zu wachsen. Es ist unmöglich, hieraus eine exakte Gesetzmässigkeit abzuleiten. Wenn eine lineare Veränderung von  $n$  angenommen wird, so erhält man mittels der Methode der kleinsten Quadrate für verschiedene  $n$  folgende Werte als Abweichungen vom Mittel:  $n = +0.019$ .

$n$	Abweichung, berechn.	Abweichung, beobacht.
-2	-0.065	-0.086
-1	-0.041	-0.009
0	-0.017	-0.027
+1	+0.007	-0.013
+2	+0.032	+0.047
+3	+0.080	+0.046

Dieser Rechnung kann man keine grosse Bedeutung beimessen. Sie zeigt indessen eine recht deutliche Erhöhung des Mittelwertes mit wachsenden  $n$ . Exakt kann das Ergebnis nicht werden, weil im Grunde genommen die Anzahl Serien zu klein ist, um diese Sache zu studieren. So treibt z. B. der kleine Wert  $n = 0.841$  in der Abteilung E diesen Mittelwert deutlich nach unten, und so oft ein Wert diese grosse Rolle spielt, kann von einer Sicherheit nicht die Rede sein.

2:o. Dreimal sind Serien dieser Art in Altocumulus erhalten worden.

3:o. Die Häufigkeit von Serien dieser Art, die einerseits bei verschiedenen Temperaturen, andererseits bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten erscheint, ist in die kleinen Tabellen 24 und 25 eingeführt.

Tabelle 24.

$t$	$9^{\circ}9 - 5^{\circ}0$	$+4.9 - +0.0$	$-0.1 - -5.0$	$-5.1 - -10.0$	$-10.1 - -15.0$
Anzahl	23.1 %	10.2 %	15.9 %	14.3 %	9.4 %

Tabelle 25.

$W-g$ m/s	0-3.9	4-7.9	8-11.9	12-15.9	16-19.9	20-23.9	24-27.9
Anzahl	14.6 %	14.7 %	11.9 %	10.4 %	6.7 %	0.0 %	100 %

Die Anzahl in jedem Temperatur-, beziehungsweise Windgeschwindigkeitsintervalle ist in Prozenten der ganzen Anzahl Serien, die in diesen Intervallen erhalten wurden, ausgedrückt.

Einen auffallend hohen Wert finden wir bei der höchsten Temperatur; er kann jedoch ebenso wie die übrigen Abweichungen in den verschiedenen Temperaturintervallen von zufälliger Natur sein. Ein Sinken scheint indessen von  $-2.5^{\circ}$  an einzutreten. Unter  $-15^{\circ}$  sind keine Serien dieser Art erhalten worden. Zu bemerken ist indessen auch, dass bei dieser niedrigen Temperatur nur 7 Serien gemessen worden sind.

Mit der Windgeschwindigkeit sinkt die prozentuelle Anzahl von 8 m/s. Der grosse Wert bei 24-27.9 m/s

ist natürlich ein Zufall, und hat seine Bedeutung nur in dem Umstände, dass die 7-Gruppe auch bei dieser hohen Windgeschwindigkeit existieren kann.

4:o. Über die  $\sigma$ :s. In D, F und H kommen  $\sigma$  vor, die, wie früher erwähnt, sogar kleiner als die Messungsfehler sind. Sie wurden bei Gelegenheiten erhalten, bei denen nur eine kleine Anzahl von Bestimmungen gemacht wurde, und spielen daher auch in Anbetracht ihrer Seltenheit keine Rolle. Die Möglichkeit ihrer Erklärung liegt, wie gesagt, in der Wahrscheinlichkeit, dass die Fluktuationen um ein ganzes  $n$  gesetzmässig verlaufen. Bei der Berechnung von  $\sigma_s$  sind sie daher auch nicht berücksichtigt.

Sowohl  $\sigma_s$  als  $\sigma_n$  sind aus Tröpfchenschwankungen und Messungsfehlern zusammengesetzt. Die Messungsfehler sind eine Funktion von  $n$ . Wenn angenommen wird, dass bei der kleinen Schwankung der Tröpfchengrössen, die zur Verwertung eines bestimmten  $\sigma_s$  benutzt wurde, der Messungsfehler von  $n$  unabhängig ist, wenn man ferner die mittlere Abweichung, die vom Messungsfehler stammt,  $\sigma_F$  und die wahre mittlere Tröpfchenschwankung  $\sigma_w$  nennt, so findet man leicht

$$\sigma_w^2 = \sigma_s^2 - \sigma_F^2$$

$\sigma_F$  ist natürlich mit gewissen Fehlern behaftet. Die Bestimmung von  $\sigma_F$  durch Messung eines festen Gegenstandes (Kap. 1) ist so sorgfältig ausgeführt worden, dass die Mittelwerte, die in der Tabelle 15 angegeben sind, unter den Versuchsbedingungen als praktisch fehlerfrei zu betrachten sind. Bei Messungen von Ringen ist  $\sigma_F$  nicht fehlerfrei. Exakt betrachtet, ist es unmöglich, die Messungsfehler zu schätzen, weil sie von der Klarheit der Ringe und ihrer Schwankungsgeschwindigkeit abhängen. Hier ist angenommen, dass der Fehler von einem  $\sigma_F$  gleich  $\pm \frac{\sigma_F}{\sqrt{A}}$  (A die Anzahl Messungen)

ist und dass der Fehler von  $\sigma_F^2$  gleich  $\pm \frac{2\sigma_F^2}{\sqrt{A}} = \pm \varepsilon_F$  ist.

Die mittlere Abweichung von  $\sigma_s$  ist in der Tabelle angegeben und aus ihr wird der Fehler von  $\sigma_s^2$ , gleich  $\varepsilon_s$  berechnet. Die mittlere Abweichung von  $\sigma_w^2$  ist demnach  $\pm (\varepsilon_s - \varepsilon_F)$ . Es ist nämlich klar, dass zwischen den Fehlern in  $\sigma_s^2$  und  $\sigma_w^2$  ein Zusammenhang besteht. Dass der Korrelationskoeffizient gleich 1 ist, geht unmittelbar aus der Formel  $\sigma_w^4 = (\sigma_s^2 - \sigma_F^2)^2$  hervor.

$\sigma_w^2$  wird ein Gewicht gleich  $\frac{1}{(\varepsilon_s - \varepsilon_F)^2}$  beigelegt. Dann wird der Mittelwert der verschiedenen  $\sigma_w^2$  berechnet. Aus diesem wird die Wurzel gezogen und man erhält, wenn das Mittel von  $\sigma_w$   $[\sigma_w]_m$  geschrieben wird,

$$[\sigma_w]_m = \pm 0.144 \pm 0.0076.$$

Dies entspricht in Prozenten einem Volumen eines Tröpfchens<sup>1</sup> von

$$\pm 10.5 \pm 0.53 \text{ %}.$$

<sup>1</sup> In Wirklichkeit existiert ein kleiner prozentueller Unterschied zwischen negativer und positiver Abweichung. Indessen ist dieser Unterschied so klein, dass es unmöglich ist, ihn nach dem Materiale näher zu studieren; er wird deshalb nicht berücksichtigt.

At  $\sigma_1$   $\sigma_2$  erhält man dann der mittleren Gang von  $\sigma_1$  wenn man  $\sigma_2$  als konstant betrachtet. Zwischen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  besteht eine wesentliche Korrelation. In der folgenden kleinen Tabelle 26 sind die Ergebnisse zusammengefasst.

Tabelle 26.

$n$	$\sigma_1$ ber. ber.	$\sigma_2$ ber. beob.	$\sigma_1 \cdot$ beob. - $\sigma_1 \cdot$ ber.	$W$
-3	$0.170 \pm 0.077$	$0.170 \pm 0.090$	$+0.090 \pm 0.020$	0.757
-2	$0.124 \pm 0.062$	$0.124 \pm 0.077$	$+0.054 \pm 0.014$	0.61
-1	$0.124 \pm 0.062$	$0.124 \pm 0.077$	$+0.054 \pm 0.014$	0.61
0	$0.124 \pm 0.062$	$0.124 \pm 0.077$	$-0.054 \pm 0.014$	0.61
+1	$0.124 \pm 0.062$	$0.124 \pm 0.077$	$-0.054 \pm 0.014$	0.61
+2	$0.124 \pm 0.062$	$0.124 \pm 0.077$	$-0.054 \pm 0.014$	0.61
+3	$0.124 \pm 0.062$	$0.124 \pm 0.077$	$-0.054 \pm 0.014$	0.61
+4	$0.124 \pm 0.062$	$0.124 \pm 0.077$	$-0.054 \pm 0.014$	0.61

Die Wahrscheinlichkeit  $W$  für eine Abweichung, die gleich  $\sigma_1$  oder größer ist, ist mittels der Fehlerbalken  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  verwertet. Nur bei  $n = \pm 3$  mit seinen wenigen Messungen ist zwischen beobachtetem und berechnetem Wert ein wesentlicher Unterschied erhalten worden. Darum darf folgen, dass  $\sigma_1$  im Durchschnittskreis  $n = 2$  ist. Wegen der ungewöhnlich kleinen Schwankungen von  $\sigma_1$  ist die hier berechneten Werte recht sicher sein. Wäre  $\sigma_1$  nur gleich 0.00, so würde die prozentuale Schwankung des Volumens eines Tröpfchens gleich 7.1% sein. Ein so grosser Fehler von  $\sigma_1$  ist auf Grund sehr unwahrscheinlich, weil die Ringe in dieser Serie so klar sind, dass der Fehler von  $\sigma_1$  sehr fehlerhaft sein kann. Diese Schwankung kann vielleicht als untere Grenze gelten.

Aus dieser Darlegung scheint also hervorzugehen, dass  $\sigma_1$  von der Tröpfchengröße unabhängig ist.

Wenn man in Nebel einmal Tröpfchen von der Grösse  $n = -2$  ein anderes Mal von  $n = +2$  hat und bei diesen beiden Gelegenheiten das ideale  $\sigma_1$  hat, so dürfte dies, wenn man in beiden Fällen gleich viele Tröpfchen in der Volumenheit hatte, bedeuten, dass bei  $n = +2$  die Schwankung zwischen gasförmigem und flüssigem Wasser 1% mal grösser ist als bei  $n = -2$ . Solche Annahmen würden zu ganz absurden Ergebnissen führen. Es liegt dagegen sehr nahe anzunehmen, dass die Schwankung zwischen Wasser und Dampf im Nebel unabhängig von der Tröpfchengröße ist, weil sie wohl hauptsächlich die sichtbaren Tröpfchen von ganz anderen Grössen abhängt. Die Tröpfchengröße ist von Dampfdruck abhängig und nicht umgekehrt. Ist dies der Fall, so ist eine diese Prüfung schliesslich das wichtigste Ergebnis.

Die mittlere Tröpfchengröße von reiner 7-Gruppe ist nicht verlässlich mit 2.5 min.

Diese Ergebnisse werden ebenso wie andere späterhin in dieser Zusammenhang besprochen.

Die Prüfung ist für  $\sigma_1$  ausgeführt worden und die Ergebnisse sind in Tabelle 27 zusammengefasst. Die grosse Abweichung ergibt sich bei  $n = +1$ . Das hängt wahrscheinlich damit zusammen, dass die Abweichungen von  $n$  im Dampf verdeckt sind.

Tabelle 27.

$n$	$\sigma_1$ berechn.	$\sigma_1$ beob.	$\sigma_1$ beob. - $\sigma_1$ ber.	$W$
-4	$0.1619 \pm 0.0062$	$0.1688 \pm 0.0010$	$+0.0065 \pm 0.0017$	0.960
-3	$0.168 \pm 0.0062$	$0.174 \pm 0.014$	$+0.006 \pm 0.007$	0.617
-2	$0.168 \pm 0.0062$	$0.174 \pm 0.007$	$+0.006 \pm 0.004$	0.153
-1	$0.168 \pm 0.0062$	$0.174 \pm 0.007$	$+0.006 \pm 0.004$	0.153
0	$0.168 \pm 0.0062$	$0.174 \pm 0.011$	$+0.006 \pm 0.005$	0.211
+1	$0.174 \pm 0.0062$	$0.185 \pm 0.008$	$+0.011 \pm 0.003$	0.071
+2	$0.172 \pm 0.0062$	$0.179 \pm 0.004$	$+0.007 \pm 0.001$	0.057
+3	$0.1865 \pm 0.0064$	$0.188 \pm 0.0274$	$+0.0015 \pm 0.0214$	0.871
+4	$0.186$			

Die angeführten berechneten Werte für  $n = -4$  und  $+4$ , sind extrapoliert, da sie in der Realität nicht vorkommen. Dieses Rechnung kann hier verhindern die Berechnung späteren Fällen.

Die Schwankung ist mit der Zeit. Es ist interessant zu untersuchen, wie grossen in dieser Form zeitlich aufeinander folgen. In Tabelle 28 findet man 4 Messungsserien, die zu einer Berechnung dienen werden können, nämlich vom 3. Nov. 1923 in den Abteilungen  $E$  und  $F$ . Der Nebel lag während dieser Zeit über dem Meeresspiegel. Die Serie vom 3.11. mit dem Mittelwert +1.000 wurde am 4.11. aufgeführt. Die nächste Serie wurde am 1.12. am 11.200 und ergab im Mittel +2.004. Am 5.12. am selben Tage wurde im Mittel  $n = +2.5$  erhalten. Am 1.1.1924 wurde im Mittel  $n = +2.5$  erhalten. Am 1.1.1924. Die Zeitangaben beziehen sich auf den Anfang einer Serie. Die meteorologischen Elemente schwanken in dieser Zeit nicht unbedeutend. Leider lässt es sich nicht so einrichten, dass Messungen in den Übergangsständen erhalten werden. Man findet hieraus jedoch, dass der Übergang im Nebel unter verschieden meteorologischen Bedingungen sowohl gegen wachsende als gegen abnehmende  $n$  hin geht.

b. a. Die Schwankung ist mit der Zeit. Dieselben Serien zeigen zu dieser Zeit bei den beiden  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  der Nähe von  $n = 1$  ein konstantes  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  grösseres  $\sigma$  als die beiden aus  $n = +2$  und  $n = -2$  Werte  $\sigma_1$  von diesen beiden Werten abweichen (nach den früheren Messungen, so erhält man für  $n = 1$   $\sigma_1 = 0.151$  und für  $n = 2$   $\sigma_1 = 0.124$ , oder  $0.151$  und  $0.124$  und  $n = 1$   $\sigma_2 = 0.07$  %,  $n = 2$   $\sigma_2 = 0.05$  %,  $n = -2$   $\sigma_2 = 0.03$  %).

Dieses Ergebnis steht nicht in Übereinstimmung mit den früher im Durchschnitt erhaltenen Ergebnissen, bei denen  $\sigma_1$  unabhängig von  $n$  war. Indessen ist die erneute  $\sigma_1$  unabhängig von  $n$ , was zugleich mit dem Ausnahmefall nicht möglich ist.

Von grosser Bedeutung ist, dass  $\sigma_1$  unabhängig für  $n = 2$  und  $n = -2$  ist. Dies ist zum einen der Fall, da die  $\sigma_1$  für  $n = 2$  und  $n = -2$  in den ersten Fällen dass die Annahme, dass  $\sigma_1$  unabhängig von  $n$  ist, für  $n = 2$  und  $n = -2$  gemacht werden, ist, welche Annahme nun für  $n = 1$  und für  $n = 0$  gilt.

b. b. Schliesslich wurde die mittlere Schwankung der Mittelwerte von  $n$  zu  $\pm 0.00$  berechnet.

#### Bestimmung der Basiszahl der 7-Gruppe.

Man begegnet zwar in dieser Arbeit auch späterhin mehrmals Ergebnissen von Mittelwerten  $n$ , die zur Zeit  $n = 0$  berechnet sind; doch in den Säulen sind mit  $n = 0$  berechnet. Diese sind ausserdem ausser  $n = 0$  berechnet.

Tabelle 28.

$n$	- 0.500	- 0.375	- 0.250	- 0.125	$\pm 0.00$	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500	+ 0.625	$X^2$	$W$
Beob. . . . .	0.45	2.53	7.60	21.55	28.75	23.77	10.57	4.35	0.70	0.13		
Berechn. . . . .	0.29	2.14	8.58	20.46	28.70	23.97	11.77	3.46	0.61	0.06		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	1.05077	0.84609	1.33280	0.69020	0.00104	0.01987	1.45180	2.72510	0.15827	0.97223	9.24817	0.416

Tabelle 29.

$n$	- 1.125	- 1.000	- 0.875	- 0.750	- 0.625	- 0.500	- 0.375	$X^2$	$W$
Beob. . . . .	9.3	8.0	14.7	36.0	22.7	8.0	1.3		
Berechn. . . . .	4.02	8.46	21.63	34.09	23.92	7.03	0.79		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	5.19750	0.001875	1.67250	0.08025	0.46725	0.09675	0.24675	7.77975	0.256

terem Aussehen berechnet und es ist schwieriger, die Güte diese Berechnungen zu überblicken. Ausserdem ist es wahrscheinlich, dass die komplizierteren Verhältnisse auch Verschiebungen im Werte von  $n$  bewirken. Die reinen Serien, die ich hier so genau wie möglich studiert habe, liefern dagegen wahrscheinlich ein wahres Bild von dieser Gruppe. Daher wird schon hier eine Basiszahl berechnet. Die Messungen werden um die verschiedenen  $n$  womöglich als gleichwertig betrachtet. Die früher vereinigten Serien um  $-3, -2, \pm 0, +3$  und  $+4$  wurden indessen auch hier wegen ihrer kleinen

Anzahl vereinigt. Nachdem dies geschehen ist, nehme ich die Summe in jedem Intervalle, die früher prozentuell ausgedrückt wurde. Die ganzen Zahlen waren auf 0 reduziert. Diese prozentuellen Zahlen werden durch 4 dividiert, also wieder prozentuell ausgedrückt, und der Mittelwert wie  $\mu'_2; \mu'_3; \mu'_4$  wird berechnet. Von diesen werden die zur Beurteilung der Kurve nötigen Grössen verwertet und die beiden Häufigkeitskurven wie früher gezeichnet. (Fig. 38.)

Auch diese Kurve ergibt keine wesentliche Abweichung von der Normalkurve. Für die mittlere Abweichung  $\sigma$  wurde  $\pm 0.173$  erhalten.

$W$  (Tabelle 28) ist nicht sehr gross. Der Grund hierfür muss darin gesucht werden, dass diese Kurve eine zusammengesetzte Normalkurve ist, d. h. dass sie aus mehreren Normalkurven mit verschiedenen Scheiteln gebildet ist. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist jedoch hinreichend gross, damit man hieraus eine mittlere Basiszahl berechnen kann. Man kann also von einer wirklichen Gruppe sprechen.

Der Mittelwert ist:

$$+ 0.019 \pm 0.0050.$$

Hieraus hat man für die Basiszahl  $B$

$$B = 8.820 \cdot 2^{\frac{p}{3}} = 8.859 \pm 0.0100.$$

Dieses  $B$  bestimmt die 7-Gruppe und diese wird also so ausgedrückt

$$r = 8.859 \cdot 2^{\frac{p}{3}} (p = \pm 1, 2, 3, \dots)$$

$$p = n - 0.019.$$

#### Über die Werte, die nicht bei ganzzahligen $n$ liegen.

1:o Die Mittelwerte in der Tabelle 21 A unterscheiden sich voneinander durch ganze Zahlen. Zu bemerken ist, dass sie mit einer Ausnahme bei hoher Windgeschwindigkeit erhalten worden sind. Die Ausnahme wurde in Nebel erhalten, der sich eben auflöste. Die Temperaturen sind sehr verschieden.

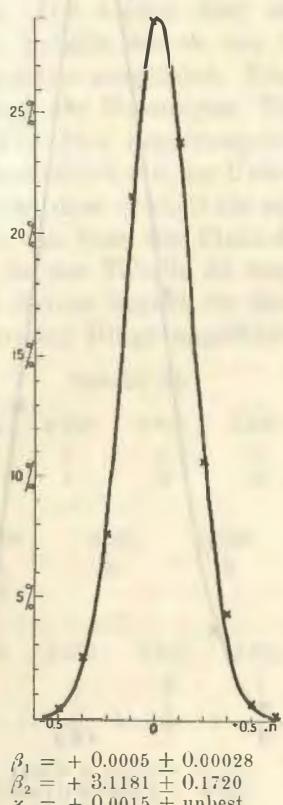


Fig. 38.

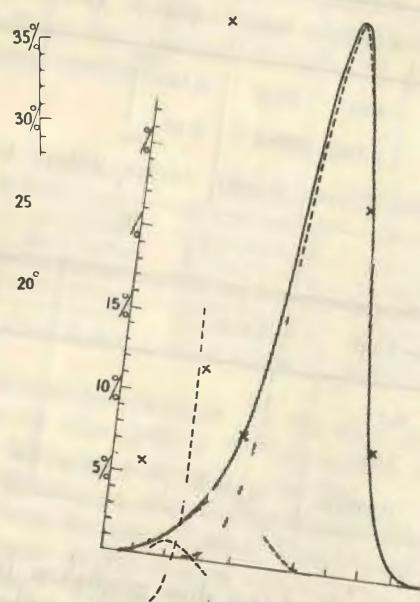


Fig. 39.

Diese Serien sind vereinigt, auf 0 reduziert und die Häufigkeitskurve ist auf die gewöhnliche Weise gezeichnet. Daher sind in der Tabelle 21 die endgültigen Mittelwerte nur mit Dezimalen angegeben. Sie zeigt zwar keinen ausgeprägten Unterschied von der Normalkurve, die Häufigkeitsverteilung war aber so beschaffen, dass ich mit den Formeln 7 u. 8 untersuchte, ob sich vielleicht eine zusammengesetzte Kurve finden liesse. Dabei wurde erhalten:  $n_1 = -1.046$ ,  $n_2 = -0.735$ ,  $A_1 = 66.5\%$ ,  $A_2 = 8.5\%$  und  $\sigma = 0.131$ .

Aus diesen Werten wurden die beiden Normalkurven, die in Figur 39 gestrichelt sind, erhalten und aus diesen die zusammengesetzte Kurve durch Summation gebildet.

Die Wahrscheinlichkeit, eine schlechtere Kurve (Tabelle 29) zu erhalten, ist freilich nicht sehr gross, muss aber als befriedigend betrachtet werden. Die Randwerte ergeben die grössten Abweichungen.

Ob der Mittelwert  $n = 0.735$  ( $n = \pm 1, 2 \dots$ ) eine Gruppe repräsentiert, lässt sich nach meinem Materiale nicht direkt entscheiden. Dass diese Grössen selbständig nebelbildend sind, geht hinreichend deutlich aus dem Umstände hervor, dass sie hier nur 4 mal erschienen sind. Indessen erscheint es mir recht wahrscheinlich, dass sie wirklich eine Gruppe bilden, wenigstens bei kleinen Tröpfchen. Erstens weist das Material nicht selten dann und wann Konzentrationszentra bei diesen Grössen auf und zweitens ist die Verteilung in der Tabelle recht schön.

2:o Die Werte in der Tabelle 21 B sind, wie späterhin erhellen wird, im Nebel sehr gewöhnlich.

Die auf die hier gewöhnliche Art und Weise gebildete Kurve (Fig. 40) ergibt keinen wesentlichen Unterschied von einer Normalkurve. Die Wahrscheinlichkeit (Tabelle 30), eine schlechtere Übereinstimmung zu bekommen, ist gross.  $\sigma_s$  ergibt keinen ausgeprägten Unterschied von den entsprechenden Werten in der 7-Gruppe.

Die Schwankung in diesen Serien weist nach dem Helmertschen Kriterium keine ausgeprägte Gesetzmässigkeit auf. Vielleicht lässt sich dies mit der Schnelligkeit der Schwankung erklären. Man kann, wie gesagt, aus diesem Ergebnis keinen negativen Schluss ziehen.

Eine Serie vom 18. Sept. 1922 mit 15 Messungen ergibt  $\sigma = 0.249$  und den Mittelwert  $-0.555$ . Diese Serie besteht aus 14 Werten in der Nähe von  $-0.600$  und einem Werte gleich  $0.261$ . Wird dieser Wert entfernt, so erhält  $\sigma$  den kleinen Wert  $0.121$  und der Mittelwert wird  $-0.613$ . Man hat hier Tröpfchen von derselben Verteilung wie die hier behandelten.

Ohne behaupten zu wollen dass hier nachgewiesen ist, dass diese Tröpfchengrössen eine Gruppe bilden, führe ich für Tröpfchen dieser Art schon hier den Namen 8-Gruppe ein. Die Motivierung wird aus der folgenden Darlegung hervorgehen.

Der Mittelwert aus den Serien in Tabelle 21 B ist  $n + 0.426 \pm 0.0134$  ( $n = \pm 1, 2 \dots$ ). Die Basiszahl dieser Gruppe wäre demnach  $9.732 \pm 0.0302$ ; sie ist jedoch nicht als definitiv zu betrachten, weil die Anzahl verwendeter Serien mir zu klein erscheint.

3:o Die Werte in der Tabelle 21 C sind mit zwei Ausnahmen bei hoher Windgeschwindigkeit oder in *Al-cm* und *St-cm* erschienen. Die beiden Ausnahmen zeigen eine Mischung von Grössen, die teilweise zu den früher

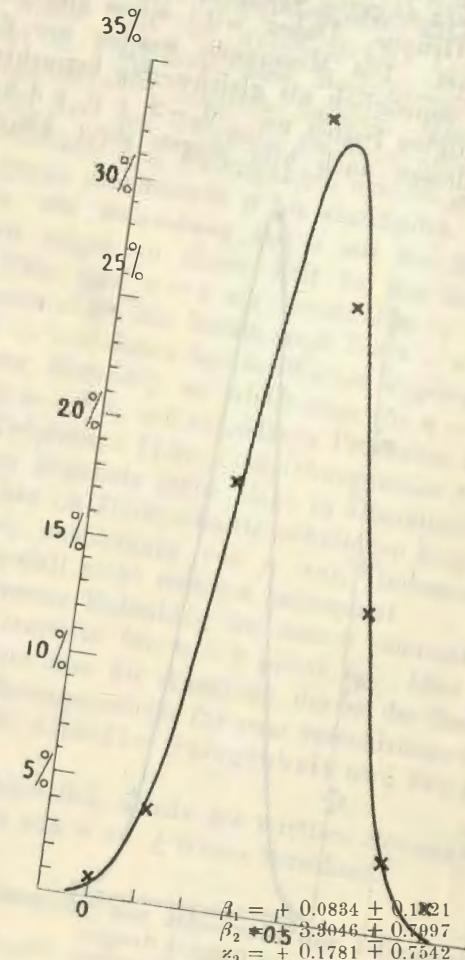


Fig. 40.

Tabelle 30.

$n$	$\pm 0.000$	$+ 0.125$	$+ 0.250$	$+ 0.375$	$+ 0.500$	$+ 0.625$	$+ 0.750$	$+ 0.800$	$\chi^2$	$W$
Beob. . .	0.8	3.9	18.0	33.6	25.8	13.3	3.1	1.5		
Berechn. . .	0.53	4.00	17.29	31.20	28.74	13.50	3.11	0.39		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m 100}$	0.15360	0.00004	0.03725	0.23680	0.38528	0.00379	0.00004	3.64800	4.46480	0.615

behandelten Gruppen gehören. Sie werden in der kleinen Häufigkeitstabelle 31 hier unten angegeben.

Tabelle 31.

Datum	$5^{\circ}/2$ .—21			$16^{\circ}/1$ .—22								
	Int.	$+ 3500$	$+ 3625$	$+ 3750$	Int.	$+ 1375$	$+ 1500$	$+ 1625$	$+ 1750$	$+ 1825$	$+ 2000$	$+ 2125$
Anz.	5	4	1		1	1	6	7	3	5	1	

Die Serie vom  $16^{\circ}/1$ . ergibt eine Mischung von Tröpfchen aus der 7-Gruppe und einigen anderen Grössen, die noch nicht näher charakterisiert werden können. Die Serie vom  $5^{\circ}/2$ .—21 zeigt Tröpfchen aus der 8-Gruppe. Der Nebel war wahrscheinlich im Umbildung begriffen.

### Zwei besondere Serien.

Ehe ich weiter gehe, müssen zwei andere Serien vom 16. Jan. 1922 behandelt werden. Die früher hier behandelte Serie vom selben Tag wurde um 11 Uhr Abends ausgeführt und ist in der Tabelle 7 des ersten Kapitels Nr. 71 zu finden. Die beiden hier aktuellen, Nr. 88 und 85 derselben Tabelle wurde um  $9^{\circ}13^m p$  und um  $10^{\circ}08^m p$  beziehungsweise ausgeführt. Die Zeiten beziehen sich auf den Anfang der Messungen. Die Temperaturen waren  $-12.8^{\circ}$  und  $-13.3^{\circ}$  beziehungsweise. Nr. 88 ist früher als anomal bezeichnet, d.h. der Unterschied zwischen  $r_1$  und  $r_2$  war so gross, dass er nicht als zufällig betrachtet werden kann. Es ist hier die Platz dies etwas näher zu untersuchen. In der Tabelle 32 werden die Häufigkeiten der beiden Serien sowohl für den ersten wie für die zweiten und dritten Ringe angeführt.

Tabelle 32.

$9^{\circ}13^m$							
Interv.	2 500	2 625	2 750	2 875	3 000	3 125	3 250
Anz. $r_1$	0	0	0	2	3	5	6
Anz. $r_2$	1	0	7	4	2	1	3
$9^{\circ}13^m$							
Interv.	3 375	3 500	4 625	3 750	3 875	4 000	
Anz. $r_1$	3	3	0	0	1	1	
Anz. $r_2$	0	1					
$10^{\circ}08^m$							
Interv.	2 125	2 250	2 375	2 500	2 625	2 750	2 875
Anz. $r_1$	0	0	0	2	1	5	5
Anz. $r_2$	1	(1)	0	1	2	2	3
Anz. $r_3$	0	0	0	0	1	0	1
$10^{\circ}08^m$							
Interv.	3 000	3 125	3 250	3 375	3 500	3 625	
Anz. $r_1$	2	5	4	3	1	0	
Anz. $r_2$	5	3	2	0	1	0	
Anz. $r_3$	0	0	0	0	0	0	

6—250830

Für die gesammelte Anzahl ausgewertet ist  $\sigma$  gleich 0.314 und 0.285 beziehungsweise und die Mittelwerte 3.115 und 2.937.

Der Umstand, dass die zweite Serie eine gute Übereinstimmung und dieselbe Grössenordnung wie die erste ergibt, schliesst die Möglichkeit von Eiskristallen aus. Weiter folgt.

Vom ersten Ringe in der ersten Serie hat man zwei Werte bei  $n = + 4.0$  und eine andere Konzentration von Werten von etwas über  $n = 3.0$  bis 3.5. Betreffs des zweiten Ringes ist die Konzentration zu etwas unter 3.0 verschoben. Da man jetzt weiß, dass eine Gruppe, die 7-Gruppe, existiert, ist es wahrscheinlich, dass die mangelnde Übereinstimmung zwischen den beiden Ringen in Umbildungen (vielleicht zu schnell um bei der Messung gefolgt zu werden) zu suchen ist. Sicherlich fand eine Umbildung aus Tröpfchen einer Grösse zu anderen in der 7-Gruppe. Daneben scheint es mir indessen wahrscheinlich, dass die 8-Gruppe auch vorhanden war, weil eine recht gute Übereinstimmung der beiden Ringe bei dieser Grösse bestand. Da der erste Ringe Werte etwas über und der zweite Ring etwas unter 3 ergibt, aber daneben der erste Ring zwei gute Ergebnisse bei  $n = + 4.0$  ergab, scheint es mir berechtigt die Ergebnisse der beiden Ringen um + 3 zusammenzuschlagen und der Mittelwert hier auszuwerten, nachdem die beiden Werte bei + 4 ausgeschlossen sind. Der Mittelwert wird 3.074 und die Werte bei + 4 geben im Mittel 3.945.

Die zweite Serie ergab eine recht gute Übereinstimmung der beiden Ringe. Die beiden Werte bei + 2 sind in Analogie mit denjenigen bei + 4 in der ersten Serie ausgeschlossen, wodurch der Mittelwert gleich + 2.939 wird. Die beiden ausgeschlossenen, wovon der eine unsicher ist, geben in Mittel 2.221.

Bei Messung dieser Serie ist eine grössere Ruhe eingetreten. Die grosse Ausbreitung dieser Serie ist wahrscheinlich im Vorhandensein von Tröpfchen aus der 8-Gruppe zu suchen.

Der Umstand, dass eine Umbildung eine Anomalie im Verhältnis von  $r_1$  und  $r_2$  hervorrufen kann, ist von grosser Bedeutung. In höheren Luftlagern mit der da herrschenden niedrigen Temperatur ist es wahrscheinlich, dass solche Umbildungen gewöhnlich sind, besonders wenn die Partikelchen gross sind. Hierbei ist zu beachten, dass es zwischen der Beobachter und der Lichtquelle Schichten entstehen können, die verschiedene Tröpfchengrössen enthalten. Dabei kann folgende Erscheinung eintreten. In einer hohen Schicht bildet sich ein Ring-

system, in einer niedrigeren ein anderes System. Da der erste Ring am lichtstärksten ist, ist es auch wahrscheinlich, dass man zuweilen nur diesen von den Systemen sehen kann. So kann man ein System erhalten, wo zwei gemessene Ringe eigentlich zwei erste Ringe von verschiedenen Schichten sind. Bei sehr hohen Wolken liegt es nahe zu vermuten, dass eine solche Erscheinung entstehen kann. Daher sind auch Messungen in Cirren sehr schwierig zu beurteilen.

Man begegnet in den hier behandelten Serien zum ersten Male einem deutlichen Übergehen in einer und derselben Serie aus verschieden grossen Tröpfchen in derselben Gruppe. Ich kann jetzt zu komplizierten Serien übergehen.

### Serien mit mehreren Maxima.

Die komplizierteren Serien sind mit Rücksicht auf ihre Ausbreitung, und zwar nach der Anzahl Maxima eingeteilt. Die Benennung Anzahl Maxima ist nicht vollkommen angemessen. Wenn nämlich eine Serie eine Konzentration von Werten, z. B. bei +1 und daneben einige Werte, z. B. bei +0.5 ergibt, die die Regelmässigkeit der Verteilung unterbrechen, wird sie zu Serien mit zwei Maxima gezählt. Es kann auch vorkommen, dass eine Serie zwei deutliche Maxima bei den erwähnten  $n$  hat und daneben einige wenige Werte in der Nähe von +1.5. In diesem Falle wird sie zu Serien mit 3 Maxima gezählt u. s. w. Bei dieser Einteilungsmethode wurde ich von dem Gedanken geleitet, dass sich solche sporadische Werte von vielen vereinigten Serien, wenn sie von einer wirklichen Gruppe stammen, nach der Normalkurve um den charakteristischen Mittelwert der Gruppe verteilen dürfen.

Ein Fehler, den ich nicht im Stande gewesen bin, direkt zu kontrollieren, ist hier denkbar, und zwar einer von psychologischer Art. Es erscheint mir wahrscheinlich, dass man, mit Messungen einer Grösse mit kleinen Schwankungen beschäftigt, beim plötzlichen Auftreten einer anderen Grösse geneigt sein wird, einen Wert zu messen, der zu nahe bei dem früher gemessenen liegt. Wenn ein solcher unkontrollierbarer Fehler vorkommt, so kann er nach den folgenden Ergebnissen nicht gross sein.

Zuerst wurde das Material einmal durchgesehen und wurden die Serien mit der gesuchten augenscheinlichen Ausbreitung gesammelt, zu denselben  $n = 0$  verschoben und wie früher vereinigt. Sie sind mit *A* bezeichnet. Dann wurden alle anderen mit derselben Ausbreitung vereinigt und *B* genannt.

Der Abstand der Maxima wird von denen mit zwei Maxima bestimmt und geht hinreichend deutlich aus der folgenden Darlegung hervor.

Die Untersuchung mit der  $\lambda$ -Gleichung wird nur bei zwei Maxima *A* ausgeführt. Die Güte der berechneten Kurven und dieser ersten Untersuchung dürften hinreichend sein, wenn diese in Verbindung mit den früher untersuchten einfachen Serien betrachtet werden. Bei Serien mit mehr als zwei Maxima treten oft, wie oben

erwähnt, zerstreute Werte auf. Man kan daher nicht erwarten, dieselben  $\sigma$  für die Randkurven zu erhalten, die approximativ berechnet werden.

Jeder Abteilung werden möglichst ausführliche Tabel- len beigefügt und Kurven gezeichnet. Für alle Rechnungen werden den Serien immer je nach der Anzahl von Einzelmessungen bestimmte Gewichte beigelegt. In der Kolonne Nebelcharakter sind sowohl Nebelcharakter als Lichtquelle und Niederschlag angegeben. Wenn die Lichtquelle der Scheinwerfer war, wird dies nicht angegeben. Wie schon früher betont wurde, findet man im Nebel unter 0° immer Schneekristalle. Als Niederschlag unter 0° werden diese Kristalle nicht betrachtet, wenn sie nicht in beträchtlicher Menge vorkommen, so dass man von wirklichem Schneefall sprechen kann. Dabei treten da auch grosse Schneeflocken auf. Auch Graupelkörnchen findet man am häufigsten in Nebel unter 0°. Dies wird nur dann angemerkt, wenn ein starker Graupel- fall stattfand. Nebelfrost lagert sich immer, wenn der Nebel den Gipfel berührt, in grossen oder kleinen Mengen ab; dies wird gleichfalls nicht angemerkt. Treibender Nebel besteht aus Nebelpartien, die über das Observatorium treiben. Sehr oft bilden sich diese Nebelpartien, wenn die Luft über das Observatorium weht.

Regen wird angegeben, wenn wirklich recht grosse Regentropfen fallen. Nässend ist der Nebel, wenn er auf Kleidern u. s. w. Wasser absetzt. Von treibenden Nebelpartien weiss man natürlich nicht, ob sie nässend oder trocken sind.

Überall werden hier sowohl Messungen in Nebel über und unter 0° als in Wolken zusammen behandelt. Nach der früheren Darlegung ist dies gerechtfertigt und auch der Umstand, dass dieselben Typen in allen Nebelcharakteren erscheinen, wäre an und für sich schon ein hinreichender Grund dazu.

Der Mittelwert von  $\sigma$  wird natürlich aus den  $\sigma^2$  der verschiedenen Serien mit je nach der Anzahl von Einzelmessungen verschiedenen Gewichten verwertet und dieses Mittel wird  $\sigma_s$  genannt.

Die Temperaturen und Windgeschwindigkeiten, die für *St*-cm und *Al*-cm angegeben sind, beziehen sich auf das Observatorium, und diese Temperaturen gehören auch zu den Mittelwerten. Daraus dürfte folgen, dass diese Mittelwerte ein Maximum der Temperatur des Nebels darstellen.

### Zwei Maxima.

A. Von Serien dieser Art gibt es 22. Diese sind in zwei Hauptformen zerlegt.

1:o Serien mit einem Maximum in der Nähe von  $n$ , gleich einer ganzen Zahl, und dem anderen Maximum rechts davon in einem Abstande der kleiner ist als 1, Typus 1.

2:o Serien mit einem Maximum in der Nähe von  $n$ , gleich einer ganzen Zahl, und dem anderen links davon, Typus 2.

Typus 1. Von der ersten Form kommen 12 Serien mit

445 Einzelmessungen vor. Diese sind in Tabelle 33 zusammengestellt.

Tabelle 33.

Datum	Mittelw. von $n$	Anzahl	$\pm \sigma$	$t$	$W-g$ m/s	$W-r.$	Nebelch.
6./9. -21	+ 0.949	13	0.192	+ 4.8	4.0	S	■ trocken
20./9. -21	- 0.783	50	0.212	+ 0.3	16.0	W	■ trocken
19./10. -21	+ 1.197	12	0.195	- 8.5	7.4	W	Stratus C
24./1. -22	- 0.813	18	0.244	- 3.0	13.0	WNW	■ *
2./2. -23	+ 0.140	19	0.249	- 14.4	5.7	NNE	Fractost. C
1./3. -23	- 0.400	10	0.423	- 12.0	4.9	NW	St. cm C
1./4. -23	+ 0.100	27	0.350	- 2.6	6.0	NW	reib. ■ ⊕
16./8. -23	+ 2.381	82	0.219	+ 0.9	7.0	NNE	■ nassend
12./9. -23	+ 0.196	111	0.199	- 1.1	11.5	SE	■ △
14./10. -23	+ 3.342	41	0.239	- 2.2	9.0	S	■ △
19./10. -23	+ 0.297	12	0.228	- 4.3	2.0	WNW	Stratus C
20./10. -23	+ 1.153	50	0.198	- 5.3	6.5	S	-
Summa	+ 100.671	445					
Mittelw.	+ 0.8631		- 0.2299	- 3.95	7.75		

Wie man sieht, kommt diese Form bei den verschiedensten Tröpfchengrössen vor und ist sowohl über  $0^\circ$  als

x

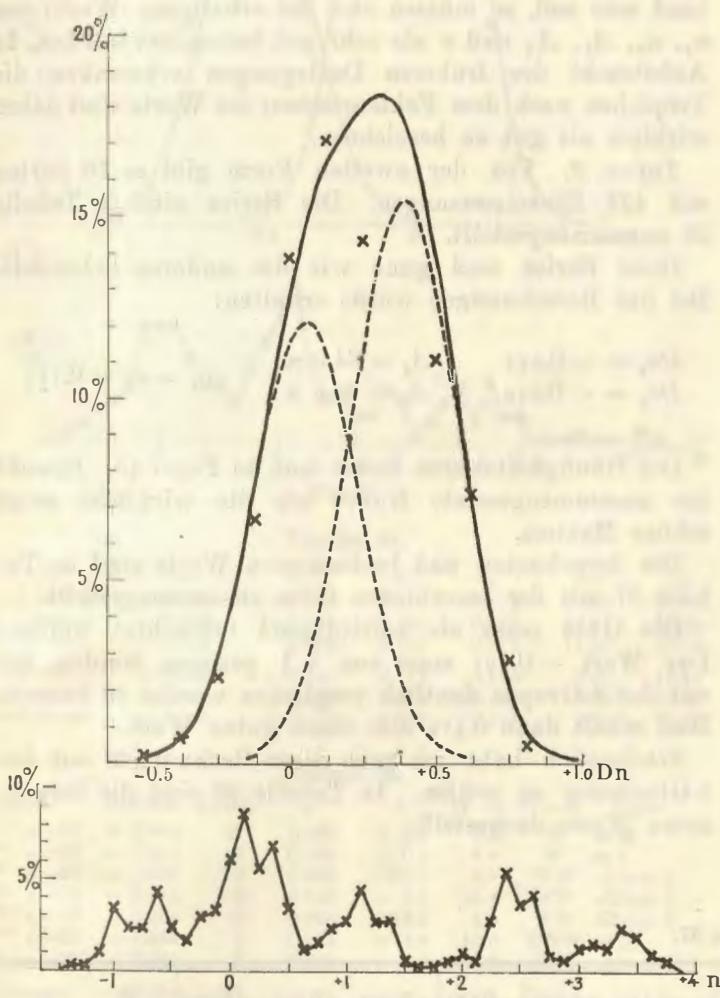


Fig. 41.

auch bis  $-14.4^\circ$  erschienen. Sie erschien bei grosser Windgeschwindigkeit und Ruhe, im Nebel und St.-cm.

Die Serien sind vereinigt und nach der Verschiebung nach 0 sind nach der früher dargelegten Methode  $n_1$  und  $n_2$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  und  $\mu'_2$  berechnet. Die Ergebnisse sind, wenn hier ebenso wie später  $Dn$  den Unterschied von 0 bezeichnet,

$$Dn_1 = + 0,054 \quad A_1 = 43.9 \% \quad \sigma_1 = 0.181 \\ Dn_2 = + 0,397 \quad A_2 = 56.1 \% \quad \sigma_2 = 0.181$$

Diese Werte ergeben eine gute Übereinstimmung mit den Werten, die die beiden früher definierten Gruppen, die 7-Gruppe und die 8-Gruppe charakterisieren.

Die beiden Normalkurven sind in Fig. 41 gezeichnet und die zusammengesetzte ausgezogene Kurve ist aus ihnen berechnet. Unter der vereinigten Häufigkeitskurve ist die wirkliche Häufigkeit gezeichnet. Diese dürfte für sich selbst sprechen. Man sieht ohne weiteres die schöne Verteilung der Maxima. Ich halte es für zweckmässig, hier zu erwähnen, dass die engen Intervalle so klein sind, dass sogar die Messungsfehler ausserhalb, ihrer Grenzen fallen.

Hier ist es auch am Platze zu bemerken, dass die Methode, die ich hier benutze, eigentlich rein formal ist. Wenn man eine Häufigkeitskurve findet, die einigermassen schiefl ist, und aus dieser unter den Voraussetzungen, die ich gemacht habe, zwei Normalkurven findet, so beweist dies keineswegs, dass man zwei definierte variable Grössen gemessen hat. Wenn man aber wie ich dies in der Tat früher gemacht habe, auf die eine oder andere Weise nachgewiesen hat, dass Grössen mit bestimmten Mittelwerten nach der Normalkurve verteilt sind, und eine Häufigkeit findet, die Maxima bei diesen Grössen ergibt, so ist man berechtigt zu behaupten, dass man zwei bestimmte Grössen vor sich hat, die selbständige schwanken. Führt man dann die erwähnte Rechnung aus und findet für  $n_1$  und  $n_2$  Werte, die in nächster Nähe von Mittelwerten liegen, die früher selbständige auftraten, so ist man berechtigt anzunehmen, dass der Nebel in derartigen Fällen aus diesen zwei charakteristischen Tröpfchengruppen bestand und dass die Häufigkeitskurve aus zwei wirklichen Normalkurven zusammengesetzt war. Dies ist, glaube ich, ein hinreichender Grund, um dieser Methode im Folgenden eine grosse Bedeutung zuzumessen.

In Tabelle 34 sind die berechneten und gefundenen Werte ebenso wie die Güte der theoretischen Kurve angegeben. Die Wahrscheinlichkeit, eine schlechtere Kurve zu erhalten, ist recht gross.

Schliesslich wird hier untersucht, wie die Güte ver-

Tabelle 34.

$Dn$	- 0.500	- 0.375	- 0.250	- 0.125	$\pm 0.000$	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500	+ 0.625	+ 0.750	+ 0.875	$X^2$	$W$
Beob. .	0.2	0.7	3.4	6.7	13.9	17.1	14.4	21.6	11.2	7.4	2.9	0.5		
Berechn. .	0.12	0.75	3.02	7.74	13.04	16.28	17.89	17.84	13.63	6.97	0.46	0.46		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.23718	0.01481	0.21271	0.62300	0.25321	0.18334	3.02600	3.53330	1.93130	0.11748	0.77875	0.01549	10.92657	0.450

ändert wird, wenn  $\lambda$  von 0 verschieden ist, und wie die beiden  $n$  durch Veränderungen von  $\lambda$  schwanken. Folgende Formeln sind zu beachten:

$$\mu'_{21} = \mu'_2 - \frac{A_2}{A} \lambda; \quad \mu'_{22} = \mu'_2 + \frac{A_1}{A} \lambda$$

$\lambda$  ist der Unterschied zwischen den *Quadraten* der mittleren Abweichungen um  $n_1$ , beziehungsweise  $n_2$  herum. In Tabelle 35 sind die Grössen, die durch  $\lambda$  verändert werden, für einige positive und negative  $\lambda$  angegeben.

Tabelle 35.

$\lambda$	$n_1$	$n_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$Y_{01}$	$Y_{02}$
+ 0.00086	+ 0.059	+ 0.401	0.180	0.182	12.54	15.01
+ 0.00267	+ 0.067	+ 0.407	0.177	0.185	13.31	14.24
+ 0.00364	+ 0.072	+ 0.411	0.176	0.186	13.74	13.77
- 0.00102	+ 0.049	+ 0.393	0.183	0.180	11.64	15.91
- 0.00272	+ 0.041	+ 0.386	0.185	0.178	10.87	16.75
- 0.00372	+ 0.036	+ 0.383	0.188	0.177	10.45	17.05

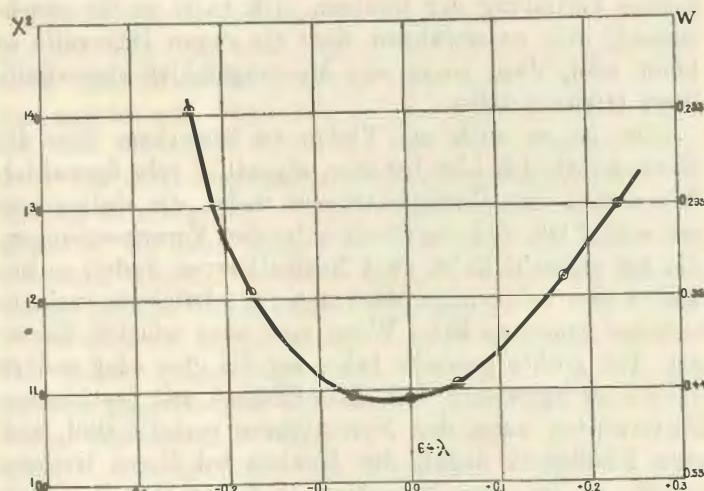


Fig. 42.

Tabelle 36.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
16./11.—20	+ 2.832	10	0.238	- 6.0	8.3	NW	■
16./8.—21	- 0.320	15	0.286	+ 7.0	4.5	SE	■ trocken
20./9.—21	+ 0.106	36	0.213	+ 0.5	16.0	W	■ sehr dicht.
24./1.—22	- 0.062	24	0.263	- 3.0	13.5	WNW	■ *
19./2.—22	+ 1.587	44	0.214	- 14.3	3.5	S	■
25./2.—23	+ 1.754	16	0.266	- 12.5	4.0	WNW	St. cm C
26./3.—23	- 0.094	32	0.257	- 2.8	8.0	WNW	Al. cm C
4./10.—23	- 0.099	44	0.329	- 3.8	4.0	WNW	Al. cm C
11./10.—23	+ 0.633	69	0.277	+ 0.4	10.0	SE	■ trocken
26./11.—23	+ 1.063	136	0.254	- 9.0	6.0	E	■
Summe	+ 14.583	426					
Mittelw.	+ 0.0342		0.2642	- 4.35	7.78		

Tabelle 37.

$Dn$	-1.000	-0.835	-0.750	-0.625	-0.500	-0.325	-0.250	-0.125	$\pm 0.000$	+0.125	+0.250	+0.375	+0.500	$X^2$	$W$
Beob. . .	0.2	0.9	5.4	7.1	11.1	6.8	12.2	16.2	17.4	15.3	5.4	1.6	0.5		
Berechn. . .	0.19	1.17	4.09	8.34	10.25	8.92	9.98	15.87	19.19	14.01	6.04	1.52	0.23		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.00213	0.26540	1.78920	0.78384	0.29863	2.14704	2.10444	0.02918	0.71142	0.50694	0.28883	0.01793	1.35042	10.29540	0.590

Am interessantesten ist es, hier zu sehen, welchen grossen Einfluss kleine Veränderungen der  $n$  und  $\sigma$  auf die Maximalordinate  $Y_0$  ausüben. Infolgedessen wird auch

die Form der zusammengesetzten Kurve durch kleine Schwankungen jener Grössen stark verändert. Es ist daher auch unnötig, mehrere Werte zu verwerten.

Ich erinnere schliesslich daran, dass man durch Berechnung von  $X^2$  die Güte der Kurve erhält. Je grösser  $X^2$  ist, desto schlechter ist natürlich die Überinstimmung zwischen Theorie und Wirklichkeit. In Fig. 42 habe ich für obige Werte von  $\lambda$ ,  $X^2$  und  $W$ , in grossem Massstabe aufgezeichnet.<sup>1</sup> Man findet hier ein Minimum von  $X^2$  bei einem sehr kleinen Werte von  $\lambda$ . Die Unterschiede von  $n$  und  $\sigma$ , die dieses  $\lambda$  mit sich führt, sind so klein, dass sie vernachlässigt werden können. Das Ergebnis dieser Darlegung ist demnach, dass man mit sehr grosser Genauigkeit dasselbe  $\sigma$  für beide Kurven annehmen kann. Der Fehler liegt in der Tat ausserhalb der Beobachtungsmöglichkeiten.

Wenn die Güte der theoretischen Kurve ausschlaggebend sein soll, so müssen also die erhaltenen Werte von  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  und  $\sigma$  als sehr gut betrachtet werden. In Anbetracht der früheren Darlegungen schwanken die Tröpfchen nach dem Fehlergesetze; die Werte sind daher wirklich als gut zu bezeichnen.

*Typus 2.* Von der zweiten Form gibt es 10 Serien mit 426 Einzelmessungen. Die Serien sind in Tabelle 36 zusammengestellt.

Diese Serien sind ganz wie die anderen behandelt. Bei den Berechnungen wurde erhalten:

$$Dn_1 = -0.521 \quad A_1 = 34.0 \% \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0.171 \\ Dn_2 = -0.010 \quad A_2 = 66.0 \% \quad$$

Die Häufigkeitskurve findet man in Figur 43. Sowohl die zusammengesetzte Kurve als die wirkliche zeigt schöne Maxima.

Die berechneten und beobachteten Werte sind in Tabelle 37 mit der berechneten Güte zusammengestellt.

Die Güte muss als befriedigend betrachtet werden. Der Wert - 0.521 muss von + 1 gezogen werden, um mit der 8-Gruppe deutlich verglichen werden zu können. Man erhält dann 0.479 also einen guten Wert.

Schliesslich habe ich auch diese Rechnungen mit der  $\lambda$ -Gleichung zu prüfen. In Tabelle 38 sind die berechneten Werte dargestellt.

<sup>1</sup> In der Figur steht als Abszisse 64  $\lambda$ . Dies bedeutet, dass die Einheiten der Abszisse in Intervallen der Häufigkeitskurve ausgedrückt sind. Dies geschah aus praktischen Gründen.

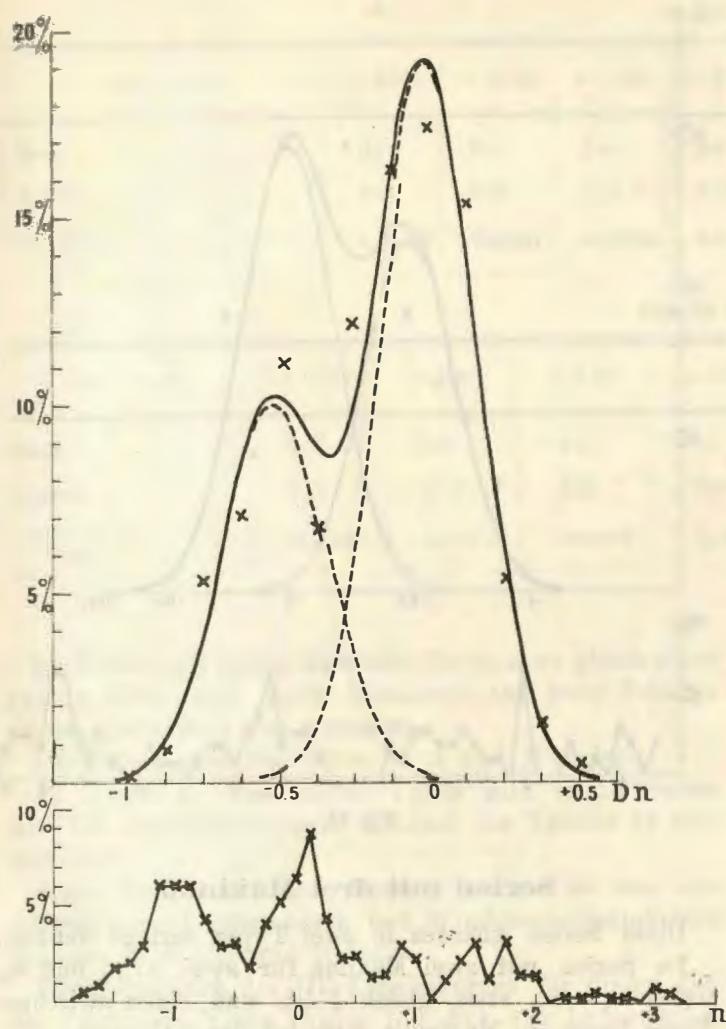


Fig. 43.

Tabelle 38.

$\lambda$	$n_1$	$n_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$Y_{01}$	$Y_{02}$
+ 0.00069	- 0.518	- 0.008	0.170	0.172	10.22	18.89
+ 0.00330	- 0.508	- 0.003	0.165	0.175	10.92	18.20
+ 0.00455	- 0.503	- 0.000	0.163	0.176	11.28	17.88
- 0.00070	- 0.524	- 0.011	0.172	0.170	9.85	19.30
- 0.00334	- 0.534	- 0.016	0.177	0.168	9.23	19.97
- 0.00480	- 0.539	- 0.019	0.181	0.167	8.84	20.31

Tabelle 39.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
21./ 8.-21	+ 2.058	19	0.293	+ 5.8	6.0	S	≡ ●
22./ 8.-21	- 2.019	10	0.235	± 0.0	6.0	W	≡ ☉
23./ 8.-22	- 1.988	9	0.222	- 10.7	6.0	NW	Al-cm ☉
23./ 2.-23	- 2.974	6	0.246	- 6.0	21.4	SW	Al-cm ☉
25./ 2.-23	- 0.009	8	0.266	- 12.5	4.0	NW	St-cm ☉
19./ 3.-23	- 1.880	6	0.241	- 4.0	15.0	WNW	≡ ○
1./ 9.-23	- 2.824	5	0.260	+ 5.6	3.3	SSE	Al-cm ○
Summe	- 42.251	63					
Mittelw.	- 0.671		0.2434	- 3.11	8.81		

Tabelle 40.

$Dn$	- 0.500	- 0.375	- 0.250	- 0.125	± 0.000	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500	+ 0.625	+ 0.750	$X^2$	$W$
Beob. . . . .	1.5	1.6	11.1	27.0	23.8	8.0	7.9	8.0	6.4	3.2	1.5		
Berechn . . . . .	0.17	2.25	12.11	26.93	24.90	9.89	3.92	6.98	8.16	3.98	0.81		
$(m - m_1)^2 \cdot A$	6.55200	0.11844	0.05311	0.00011	0.00306	0.22743	2.54520	0.09387	0.30240	0.09639	0.37044	10.36215	0.411
$m \cdot 100$ . . . . .													

Dieselben kleinen Veränderungen von  $n$  und  $\sigma$  rufen auch hier grosse Veränderungen von  $Y_0$  hervor. Aus der Figur 44 ergibt sich, dass die erhaltene Güte nahezu die beste ist, wenn die Kurve aus zwei Normalkurven zusammengesetzt ist. Die Fehler in den erhaltenen Werten von  $n$  sind auch hier zu vernachlässigen.

**B.** Beim zweiten Durchsehen des Materials wurden auch die beiden definierten Typen erhalten. Alle diese Serien sind klein und haben daher ein kleines Gewicht.

**Typus 1.** Es kommen 7 Serien mit nur 63 Einzelmessungen vor (Tabelle 39).

Die berechneten und die beobachteten Werte zeigen eine recht gute Übereinstimmung (Tabelle 40). Die grösste Abweichung ergibt die Anzahl der kleinsten Tröpfchengrösse. Es ist natürlich, dass die kleinen Serien, die hier behandelt werden, keine ausgeprägten Maxima sondern sporadisch auftretende Werte ergeben. Daraus folgt auch, dass man gerade am Außenrande der Häufigkeitskurve die schlechteste Übereinstimmung finden muss. Wird dieser Wert entfernt, wobei die Anzahl der Intervalle gleich 10 wird, so erhält man die sehr ungewöhnliche Wahrscheinlichkeit von 0.944.

Die Kurve (Fig. 45) ergibt recht schöne Maxima und die Ergebnisse der Berechnungen waren

$$Dn_1 = - 0.074 \quad A_1 = 77.3 \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0.133 \\ Dn_2 = + 0.461 \quad A_2 = 22.7$$

**Typus 2.** 9 Serien mit 89 Messungen werden in diesem Typus zusammengefasst (Tabelle 41). Auch diese

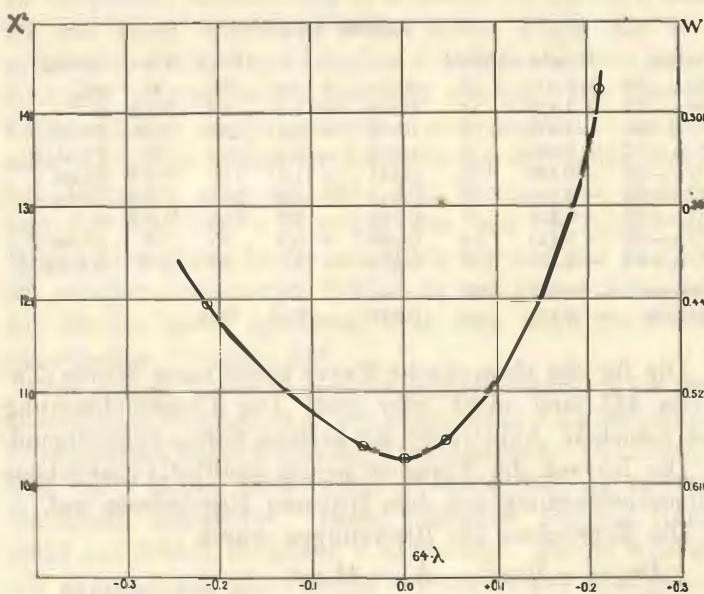


Fig. 44.

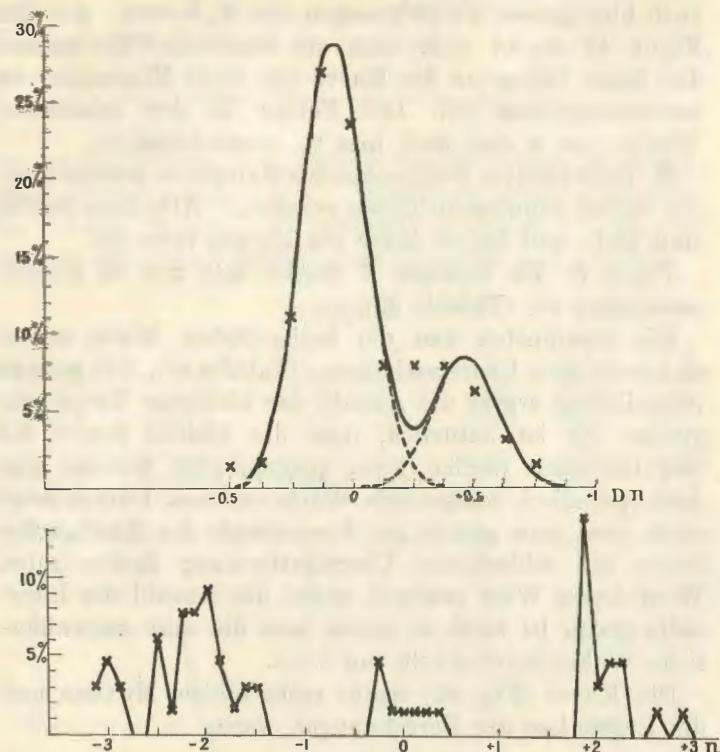


Fig. 45.

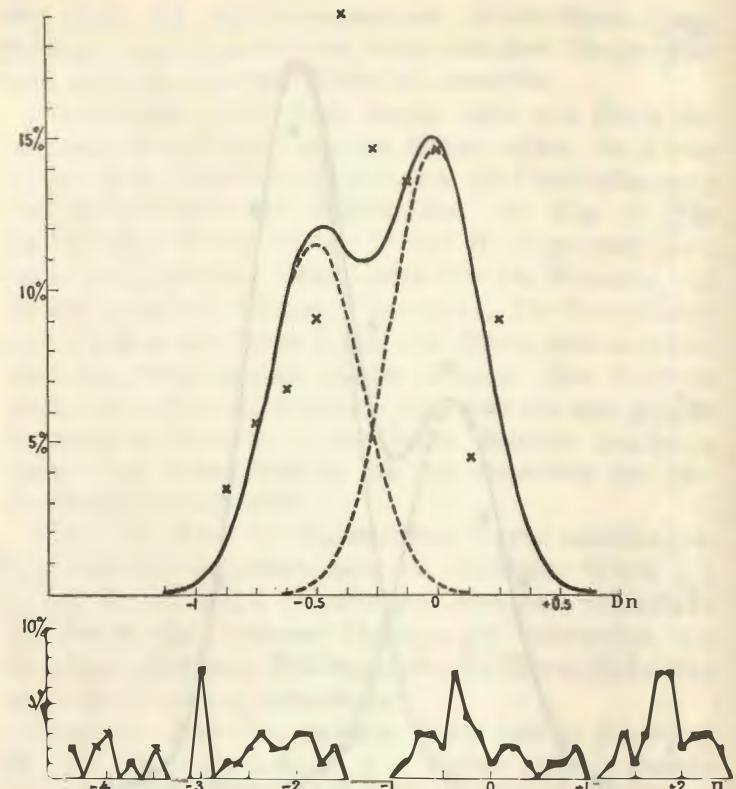


Fig. 46.

Serien sind klein und die Genauigkeit der Ergebnisse aus ihnen kann nicht gross werden.

Tabelle 41.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
22./ 8.-21	- 0.478	12	0.244	$\pm 0.0$	6.0	W	$\equiv \mathbb{C}$
15./ 9.-21	+ 1.838	18	0.259	- 1.8	8.3	NNE	$\equiv$
9./ 9.-22	+ 1.814	14	0.286	- 2.0	4.6	NW	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
4./ 12.-22	+ 0.562	7	0.279	- 6.4	5.0	W	$Fr\text{-}st. \mathbb{C}$
24./ 2.-23	- 0.389	5	0.441	- 11.1	11.7	WNW	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
24./ 2.-23	- 2.054	8	0.245	- 11.4	11.7	WNW	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
15./ 3.-23	- 0.270	9	0.239	- 2.2	21.0	WNW	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
2./ 9.-23	- 2.156	10	0.230	+ 5.8	6.0	S	$Al\text{-}cm \mathbb{C}$
27./ 9.-23	- 4.149	6	0.220	+ 4.1	2.0	SW	$Al\text{-}cm \mathbb{C}$
Summe	- 10.930	89					
Mittelw.	- 0.123	-	0.2681	- 2.78	8.54		

Die für die theoretische Kurve berechneten Werte (Tabelle 42) sind nicht sehr gut. Die Übereinstimmung ist jedoch in Anbetracht der kleinen Serien befriedigend.

Die Kurven der Figur 46 weisen qualitativ eine schöne Übereinstimmung mit dem früheren Ergebnissen auf.

Die Ergebnisse der Rechnungen waren

$$Dn_1 = - 0.508 \quad A_1 = 44.4 \% \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0.190$$

$$Dn_2 = + 0.054 \quad A_2 = 55.6 \% \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0.190$$

### Serien mit drei Maxima.

Diese Serien könnten in zwei Typen zerlegt werden.

1:o Serien mit zwei Maxima für zwei  $n$ :  $n_1$  und  $n_2$  wobei  $n_1 - n_2$ , etwa gleich 1 ist, und einen zwischen diesen liegenden Maximum etwa bei der 8-Gruppe.

Tabelle 43.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
5./ 10.-20	+ 1.403	23	0.497	+ 0.7	20.5	W	$\equiv$ nassend.
30./ 11.-20	+ 2.326	23	0.574	- 0.4	1.3	SW	$\equiv \mathbb{C}$
1./ 12.-20	+ 2.420	16	0.295	- 0.2	2.0	SW	$\equiv \mathbb{C}$
3./ 5.-21	+ 1.735	11	0.319	- 9.8	9.4	ESE	$\equiv$
7./ 12.-21	+ 2.622	27	0.342	- 9.0	1.0	E	$\equiv$
4./ 1.-22	- 0.611	21	0.290	- 9.0	12.0	ENE	$\equiv$
8./ 1.-22	- 0.326	15	0.467	- 13.0	17.0	S	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
13./ 1.-22	+ 1.288	46	0.338	- 3.9	3.0	W	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
27./ 1.-22	+ 2.303	20	0.256	- 4.9	12.8	WNW	$\equiv$
14./ 2.-22	- 1.646	24	0.400	- 7.9	9.0	S	$\equiv$
30./ 3.-22	+ 1.789	37	0.348	- 10.3	3.5	NE	$\equiv$
3./ 9.-23	- 0.516	24	0.329	- 14.0	2.8	N	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
24./ 2.-23	- 1.453	21	0.355	- 11.6	17.8	W	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
21./ 9.-23	- 1.205	75	0.339	+ 3.3	6.0	SSW	$\equiv$
3./ 11.-23	- 0.185	91	0.329	- 5.6	11.0	S	$\equiv$
12./ 11.-23	+ 0.467	105	0.287	- 7.5	13.0	SSE	$\equiv$
21./ 11.-23	- 0.535	76	0.350	- 12.6	5.5	ENE	$\equiv$ treib. $\mathbb{C}$
21./ 11.-23	- 0.312	120	0.427	- 12.8	3.5	ENE	$\equiv$
Summe	+ 153.702	775					
Mittelw.	+ 0.198	-	0.3637	- 7.14	8.39		

Tabelle 42.

$Dn$	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500	+ 0.625	+ 0.750	+ 0.875	+ 1.000	+ 1.125	+ 1.250	$X^2$	$W$
Beob. . . . .	3.4	5.6	6.7	9.0	19.1	14.6	13.5	14.6	4.5	9.0		
Berechn. . . . .	1.81	5.20	9.74	11.91	11.33	11.04	13.54	14.90	11.48	5.85		
$(m - m_1)^2 \cdot A$ $m \cdot 100$	1.24600	0.02741	0.84461	0.63368	5.01960	0.53044	0.00011	0.00537	3.77360	1.51300	13.59282	0.140

Tabelle 44.

$Dn - 0.019$	- 0.500	- 0.375	- 0.250	- 0.125	$\pm 0.000$	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500	+ 0.625
Beob. . . . . . . . . . .	0.1	0.5	1.8	3.2	4.5	7.5	9.8	11.4	13.4	10.5
Berechn. . . . . . . . . . .	0.11	0.49	1.51	3.17	4.84	6.59	9.65	12.92	13.21	9.88
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{100}$ . . . . .	0.00008	0.00002	0.43168	0.00220	0.18523	0.97650	0.01806	1.38725	0.02115	0.30147

Tabelle 44 (forts.).

$Dn - 0.019$	+ 0.750	+ 0.875	+ 1.000	+ 1.125	+ 1.250	+ 1.375	+ 1.500	$X^2$	$W$
Beob. . . . . . . . . . .	7.1	8.9	9.9	7.6	2.6	0.8	0.4		
Berechn. . . . . . . . . . .	7.49	8.52	9.63	7.28	3.33	0.91	0.15		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{100}$ . . . . .	0.15733	0.13175	0.05882	0.10927	1.24000	0.10308	3.23175	8.35564	0.936

2:o Serien mit einem Maximum für  $n_1$  etwa gleich einer ganzen Zahl, und einem Maximum auf jeder Seite in einem Abstande 1 von einander.

Die Serien sind wie früher in  $A$  und  $B$  zerlegt.

**A. Typus 1.** Vom ersten Typus gibt es 18 Serien mit 775 Einzelmessungen, die nach der Tabelle 42 verteilt sind.

Auch Serien mit drei Maxima kommen bei den verschiedensten Temperaturen und Windgeschwindigkeiten vor, wie in St-Cm und Nebel.

Beim Zeichnen der Häufigkeitskurven für diesen und die folgenden Typen habe ich bei der Intervalleinteilung die nach den einfachen Serien exakter bestimmte Basiszahl benutzt. Die Abszisse wird

daher  $n - 0.019$ . Dies geschah aus praktischen Gründen. Die Werte werden indessen nach wie vor in  $n$  ausgedrückt.

In Figur 47 ist die Häufigkeitskurve gezeichnet. Man sieht in der Beobachtungskurve ein Hauptmaximum zwischen 0.4 und 0.5 und ein sekundäres Maximum bei +1. Bei 0 hat man kein ausgeprägtes Maximum. Um die drei Häufigkeitskurven auch unter der gemachten Voraussetzung von gleicher mittlerer Abweichung exakt zu verwerten, braucht man so mühsame Rechnungen, dass ich sie nicht ausführen will. Schon durch die ausführten Rechnungen dürfte die Existenz von zwei Gruppen wahrscheinlich gemacht werden. Die hier erhaltene Kurve ergibt außerdem sehr deutlich, dass man auch bei dieser grösseren Ausbreitung der Serien dieselben Gruppen gemessen hat. Die Maxima zwischen 0.4 und 0.5 und bei +1 zeigen dies und die Schiefe der Kurve nach links dürfte mit Rücksicht auf eine ähnliche oft weniger ausgeprägte Schiefe in den früher behandelten Serien dafür sprechen, dass man auch um 0 eine selbständige Variable hat.

Von diesen Verhältnissen ausgehend, versuchte ich eine theoretische Häufigkeitskurve approximativ zu berechnen. Dies geschah unter folgender Voraussetzung. Die Häufigkeit um 1 herum wird rechts als unberührt von anderen Variablen betrachtet. Diese Annahme ist mit Rücksicht auf früher erhaltene  $\sigma$  berechtigt. Ferner wird sie als symmetrisch um 1 herum betrachtet, und die Normalkurve auf diese Art verwertet. Man erhält  $A = 32.7\%$   $\sigma_3 = 0.174$ . Die Übereinstimmung mit den früheren  $\sigma$  ist ausgezeichnet.

Es bleibt also 67.3 % für die anderen Kurven übrig. Nachdem die Werte der schon berechneten Kurve in jedem Intervalle, in dem sie vorkommen, gezogen worden waren, wurden die übrigen passend verteilt.

Die auf diese Weise erhaltene Häufigkeitsverteilung wurden wie Serien mit zwei Maxima analysiert. Die Ergebnisse waren.

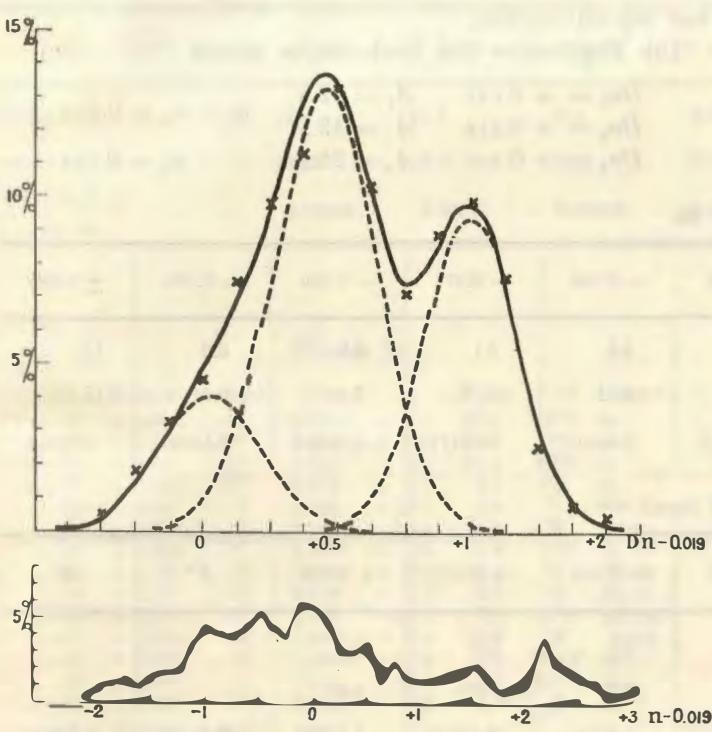


Fig. 47.

$$\begin{array}{lll}
 Dn_1 = +0.042 & A_1 = 15.8 \% & \sigma_1 = \sigma_2 = 0.195 \\
 Dn_2 = +0.476 & A_2 = 51.5 \% & \sigma_1 = \sigma_2 = 0.195 \\
 Dn_3 = +1.019 & A_3 = 32.7 \% & \sigma_3 = 0.174
 \end{array}$$

Zu bemerken ist, dass die beiden erhaltenen  $\sigma$  nicht gleich waren.

In der Tabelle 44 sind die beobachteten und berechneten Werte wie gewöhnlich zusammengestellt.

Die Güte der theoretischen Kurve ist überraschend gut. Die wirkliche Häufigkeit ergibt auch schöne ausgeprägte Maxima.

### Typus 2.

Tabelle 45.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\pm \sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
23/10.—20	+ 0.880	8	0.666	- 4.8	0.0	NE	≡
1/11.—21	+ 1.593	31	0.338	- 12.0	2.6	W	≡
5/11.—21	- 0.702	34	0.372	+ 4.8	2.0	SE	≡ treib.
7/11.—21	+ 2.122	42	0.339	- 9.0	1.0	E	≡
10/11.—23	- 0.871	30	0.333	- 0.8	4.0	NW	≡ treib.
Summe	+ 93.640	145	—	—	—		
Mittelw.	+ 0.645	—	0.3707	- 4.36	1.92		

Diese 5 Serien umfassen nur 145 Einzelmessungen.

Aus der Verteilung der Punkte rechts berechnete ich unter Annahme, dass  $\sigma = 0.173$  war,  $n_3$  zu 0.464. Die Anzahl, die zu dieser Kurve gehört, ist 32.8 %. Die übrige Anzahl wurde passend verteilt und die beiden anderen Normalkurven wurden wie früher berechnet. Die Ergebnisse waren.

$$\begin{array}{lll}
 n_1 = -0.472 & A_1 = 52.8 & \sigma_1 = \sigma_2 = 0.155 \\
 n_2 = +0.088 & A_2 = 14.4 & \\
 n_3 = +0.464 & A_3 = 32.8 & \sigma_3 = 0.173
 \end{array}$$

Die berechneten Werte (Tabelle 46) stimmen auch hier ausserordentlich gut mit den beobachteten Werten überein. Die Güte ist so befriedigend, dass sie als eine Seltenheit in statistischen Arbeiten zu betrachten ist. Auch die wirkliche Häufigkeitskurve (Fig. 48) zeigt ausgeprägte Maxima.

**B. Typus 1** (Fig. 47). Die Kurve ist ebenso wie die früheren berechnet und gezeichnet (Fig. 49) und ergibt gleichfalls eine Güte, die befriedigend (Tabelle 48) ist. Die wirkliche Häufigkeitskurve, wie sie aus der ausge-

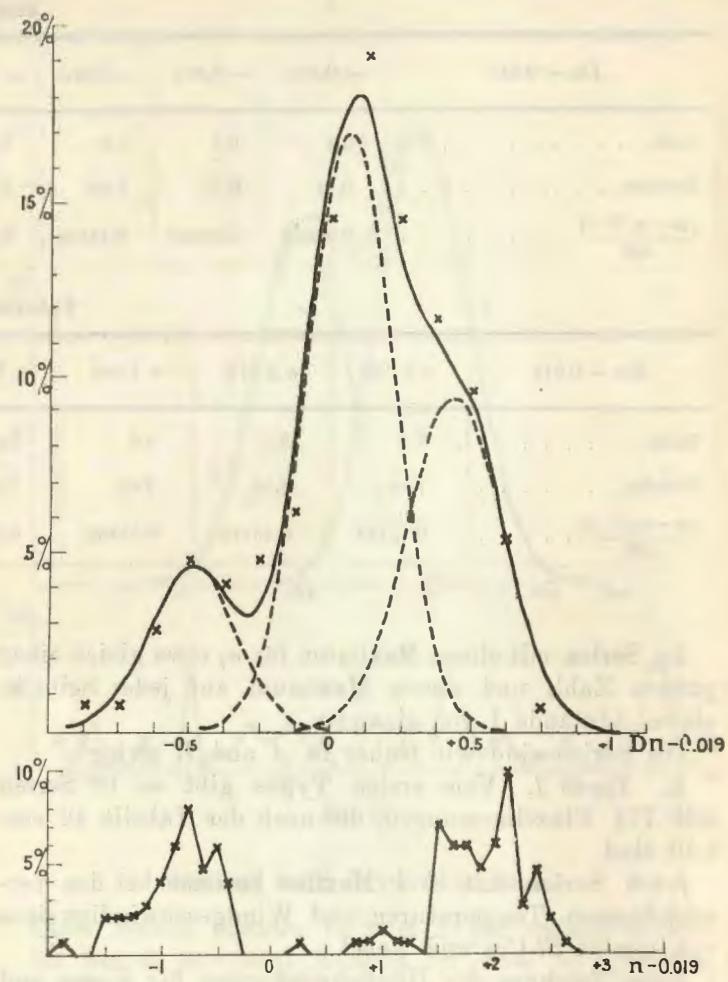


Fig. 48.

breiteten Form unten in der Figur hervorgeht, ergibt dieselbe Maximalverteilung der Häufigkeit wie die früher reproduzierten.

Die Ergebnisse der Rechnungen waren

$$\begin{array}{lll}
 Dn_1 = +0.048 & A_1 = 22.3 & \sigma_1 = \sigma_2 = 0.184 \\
 Dn_2 = +0.516 & A_2 = 49.5 & \\
 Dn_3 = +0.985 & A_3 = 28.2 & \sigma_3 = 0.174
 \end{array}$$

Tabelle 46.

$Dn - 0.019$	-0.875	-0.750	-0.625	-0.500	-0.375	-0.250	-0.125	$\pm 0.000$
Beob.	0.7	0.7	2.8	4.8	4.1	4.8	6.2	14.5
Berechn.	0.22	1.15	3.20	4.62	3.77	3.42	8.01	15.69
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	1.52250	0.25520	0.07250	0.01016	0.02471	0.06119	0.59305	0.13079

Tabelle 46 (forts.).

$Dn - 0.019$	+0.125	+0.250	+0.375	+0.500	+0.625	+0.750	$X^*$	$W$
Beob.	19.3	14.5	11.7	9.7	5.5	0.7		
Berechn.	17.60	13.67	11.12	9.60	5.56	1.97		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.23780	0.07294	0.04399	0.00151	0.00079	1.18755	4.21463	0.988

Tabelle 47.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\pm \sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
26./10.-20	+ 4.272	7	0.607	- 3.2	2.0	NNW	≡ nassend.
30./ 4.-21	+ 0.660	9	0.382	- 4.2	7.4	W	≡
8./10.-21	+ 0.065	9	0.288	- 1.9	6.0	W	≡
10./12.-21	- 1.449	9	0.266	- 4.0	6.0	SW	Al-em C
17./ 1.-22	+ 0.290	13	0.266	- 17.0	5.0	SE	≡ C
23./ 2.-23	- 2.468	9	0.399	- 5.5	18.0	SW	Al-em C
15./ 8.-23	+ 2.457	58	0.224	+ 1.8	6.0	NE	≡
31./ 8.-23	- 0.623	15	0.545	+ 4.0	10.0	W	≡ C
2./ 9.-23	+ 0.613	52	0.309	+ 0.3	8.8	NNE	≡
5./ 9.-23	+ 0.662	22	0.304	- 1.2	11.0	SSE	≡
20./11.-23	- 2.410	100	0.339	- 17.2	12.0	SSE	≡ C
Summe	- 56.426	303					
Mittelw.	- 0.186		0.3322	- 4.37	8.38		

*Typus 2* (Tabelle 49). Die Güte (Tabelle 50) der theoretischen Kurve ist genügend. Die wirkliche Häufigkeitsverteilung ergibt ebenso wie die früheren eine Serie von Maxima an denselben Stellen (Fig. 50).

Die Ergebnisse der Rechnung waren

$$\begin{aligned} Dn_1 &= -0.419 & A_1 &= 36.4 \\ Dn_2 &= +0.015 & A_2 &= 39.1 & \sigma_1 = \sigma_2 &= 0.159 \\ Dn_3 &= +0.464 & A_3 &= 24.5 & \sigma_3 &= 0.171 \end{aligned}$$

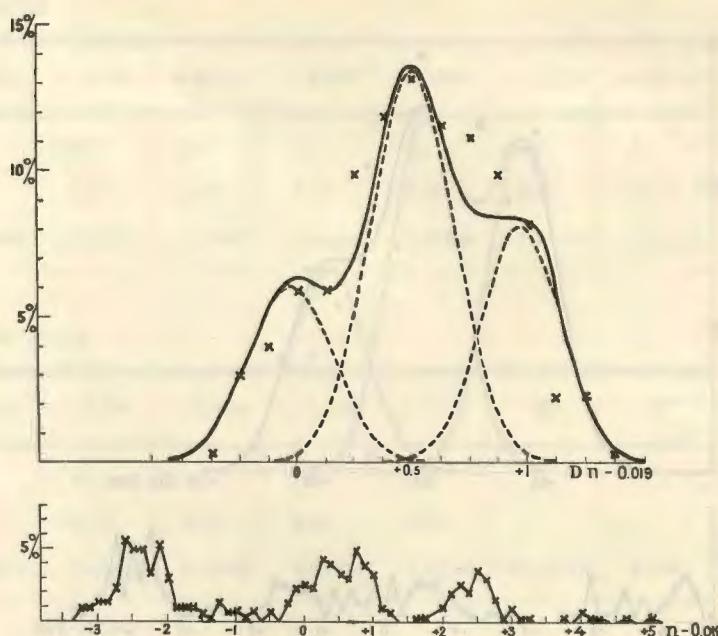


Fig. 49.

Tabelle 48.

$Dn - 0.019$	- 0.375	- 0.250	- 0.125	$\pm 0.000$	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500
Beob. . . . .	0.3	3.0	4.0	5.9	5.9	9.9	11.9	13.2
Berechn. . . . .	1.04	2.15	5.34	6.32	5.97	7.29	11.27	13.71
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	1.59681	0.00257	1.01808	0.08363	0.00249	1.07868	0.10635	0.05757

Tabelle 48 (forts.).

$Dn - 0.019$	+ 0.625	+ 0.750	+ 0.875	+ 1.000	+ 1.125	+ 1.250	+ 1.375	$X^2$	$W$
Beob. . . . .	11.6	11.2	9.9	8.3	2.3	2.3	0.3		
Berechn. . . . .	11.13	8.77	8.50	8.34	5.64	2.23	0.57		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot m}$	0.06029	2.03919	0.69993	0.00058	5.99940	0.00667	0.38748	13.14008	0.516

Tabelle 49.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\pm \sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
3./12.-20	+ 1.805	11	0.231	- 6.5	10.4	NNW	≡
20./ 9.-21	- 4.126	27	0.408	+ 0.5	16.7	W	≡
6./10.-21	- 3.067	13	0.254	- 3.4	20.8	SSW	≡
21./10.-21	+ 0.006	25	0.312	- 9.1	4.2	SE	≡
11./ 1.-22	- 4.067	9	0.282	- 12.3	0.0	W	Str. C
11./ 1.-22	- 0.776	15	0.288	- 13.1	0.0	W	Str-cm C
11./ 9.-22	+ 3.030	17	0.400	- 7.0	1.3	NW	≡
10./ 8.-22	+ 1.124	9	0.264	- 9.0	15.0	W	Str-cm C
4./19.-22	+ 1.197	13	0.330	- 5.7	5.0	W	Fr-st C
6./12.-22	+ 1.312	11	0.358	- 11.7	7.0	NW	Al-em C
4./ 2.-23	- 0.200	8	0.340	- 2.0	11.0	W	Al-em C
4./ 1.-23	+ 0.937	6	0.406	- 11.4	4.0	WSW	≡ C
28./ 2.-23	- 0.927	11	0.411	- 11.1	5.0	NNW	≡
13./10.-23	+ 3.837	78	0.316	- 1.4	4.0	S	≡ *
Summe	+ 205.229	253					
Mittelw.	+ 0.811		0.3325	- 7.37	7.46		

7-25 0830

$n_1$  zeigt eine recht wesentliche Abweichung von den früher erhaltenen von derselben Art. Die anderen beiden müssen dagegen als gut betrachtet werden. Die Anomalität von  $n_1$  kann auf die letzte Serie der Tabelle zurückgeführt werden. Bei der Messung dieser Serie fand starker Schneefall statt.

#### Vier maxima.

Serien von dieser Ausbreitung sind schon von Anfang an genau aus dem Materiale gewählt worden. Wir haben hier also nur  $A$ . Zwei Typen werden definiert.

1:o Ein ganzes  $n$  links, rechts ein Maximum bei etwa  $n = 0.5$ .

2:o Ein ganzes  $n$  rechts, links ein  $n =$  etwa 0.5.

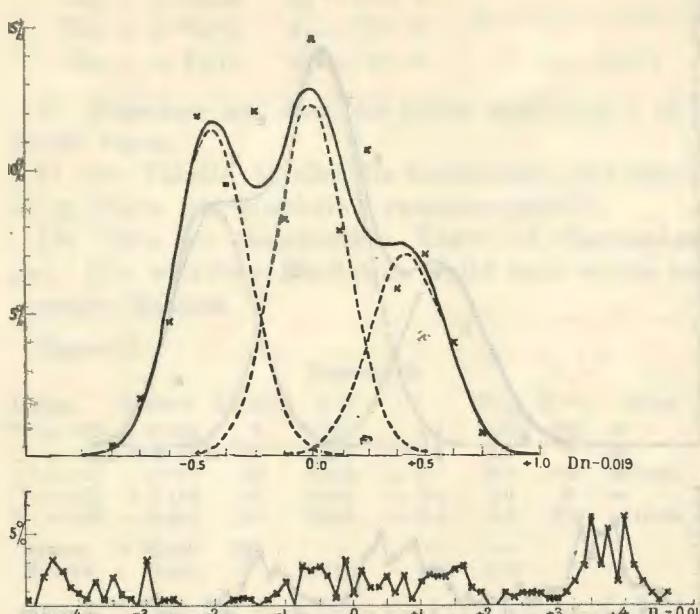


Fig. 50.

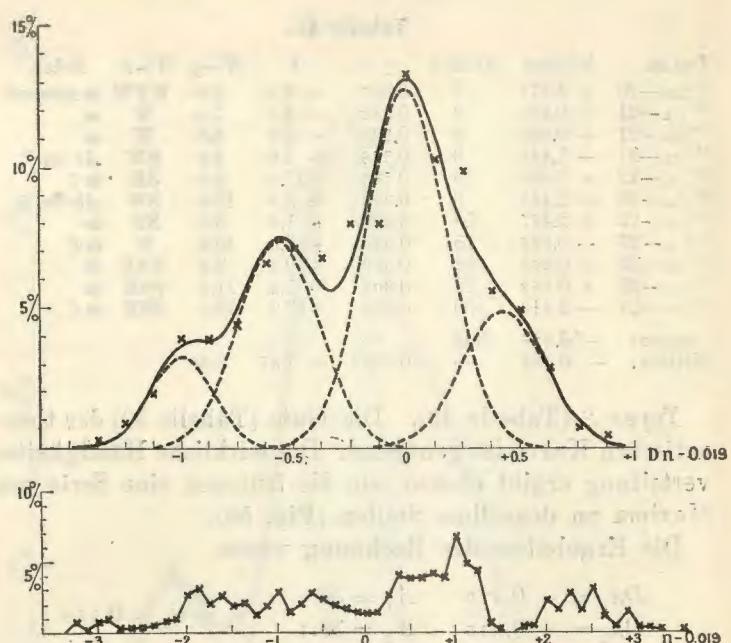


Fig. 51.

Tabelle 50.

$Dn - 0.019$	- 0.875	- 0.750	- 0.625	- 0.500	- 0.375	- 0.250	- 0.125	$\pm 0.000$
Beob.	0.4	2.0	4.7	11.9	9.5	12.2	8.3	14.6
Berechn.	0.25	1.64	5.71	10.69	11.39	9.41	10.51	12.86
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.22770	0.19987	0.45287	0.34661	0.79189	2.10749	1.17645	0.59455

Tabelle 50 (forts.).

$Dn - 0.019$	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500	+ 0.625	+ 0.750	$X^2$	$W$
Beob.	7.9	10.7	5.9	7.1	4.0	0.8		
Berechn.	10.41	7.62	7.52	6.60	3.65	1.17		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	1.53318	3.13720	0.88297	0.09589	0.08501	0.29601	11.92769	0.534

Tabelle 51.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\pm \sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
20./ 2.-21	+ 0.699	5	0.575	- 2.8	16.9	W	$\equiv \mathbb{C}$
20./ 3.-21	+ 2.095	25	0.308	- 6.2	5.3	S	$\equiv$
10./ 0.-21	+ 2.667	39	0.325	+ 0.3	0.0	W	$\equiv \bullet$
8./ 10.-21	+ 2.192	40	0.439	- 0.8	6.3	W	$\equiv$
20./ 11.-21	- 0.196	63	0.390	- 3.0	16.0	WNW	$\equiv$
5./ 1.-22	- 0.113	36	0.606	- 9.0	2.5	E	$\equiv$ dicht.
20./ 2.-22	- 1.221	49	0.703	- 18.0	9.0	SE	$\equiv$
2./ 2.-23	- 1.321	16	0.516	- 14.4	5.7	NNE	Stratus
24./ 2.-23	- 0.416	9	0.599	- 10.8	8.8	WNW	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
26./ 2.-23	- 1.321	28	0.442	- 14.8	10.0	NNW	$St\text{-}cm \mathbb{C}$
1./ 5.-23	- 2.673	14	0.412	- 9.0	3.0	ENE	$\equiv \odot$
31./ 8.-23	+ 0.846	202	0.328	+ 2.7	3.5	ESE	$\equiv$ nässend
8./ 9.-23	- 1.952	63	0.489	- 1.0	8.4	S	$\equiv \Delta$
Summe	+ 119.973	589					
Mittelw.	+ 0.204	—	0.4420	- 6.68	7.34		

*Typus 1.* Diese Serien, die in Tabelle 51 zusammengestellt sind, haben sowohl rechts als links Normalkurven, die approximativ bestimmt sind. Die mittleren Kurven

sind nach der oft erwähnten Methode berechnet. Die so erhaltene zusammengesetzte Kurve ist ebenso, wie die vereinigte beobachtete und die wirkliche Häufigkeitskurve wie früher in Figur 51 reproduziert. In Tabelle 52 findet man die beobachteten und die berechneten Werte. Die Güte ist wohl befriedigend. Die Ergebnisse der Rechnungen sind:

$$\begin{aligned}
 Dn_1 &= -0.981 & A_1 &= 9.3 \% & \sigma_1 &= 0.141 \\
 Dn_2 &= -0.554 & A_2 &= 26.6 \% & \sigma_2 &= \sigma_3 = 0.180 \\
 Dn_3 &= +0.017 & A_3 &= 46.1 \% & & \\
 Dn_4 &= +0.446 & A_4 &= 18.0 \% & \sigma_4 &= 0.184
 \end{aligned}$$

*Typus 2* (Tabelle 53). Diese Serien sind die ersten, die eine wesentliche Abweichung von früher erhaltenen Werten ergeben. Es war unmöglich, unter der Voraussetzung von Scheitelpunkten der Normalkurve eine gute

Tabelle 52.

$Dn - 0.019$	- 1.375	- 1.250	- 1.125	- 1.000	- 0.875	- 0.750	- 0.625	- 0.500	- 0.375	- 0.250	- 0.125
Beob. . . . .	0.3	0.9	2.0	3.9	3.9	4.4	6.6	7.1	6.8	8.0	8.0
Berechn. . . . .	0.16	0.70	2.28	3.70	3.89	5.01	7.09	7.17	5.72	6.57	10.16
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	2.35600	0.33632	0.20262	0.06361	0.00015	0.43763	0.19967	0.00402	1.20156	1.83179	2.69173

Tabelle 52 (forts.).

$Dn - 0.019$	$\pm 0.000$	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500	+ 0.625	+ 0.750	+ 0.875	$X^2$	$W$
Beob. . . . .	13.3	10.2	9.9	5.5	4.9	2.9	0.8	0.5		
Berechn. . . . .	13.06	11.6	7.85	6.11	4.75	2.75	1.03	0.25		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$	0.02592	0.48475	0.83049	0.35870	0.02792	0.04830	0.30275	1.47250	12.87643	0.798

theoretische Kurve die mit den früheren übereinstimmte, zu finden.

Tabelle 53.

Datum	Mittelw.	Anzahl	$\pm \sigma$	$t$	$W-g$	$W-r$	Nebel.
5./10. - 20	+ 1.518	18	0.707	+ 0.9	20.0	W	■ trocken.
25./11. - 20	+ 3.451	10	0.475	- 2.4	6.5	W	■
18./1. - 21	+ 1.695	20	0.464	- 10.6	2.0	ESE	■
26./9. - 21	+ 1.274	53	0.394	- 4.2	3.0	NW	■
5./4. - 22	+ 0.327	10	0.478	- 12.8	0.0	ENE	■
4./11. - 22	- 1.687	24	0.462	- 5.5	2.5	WSW	$Al\text{-}cm$
1./12. - 22	+ 0.283	6	0.565	- 9.6	0.5	NW	$St\text{-}cm$
18./3. - 23	- 2.314	25	0.526	- 1.5	18.0	W	■
2./4. - 23	- 2.838	103	0.295	- 2.8	9.2	NW	■
3./4. - 23	- 3.831	18	0.396	- 2.1	6.5	WNW	■
2./9. - 23	+ 2.485	48	0.547	+ 4.0	3.8	SSE	●
2./9. - 23	+ 2.343	68	0.330	+ 3.5	0.7	SSE	●
5./9. - 23	- 0.592	59	0.323	- 2.0	7.6	SE	■
20./9. - 23	- 2.679	23	0.414	+ 4.5	21.0	SSW	■ trocken.
10./10. - 23	- 0.718	31	0.529	- 3.1	11.6	S	■
Summe	- 134.583	516	—	—	—		
Mittelw.	- 0.261	—	0.4260	- 2.91	7.53		

Da die Randwerte nach links sehr klein an Häufigkeit waren, verfuhr ich hier, bei der Berechnung auf eine andere Weise als früher, (Fig. 52). In der Tat wur-

den in der Folge zwei Kurven von rechts approximativ verwertet. Die berechneten Werte sind mit den beobachteten in Tabelle 54 zusammengestellt.

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Wirklichkeit ist nicht sehr schlecht, besonders wenn man bemerkt, dass die grössten Abweichungen in den Randgebieten der Kurve vorkommen.

Die Ergebnisse der Rechnungen waren

$$\begin{aligned}
 Dn_1 &= - 0.407 & A_1 &= 7.4 & \sigma_1 &= \sigma_2 = 0.157 \\
 Dn_2 &= - 0.054 & A_2 &= 28.1 & & \\
 Dn_3 &= + 0.460 & A_3 &= 43.6 & \sigma_3 &= 0.182 \\
 Dn_4 &= + 0.957 & A_4 &= 20.9 & \sigma_4 &= 0.217
 \end{aligned}$$

Diese Werte sind dagegen nicht gut. Das grosse  $\sigma_4$  der rechten Normalkurve lässt sich natürlich aus zufälligen Werten erklären. So kann auch der relativ schlechte Wert vom  $Dn_1$  erklärt werden.

Betrachtet man die wirkliche Häufigkeit (Fig. 52), so findet man auch hier die Verteilung der Maxima bei  $n$  gleich ganzen Zahlen und bei  $n$  zwischen 0.4 und 0.5. Freilich kann man eine Verschiebung oder auch selbständige auftretende Maxima bei  $n + 0.750$  bemerken. Vielleicht spielen diese eine so grosse Rolle, dass die zusammengesetzte Kurve dadurch deformiert wird. Diese Maxima lassen sich nicht als Realitäten nachweisen. Rein statistisch müssen sie als zufällig betrachtet werden. Es ist indessen zu bemerken, dass sie gerade in den Serien, die im Regen erhalten wurden, ausgeprägt sind. Ich habe früher nachgewiesen, dass man bei starken Stürmen eine Gruppenverteilung findet, die durch  $n - 0.750$  charakterisiert wurde. Hier begegnet man einer anderen Grösse  $n + 0.750$ , die bei Regen erscheint. Ehe eine nähere Diskussion hierüber möglich wird, müssen die erhaltenen Ergebnisse schärfster analysiert werden und vor allem muss die Realität der 8-Gruppe untersucht werden.

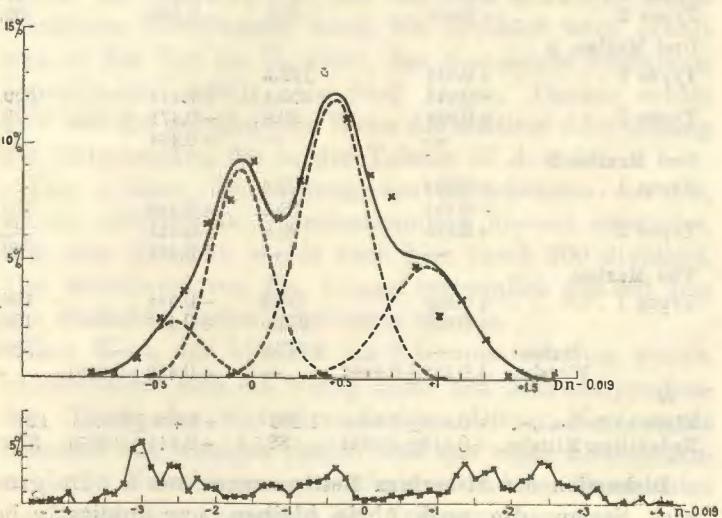


Fig. 52.

Tabelle 54.

$Dn - 0.019$	- 0.875	- 0.750	- 0.625	- 0.500	- 0.375	- 0.250	- 0.125	$\pm 0.000$	+ 0.125	+ 0.250	+ 0.375	+ 0.500
Beob. . . . .	0.2	0.2	0.8	2.5	3.7	6.6	7.6	9.3	6.8	8.5	13.2	11.2
Berechn. . . . .	0.04	0.28	1.07	2.31	3.64	5.98	8.94	8.79	6.86	8.32	11.69	11.82
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$ . . . . .	3.30240	0.11816	0.35140	0.08049	0.05103	0.33488	1.03716	0.15274	0.00271	0.02007	1.00620	1.16821

Tabelle 54 (forts.).

$Dn - 1.019$	+ 0.625	+ 0.750	+ 0.875	+ 1.000	+ 1.125	+ 1.250	+ 1.375	+ 1.500	+ 1.625	$X^2$	$W$
Beob. . . . .	8.7	7.8	4.8	2.7	3.3	1.7	0.2	0.0	0.2		
Berechn. . . . .	8.60	5.94	5.23	4.70	3.32	1.70	0.62	0.17	0.03		
$\frac{(m-m_1)^2 \cdot A}{m \cdot 100}$ . . . . .	0.00604	3.00312	0.18266	4.39623	0.00062	0.00000	1.47060	0.87720	4.96908	21.53100	0.367

### Zusammenfassungen der bisher studierten Serien mit mehreren Maxima.

Mittelwerte und  $\sigma_s$ .

Tabelle 55.

Typen	Mittelwerte	$\pm \sigma_s$
2 Maxima 1 . . . . .	+ 0.115	0.232
2 Maxima 2 . . . . .	+ 0.024	0.265
3 Maxima 1 . . . . .	+ 0.090	0.355
3 Maxima 2 . . . . .	+ 0.751	0.354
4 Maxima 1 . . . . .	+ 0.204	0.442
4 Maxima 2 . . . . .	- 0.261	0.426

Zu bemerken ist hier vor allem (Tabelle 55), dass zwischen den beiden Typen mit 2 Maxima ein wesentlicher Unterschied in den  $\sigma_s$  existiert. Bei Serien mit den sekundären Maxima links ist  $\sigma_s$  am grössten. Der Unterschied zwischen den  $\sigma_s$  bei 4 Maxima lässt sich nicht hoch einschätzen, weil der zweite Typus hier als anomal bezeichnet ist. Die Mittelwerte schwanken mit einer Ausnahme um  $n = 0$  herum, mit einer Ausnahme für 3 Maxima 2. Dies zeigt, dass die Serien über den ganzen Tröpfchenintervall hinsichtlich der früher berechneten Mittelwerte symmetrisch verteilt sind. Demnach sind alle Größen behandelt.

Mittelwerte und  $\sigma_h$ .

Tabelle 56.

Typen	Mittelwerte von $\pm \sigma_h$	Mittelwerte von $n$
2 Maxima 1 A . . . . .	0.181	+ 0.863
2 Maxima 2 A . . . . .	0.171	+ 0.034
2 Maxima 1 B . . . . .	0.133	- 0.671
2 Maxima 2 B . . . . .	0.190	- 0.123
3 Maxima 1 A . . . . .	0.185	+ 0.198
3 Maxima 2 A . . . . .	0.161	+ 0.645
3 Maxima 1 B . . . . .	0.180	- 0.186
3 Maxima 2 B . . . . .	0.162	+ 0.811
4 Maxima 1 . . . . .	0.177	+ 0.204
Mittelw.	0.177	+ 0.187

Man kann aus dieser Zusammenstellung (Tabelle 56) keinen deutlichen Zusammenhang zwischen dem Mittelwerte und  $\sigma_h$  finden. Früher wurde als wahrscheinlich nachgewiesen, dass  $\sigma_h$  mit  $n$  wächst. Man muss indessen beachten, dass die hier erhaltenen Werte aus vielen Serien mit sicherlich recht verschiedenen Scheitelpunkten erhalten

sind. Infolge dessen muss man wahrscheinlich auch eine unregelmässige Schwankung von  $\sigma_h$  erhalten. Daneben ist der Unterschied der Mittelwerte sehr klein. Die drei ersten Werte mit sinkenden Mittelwerten ergeben indessen auch sinkende Werte von  $\sigma_h$ . Von grösserer Bedeutung ist der mittlere Wert von  $\sigma_h$ . Dieser Wert lässt sich am ehesten mit den entsprechenden Werte für die vereinigten einfachen Serien mit Mittelwerten um die ganzen  $n$  vergleichen. Ich erhielt dabei 0.173, ein Wert, der sich in schöner Übereinstimmung mit dem hier erhaltenen Werte 0.177 befindet.

4 Maxima 2 sind als deutlich anomal in dieser Zusammenfassung nicht berücksichtigt.

Tabelle 57.

A	$Dn_1$	Anzahl	$Dn_2$	Anzahl
Besondere Serien . . . . .	+ 0.074 - 0.063	49 44	- 0.613 - 0.575	15 5
Zwei Maxima A				
Typus 1 . . . . .	+ 0.054	195.4	+ 0.397	249.6
Typus 2 . . . . .	- 0.010	281.4	- 0.521	144.6
Zwei Maxima B				
Typus 1 . . . . .	- 0.074	48.7	+ 0.461	14.3
Typus 2 . . . . .	+ 0.054	49.5	- 0.508	39.5
Drei Maxima A				
Typus 1 . . . . .	+ 0.042 + 0.019	122.5 253.4	— + 0.476	— 399.1
Typus 2 . . . . .	+ 0.088	20.9	- 0.472	76.6
Drei Maxima B				
Typus 1 . . . . .	+ 0.048 - 0.015	67.6 85.4	— + 0.516	— 150.0
Typus 2 . . . . .	+ 0.015	98.9	- 0.419	92.1
Vier Maxima				
Typus 1 . . . . .	+ 0.019 + 0.017	54.8 271.5	- 0.544 + 0.446	156.7 106.0
Summe	—	1 643.0	—	1 558.0
Mittelw.	+ 0.018 $\pm$ 0.0093	—	+ 0.452 $\pm$ 0.0081	—

B

Einfache Serien . . . . . + 0.019  $\pm$  0.0050 1 190 + 0.426  $\pm$  0.0135 128

Endgültiger Mittelw. + 0.019  $\pm$  0.0044 62.7 % + 0.445  $\pm$  0.0070 37.3 %

Diskussion der bisherigen Bestimmungen von  $n$ . Da grössere Serien, die noch übrig' bleiben, nur qualitativ behandelt werden, weil die Rechnungen immer mühsamer

und ganz natürlich auch unsicherer werden, sollen hier die Werte, die für  $n$  erhalten wurden, zusammengefasst werden. In Übereinstimmung mit der früheren Darlegung werden die Abweichungen von einer ganzen Zahl angegeben. Hier werden die  $n$ , die früher als für die 7-Gruppe charakteristisch angegeben wurden, mit  $n_1$  bezeichnet und ihre Abweichungen von der auf 0 reduzierten ganzen Zahl mit  $Dn_1$ . Die entsprechenden Werte der 8-Gruppe werden mit  $n_2$  und  $Dn_2$  bezeichnet. In Tabelle 57 werden die Ergebnisse zusammengestellt.

In dieser Zusammenfassung ist der Typus 2 von vier Maxima ausgelassen. Dies ist wohl motiviert, weil dieser Typus, wie bereits erwähnt, deutliche Anomalien liefert.

Bei der Verwertung von Mittelwerten wurde folgendermassen verfahren. Zuerst wurde jedem Wert ein Gewicht gleich 0.1, mit der Anzahl  $A$  und der Güte zugehörigen Kurve multipliziert, beigelegt. Daraus wurde der Mittelwert von  $Dn_1$ , der in der Tabelle 57 A steht, verwertet. Von  $Dn_2$  wurden die Mittelwerte, von den negativen und positiven Werten getrennt, verwertet. Daraus wurden die Werte  $+0.461$  und  $-0.510$  erhalten. Daraus erhält man  $1 - 0.510 - 0.461 = 0.029$ . Dieser Unterschied kann nicht als reell betrachtet werden, sondern muss eine Zufall sein. Von dieser Tatsache ausgehend, multipliziere ich die alten Gewichte mit Werten, die folgendermassen gebildet sind. Den Typen, die sowohl einen negativen als einen positiven Wert enthalten, lege ich noch ein Gewicht gleich dem invertierten Betrag der Abweichung ihres Unterschiedes von 1 bei. In zwei Maxima A bzw. B wurde der Unterschied in derselben Weise betrachtet. Der grösste Betrag dieses Wertes, den man bei vier Maxima erhält, wird auch den besonderen Serien beigelegt. Die beiden Typen mit drei Maxima, die nur einen positiven Wert haben, bleiben unberührt. So ist der Mittelwert, der unter  $Dn_2$  in der Tabelle 57 A steht, vergewertet. Die mittlere Abweichung jedes Wertes wurde danach 0.0307.

Ich bin der Ansicht, dass es am richtigsten ist, die mittlere Abweichung des Mittelwertes in naher Übereinstimmung mit der Anzahl der Werte zu verwerten. Wenn das Gewicht des auf die oben erwähnte Weise erhaltenen Mittelwertes durch 200 dividiert wird, erhält man in der Tat ein Gewicht, das eine solche Forderung approximativ erfüllt. Es wird 14.527. Daraus erhält man auf die gewöhnliche Weise die mittlere Abweichung des Mittelwertes, die in der Tabelle 57 A steht.

Die mittlere Abweichung des Mittelwertes von  $Dn_1$  wurde natürlich in Übereinstimmung hiermit verwertet, d.h. das Gewicht wurde auch hier durch 200 dividiert. Der Mittelwert von  $Dn_1$  stimmt erstaunlich gut mit dem aus einfachen Serien erhaltenen überein.

Der Wert, der hier für die 8-Gruppe erhalten wurde, unterscheidet sich ein wenig mehr von dem entsprechenden Werte der einfachen Serien. Dieser Wert wurde indessen aus wenigen Serien und aus einer kleinen Anzahl von Einzelmessungen erhalten, und der Unterschied liegt auch hier innerhalb der Fehlergrenzen.

Um die besten Mittelwerte der beiden Gruppen zu

erhalten, wurden den jetzt berechneten Mittelwerten und den früher aus einfachen Serien berechneten Werten Gewichte nach den mittleren Abweichungen beigelegt und die Mittelwerte auf die gewöhnlicher Art berechnet. Die so erhaltenen Werte sind in die Tabelle 57 B eingeführt.

Repräsentieren diese  $n$ , die hier Mittelwerte sind, um welche Tröpfchengrössen nach der Fehlerkurve verteilt sind, Gruppen? Wird diese Frage mit Ja beantwortet, so wird nach dieser Darlegung hiermit ausgesagt, dass Nebel und auch gewisse Wolken hier beim Observatorium grösstenteils aus zwei Reihen von Tröpfchengrössen bestehen, von welchen jede so beschaffen ist, dass jedes Glied der Reihe zwar variabel ist, aber um bestimmte

Werte herum, deren Radien sich zu einander wie  $2^{\frac{1}{3}}$  [ $n = \pm 1; 2 \dots$ ] verhalten, mit einer ganz bestimmten Amplitude oszillieren.

Dass die 7-Gruppe eine Realität ist, glaube ich durch diese Darstellung direkt nachgewiesen zu haben. Jede reproduzierte Kurve von Serien mit mehr als einem Maximum ergibt deutliche Maxima bei  $n$ , die gleich einer ganzen Zahl sind, und daneben ist eine grosse Anzahl reiner Serien erhalten worden, die hinreichend deutlich ergeben, dass man hier eine Gruppe vor sich hat.

Die Realität der 8-Gruppe ist indessen nicht direkt nachgewiesen. Es wurde jedoch nachgewiesen, dass eine recht grosse Anzahl von Serien mit Mittelwerten um die ganzzahligen Werte von  $n$  nach der Fehlerkurve um diese Mittelwerte verteilt waren. Dann wurden Serien mit anderer Verteilung der einzelnen Werte um andere Mittelwerte behandelt. Bei jedem Typus von diesen Serien wurde nachgewiesen, dass man Werte finden konnte, die sich nach dem Fehlergesetze um ein ganzzahliges  $n$  verteilten; um aber diese Verteilung formal nachzuweisen, war es notwendig eine gleiche Verteilung um ein nicht ganzzahliges  $n$  vorauszusetzen. Bei Serien mit nur zwei Maxima wurden  $n$ , um welche andere Werte nach der Fehlerkurve verteilt waren, nur unter bekannten Voraussetzungen rechnerisch gefunden und auch bei Serien mit grösserer Ausbreitung wurden immer zwei solche mittlere  $n$  verwertet. Man erhielt mit kleinen Schwankungen immer dieselben  $n$ . Daneben sind die  $n$ , welche als für die 8-Gruppe repräsentativ charakterisiert sind, selbständig im Nebel erschienen und schliesslich hat man z. B. in Serien mit 3 Maxima bei diesen Tröpfchengrössen wohl ausgebildete Hauptmaxima.

Aus diesen Tatsachen scheint mir der Schluss recht natürlich, dass auch dieses  $n$  eine Gruppe repräsentiert.

Es ist zu beachten, dass die ausgeführten Messungen niemals in ruhig liegendem Nebel vorgenommen worden sind. Zwischen jeder Messung kommen neue Nebelpartien hervor. Daraus folgt, dass der Nebel schichtweise aus Tröpfchen aus diesen beiden Gruppen zusammengesetzt ist. Es liegt hier nahe zu vermuten, dass zwischen den beiden Gruppen eine bestimmte Verbindung besteht, so z. B., dass die eine durch Kondensation oder Verdampfung aus der anderen entsteht. Meine Messungen scheinen wirklich in eine solche Richtung zu deuten. Eine Verschiebung

Die **Baraschi**-**8-Gruppe** wurde auf die früher erwähnte **Art** verwertet. Sie ist  $27.75 \pm 0.013$ . Die **8-Gruppe** ist also in folgender Weise auszudrücken:

$$r = 9.7 \cdot 5 \cdot 2^3 \text{ fm} \quad (q = \pm 1, 2, 3, \dots)$$

In der unterstehender Tabelle 58 werden die Werte von  $\sigma$  für ganzzahlig Werte von  $p$  und  $n$  aufgeführt. Wohl die repräsentativen Zahlen der 7-Gruppe als die der 8-Gruppe angegeben. Es wird daran erinnert, dass die 7-Gruppe durch  $\sigma = 8.8 \cdot 10^{-2} \cdot n$  definiert ist.

Tabelle 58.

Die 7-Gruppe				Die 8-Gruppe			
r	p	r	p	r	q	r	q
2,21	- 6	8,859	6	2,444	- 6	9,776	0
2,74	- 5	11,152	+ 1	3,079	- 5	12,232	+ 1
3,59	- 5	14,062	+ 2	3,879	- 4	15,517	+ 2
4,16	- 3	17,712	+ 2	4,888	- 3	19,550	+ 3
5,99	- 2	22,222	+ 4	6,153	- 2	24,632	+ 4
7,41	- 1	28,126	+ 5	7,753	- 1	31,034	+ 5
31		35,745	+ 6			39,100	+ 6

D<sup>r</sup> M<sup>ü</sup>llerwerte in der beiden Haupttabellen im ersten K<sup>on</sup>gr<sup>ie</sup>ßt<sup>en</sup> xroben oft aus beiden Gruppen.

Zur d. 1. Vorstellung sind der Saal mit 5 189 Einzelpersonen befüllt worden. Unter diesen beständen 15% Stühle aus der 1. oder 2. Gruppe oder aus beiden zusammen. Die Sessel mit mehreren Maxima enthalten Tische, so dass der 7. Tisch zu einem Beitrag von 50,- und der 1. Tisch aus der 3. Gruppe zu einem Beitrag von 40,- ausgesetzt sind. Insgesamt entfallen 40,- auf die 1. Gruppe und 37,- auf die 2. Gruppe. In Anlehnung an die grossen Anzahl begutachteter Sessel glauben wir, dass die Verteilung recht gut auf die wirklichen Verteilungen entspricht. Nach 110 Stühlen mit nur 142 Einzelpersonen entfallen weitere 45 anden Stühlen, was wiederum zweimal so viele anden Tischgruppenverteilungen im Nebel vergrössert. Es wird ferner bemerkt, dass solche Ausfällen bei starken Winden und schlechtem Wetter in regelmässigen Intervallen vorkommen. Diese Sessel könnten daher etwas höher gestellt werden.

Früher, auch die Pagen und bei Schneefall erhalten wurden.

Die <sup>alte</sup> <sup>Stadt</sup> schwian gebören zum Theile schon der früheren  
Dinge an; die Celler waren hin, was die <sup>alte</sup> <sup>Stadt</sup> <sup>habe</sup>  
tief in Romam seien sehr gross sind und zu  
wecklich, <sup>so</sup> dass gericht nah der

**Regen.** Bei Regen, d. h. in Nebel, in welchem wirkliche Regen auf den kleinen Wegen nur selten auszuführen ist weniger als von diesen ergeben. In gewisse Orte in der Welt zu reisen, Maxima sind eine Sicht, so dass schon unter den Serien mit 19 ersten Nebensicht. Die einzelnen Serien werden an folgenden Tagen, die Tabellen 95. Die Kubri ist keine gewöhnliche, wie man sie für die Serien a gegeben ist, sondern denken.

Tabelle 59

Datum	Waben	Windgeschwindigkeit m/s
21.3.-21.0 <sup>0</sup> 25 <sup>m</sup> a	39	6,0
21.3.-21.0 <sup>0</sup> 25 <sup>m</sup> a	63	10,0 m/s
21.3.-21.0 <sup>0</sup> 25 <sup>m</sup> a	45	4,0 m/s
21.3.-21.0 <sup>0</sup> 25 <sup>m</sup> a	53	3,8 m/s
21.3.-21.0 <sup>0</sup> 25 <sup>m</sup> a	53	0,7 m/s

Alle diese anomalen Serien<sup>1</sup> ergeben Maxima bei  $n+0.750 = 0.019$ . Einige davon ergaben dann Maxima bei  $n = 0.019$  oder bei  $n+0.50 = 0.019$ . In der kleinen unterst. Tabelle 6. habe ich in 3 vorläufigen Serien folgendermaßen zusammengestellt. Die einzelnen Intervalle sind  $\pm 0.750 = 0.019$ . In den in die Maxima vorhinkommen sind unterteilt und gesetzt sind, da außer  $n-0.019 = 0$  gesetzt, worauf die Summation eben so wie bisher von oben unten ist.

### Tabelle.

Wie man sieht, hat man hier ein sehr ausgeprägtes Maximum bei  $1.195$  und  $1.715$  cm.  $1.4$  und  $1.5$  sind die anderen Maxima.

Schneefall. - Schon im erste Partie wurde betont, dass  
im Nahel nn r G nnner einzelne Schneekristalle  
wurden. Sie kommen oft in recht verschiedenden Formen  
vor. Wenn ich hier von erinnern bei Schneefällen spricht,  
so meine ich, dass wirklich Schneekristalle liegen,  
dass es seine meinte. Daz zähle ich hier nicht Gletscher-  
eis, der in Eheleb schein. gewöhnlich ist ja bei Schneefällen  
ein im starken starker schwächer Gau auftritt.  
Bf. Sohn es. Ich habe ich nun: 9. Seien aufgezählt. Von  
diesen sind nur 3 anomali. In Tabellen ist sind 2 a-  
ge-  
schrieben.

Tabelle 61

Tabelle 61.					
24./1. - 92					
Int. . . . .	-1.875	-1.250	-1.125	-1.000	-0.875
A (nz) . . . .					
Int. . . . .	50	32	10	37	22
Int. (nz) . . . .	-0.7	-0.63	-0.60	-0.55	-0.50

Int. 8.125 +8.250 +8.375 +8.500, +8.625, +8.750, +8.875  
Int. 4.000 - 4.125 - 4.250 4.375, +4.500 +4.750

<sup>1</sup> Ich erinnere daran, dass die Häufigkeiten nach n=0.019 angegeben sind.

Die Serie von  $24/1.-22$  findet man in Tabelle 33 und die Serie vom  $30/10.-23$  in Tabelle 49. Die dritte findet man in der Tabelle 21 C (die letzte Serie).

Man sieht hier Maxima bei  $n - 0.750 - 0.019$  und bei  $n + 0.750 - 0.019$ .

Zu diesen Serien gehört auch eine Serie, die sonst nirgends vorkommt, nämlich eine die am  $19/10.-23$  in Stratocumulus ausgeführt wurde. Der Mittelwert dieser Serie ist  $-0.100$ ,  $\sigma=0.218$ ,  $t=-5.0$  und  $W-g=6.0$  m/s  $W-r=SSW$ . In Tabelle 62 ist die Häufigkeit angegeben.

Tabelle 62.

Int. . .	-0.375	-0.250	-0.125	$\pm 0.000$	+0.125	+0.250	+0.375	+0.500
Anz. . .	2	6	5	2	—	—	1	1

In allen hier angegebenen Serien hat man mehr oder weniger ausgeprägte Maxima bei  $n - 0.019 +$  oder  $-0.750$ . Bei  $n - 0.019 - 0.750$  hat man nur eine Serie, und zwar bei Schneefall. Bei dieser Gelegenheit hatte man indessen auch eine grosse Windgeschwindigkeit, nämlich 13 m/s. Bei der Ausführung der anderen anomalen Serien bei Schneefall war die Windgeschwindigkeit nur 40 m/s und das Maximum liegt hier bei  $n - 0.019 + 0.750$ . Bei der Ausführung der anomalen Serien in Regen war die Windgeschwindigkeit durchwegs niedrig und auch hier erschien das Häufigkeitsmaximum bei  $n - 0.019 + 0.750$ . Dasselbe gilt von der anomalen Serie in Stratocumulus. Alle diese Serien zeigen jedoch daneben Konzentrationen um die 7-Gruppe oder um die beiden charakteristischen Tröpfchengrössen.

Schon früher wurden Serien mit Maxima bei  $n - 0.735$  behandelt. Diese erschienen bei starken Winden oder einmal in Nebel, der sich eben auflöste. Die Serien zeigten daneben eine Mischung, und zwar wahrscheinlich mit der 7-Gruppe. Hier begegnen uns wieder solche Serien, und zwar bei Schneefall.

Es ist mir unmöglich, eine exakte Erklärung für diese Verschiebung der Maxima bei starken Stürmen und bei Niederschlag zu geben. Ich muss daher zu Hypothesen greifen. Bei starken Winden muss die Luft wegen der starken Turbulenz stark gemischt werden. Man könnte daher glauben, dass die beiden Gruppen, die als 7-Gruppe und 8-Gruppe definiert sind, miteinander gemischt würden. Dasselbe könnte bei Niederschlag eintreffen. Bei dieser Mischung können zwei verschiedene Verhältnisse eintreten. Entweder bleibt die Grösse der beiden Tröpfchenarten unverändert oder es tritt eine Gleichgewichtslage ein, so dass sie gleich gross werden. Das Letztere muss eintreffen, wenn über den beiden Tröpfchenarten verschiedene Dampfspannungen vorkommen, das Erstere, wenn die Dampfspannung gleich ist. Im letzteren Falle würde man in Nebel durchwegs zwei verschiedene Tröpfchengrössen erhalten, d. h. der Nebel wäre im Sinne des ersten Kapitels nicht homogen. Man dürfte da zwischen Messungen am ersten und am zweiten Ringe keine gute Übereinstimmung erhalten. In der Tat ergeben die Messungen in Regen und in dichtem Schnee keine sehr gute Übereinstimmung. Serien von dieser Art wurden im

ersten Kapitel als anomale charakterisiert. Bei Stürmen hat man indessen eine ausgezeichnete Übereinstimmung. So z. B. war am  $28/9.-23$  der Unterschied zwischen  $r_1$  und  $r_2$  gleich  $+0.096 \pm 0.165$  und am  $23/12.-21$  war der selbe Unterschied  $+0.138 \pm 0.0979$ . Diese Abweichungen sind so klein, dass sie als zufällig charakterisiert werden müssen. Hieraus scheint hervorzugehen, dass man einen Gleichgewichtszustand erhalten hat, bei dem die beiden Tröpfchengrössen durch Verdampfung, bzw. Kondensation dieselbe Grösse erreicht haben. Die Anomalität im Unterschiede zwischen  $r_1$  und  $r_2$  bei Regen oder Schnee lässt sich daher schliesslich so erklären, dass die Schneesterne oder Regentropfen einen Einfluss auf die Unterschiede von  $r_1$  und  $r_2$  gehabt haben. Aus dieser Darlegung ziehe ich schliesslich den Schluss, dass  $n - 0.735$  und  $n + 0.750$  (apr.) zwei neue Gruppen definieren, die aus den beiden anderen entstehen. Es ist in diesem Zusammenhang sehr wichtig, dass  $n - 0.735$  nur bei negativen  $n$  erscheint, aber  $n + 0.750$  bei positiven. Daraus kann geschlossen werden, dass im ersten Falle eine Verdampfung der 8-Gruppe, aber eine Kondensation auf der 7-Gruppe stattfand. Bei positiven  $n$  würde das entgegengesetzte eintreffen. Um diese Hypothese zu prüfen und eventuell zu einer Theorie zu entwickeln, braucht man weitgehende Untersuchungen. In erster Linie wird dies eine Frage der Natur der Kondensationskerne und der elektrischen Ladungen der Tröpfchen. Die Bedeutung der Kondensationskerne wird später kurz behandelt werden.

### Serien mit mehr als vier Maxima.

Schliesslich werden die übrigen 96 Serien mit 4 230 Einzelmessungen recht summarisch behandelt. In den Figuren 53 habe ich die zeitliche Aufeinanderfolge der Einzelmessungen in 10 Serien aufgezeichnet. Diese Figuren sprechen gut für sich selbst. Man sieht auch hier, wie die Messungen um ganze  $n$  herum, aber auch bei  $n + 0.445$  konzentriert sind. Ferner sieht man, wie die Übergänge von verschiedenen  $n$  unregelmässig erfolgen. Bisweilen erfolgt die Veränderung zu grösseren  $n$ , bisweilen in entgegengesetzter Richtung. Ich habe in diesen Veränderungen keine Gesetzmässigkeit finden können. Ich habe hier Serien aus den verschiedenen Wolken und aus Nebel unter und über  $0^\circ$  gewählt. Ein Unterschied ist nicht zu bemerken. Schliesslich sind von diesen 96 übrigen Serien vier Häufigkeitskurven (Fig. 54) gezeichnet. Ich habe hier besondere Kurven für die verschiedenen Wolken und für Nebel unter und über  $0^\circ$  gezeichnet. Ebenso wie früher sind den Serien auch hier je nach der Anzahl von Einzelmessungen Gewichte beigelegt und ebenso wie für die letzten Serien Intervalle nach  $n - 0.019$  gebildet. Die Anzahl ist in jeder Kurve auf 100 reduziert. Wie man sieht, erhält man auch hier Maxima an Stellen, die man schon so oft gesehen hat. Bei  $Al-cm$  hat man, wie in der Figur 54 angegeben, eine geringe Anzahl von Messungen, die über einen recht grossen Intervall verteilt sind. Die Kurve sagt daher nicht viel, in Verbindung

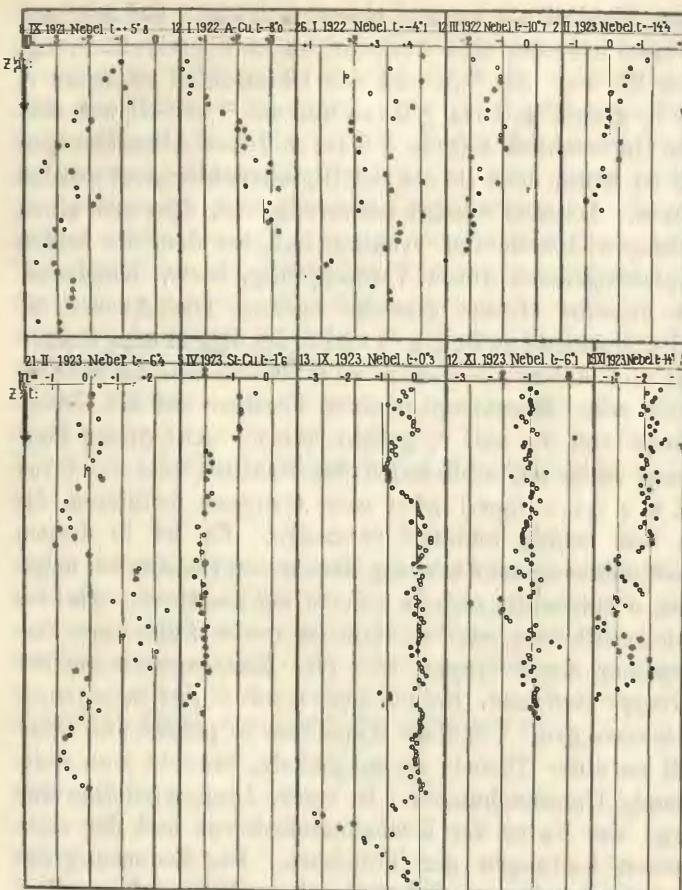


Fig. 53.

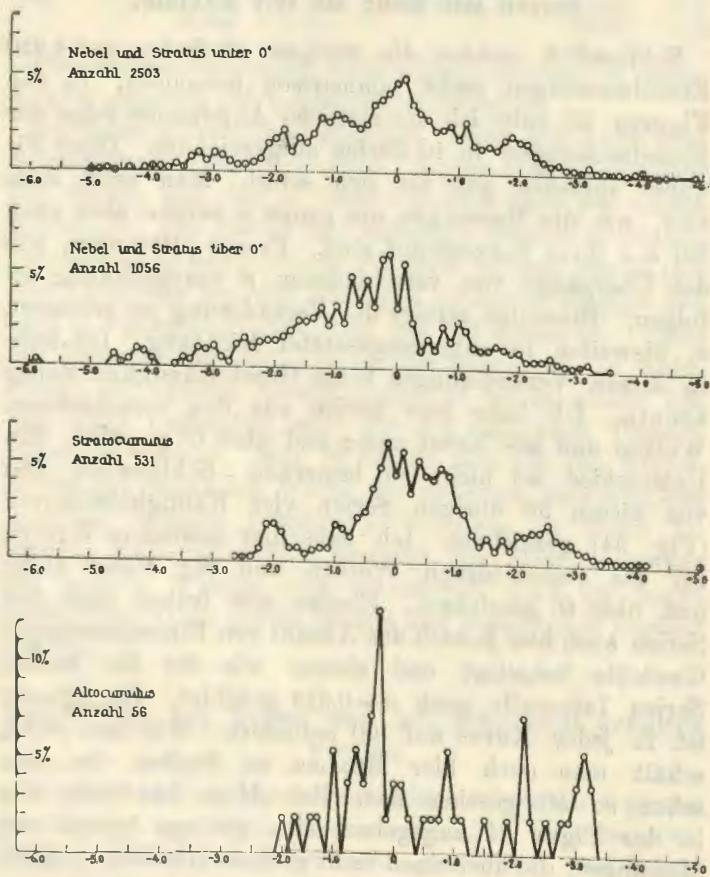


Fig. 54.

Tabelle 63.

A	Datum	Mittelw.	Anzahl	$\pm \sigma$	$t$	W-g m/s	W-r	Nebel
	15./11.-20	-0.519	14	1.259	-6.6	2.3	ESE	—
	18./11.-20	+1.509	6	0.828	-3.5	16.0	W	≡△
	25./11.-20	+3.451	10	0.475	-3.2	2.0	WNW	—
	29./11.-20	+2.498	21	1.017	-4.4	8.3	WNW	≡○
	20./12.-20	+2.084	13	1.310	-4.4	9.0	W	≡○
	20./12.-20	-0.041	4	1.220	-8.8	17.0	NW	≡○
	19./1.-21	+2.487	17	0.447	-8.1	4.6	SE	—
	16./2.-21	-0.003	20	1.114	-18.6	4.8	NNE	≡○ u. Scheinw.
	17./2.-21	+0.889	15	0.803	-17.0	4.5	SSE	St. ○
	19./3.-21	-0.137	10	0.791	-6.8	14.7	S	≡○
	15./4.-21	-1.922	18	0.909	-2.3	9.0	NNE	—
	18./10.-21	+0.631	54	1.045	-1.0	6.3	W	—
	21./11.-21	+0.671	49	0.710	-3.8	14.0	WNW	—
	24./11.-21	-0.868	55	0.674	-4.3	12.5	WNW	Fr.-st. ○
	27./12.-21	-1.270	45	0.848	-9.5	5.0	N	—
	13./12.-21	+3.475	13	0.842	-4.9	19.0	W	Fr.-st. ○
	16./12.-21	+0.121	39	0.869	-9.1	15.0	W	Fr.-st. ○
	16./12.-21	+1.555	28	1.574	-9.0	14.0	W	Fr.-st. ○
	17./12.-21	+0.720	41	0.778	-14.5	2.0	SE	—
	24./1.-22	-0.511	60	0.545	-3.0	12.5	WNW	≡*
	20./1.-22	+2.873	30	0.812	-4.1	10.2	WNW	—
	21./3.-22	-1.116	31	1.176	-11.8	5.6	SE	—
	12./3.-22	-1.539	26	0.467	-10.7	6.3	NW	≡○
	31./10.-22	+1.374	20	1.108	-8.3	15.0	WNW	St. ○
	2./2.-23	-0.051	19	0.460	-14.4	5.7	NNE	St. ○
	21./2.-23	+0.111	50	0.957	-6.4	7.0	NW	—
	26./2.-23	+1.198	28	0.674	-14.2	5.0	NNW	St. ○
	27./2.-23	+0.032	86	0.562	-12.6	4.0	NNW	≡○ u. Scheinw.
	15./3.-23	-2.629	20	0.895	-3.3	15.0	WNW	—
	17./3.-23	-0.447	77	0.584	-5.5	17.0	NW	—
	18./3.-23	-0.125	6	1.005	-2.0	15.0	WNW	St. ○
	25./3.-23	+0.351	8	1.500	-6.8	8.7	WNW	≡○
	26./3.-23	-1.314	11	0.871	-7.5	5.4	WNW	≡○
	27./3.-23	-3.421	14	0.242	-2.0	19.0	WNW	—
	28./3.-23	+1.065	9	0.583	-5.8	10.0	NW	≡○
	1./4.-23	-0.338	10	1.084	-3.4	12.0	WNW	—
	1./4.-23	-0.495	41	0.799	-3.3	12.0	WNW	—
	3./4.-23	-2.174	69	0.601	-3.5	5.5	W	—
	21./4.-23	-0.461	68	1.014	-12.0	2.0	SE	—
	5./9.-23	+0.418	110	0.536	-0.6	11.0	SE	≡○
	7./9.-23	+0.088	83	0.208	-0.2	13.5	SE	—
	21./9.-23	-0.599	96	1.237	-2.3	22.5	WNW	≡○
	9./10.-23	+1.896	20	0.723	-3.7	11.0	SSE	—
	21./10.-23	+0.454	96	1.112	-2.8	4.0	W	≡○
	12./11.-23	-1.096	80	0.396	-6.1	14.0	S	≡△
	13./11.-23	+1.645	100	0.571	-6.4	1.0	NW	≡○
	19./11.-23	-2.317	75	0.680	-14.0	8.0	SE	St. ○
	20./11.-23	-1.381	43	0.685	-15.3	12.5	SE	≡○
	22./11.-23	-0.050	110	1.328	-12.7	2.0	E	—
	23./11.-23	+0.293	448	1.210	-14.5	7.5	ESE	≡○
	24./11.-23	-3.525	87	0.603	-13.1	13.0	ESE	≡○
	Summe		290.685	2503				
	Mittelw.		-0.116	0.9201	-7.32	9.65		
B								
	3./4.-20	+0.459	5	0.636	+ 6.5	2.1	NW	≡ trocken
	26./8.-20	-0.910	14	0.823	+ 6.5	0.0	S	≡ trocken
	12./9.-20	+3.606	11	1.076	+ 4.2	8.3	NW	≡ nässend
	13./9.-20	-1.118	12	0.681	+ 1.4	6.3	E	≡ treib.
	14./9.-20	-1.112	20	0.572	+ 1.0	6.6	SE	≡ treib.
	16./9.-20	-0.605	18	0.685	+ 3.4	9.8	SE	≡ treib.
	17./9.-20	+0.985	26	0.530	+ 3.4	7.9	SSE	≡ nässend
	19./9.-20	+0.556	11	1.030	+ 3.0	11.4	SE	≡ nässend
	20./9.-20	+0.178	18	0.660	+ 3.8	22.0	W	≡ nässend
	6./10.-20	-1.616	35	0.527	+ 1.3	22.0	WNW	≡ treib.
	17./6.-21	+0.741	11	0.286	+ 0.1	5.2	S	≡ ○ treib.
	17./8.-21	+2.445	35	0.402	+ 5.5	4.2	W	≡ ●
	21./8.-21	+1.257	25	0.351	+ 0.9	10.0	W	≡ ●
	31./8.-21	-0.838	8	0.403	+ 1.8	8.5	E	≡ trocken
	5./9.-21	+0.036	25	0.987	+ 4.8	2.0	SE	≡ treib.
	8./9.-21	-2.352	34	0.758	+ 5.8	16.7	W	≡ treib.
	21./6.-22	-1.123	7	0.293	+ 5.0	10.0	SW	≡ treib. ○
	15./8.-23	+1.287	61	0.662	+ 2.0	4.5	NNW	≡ trocken
	18./8.-23	+0.983	41	0.494	± 0.0	7.0	NW	≡ ●
	21./8.-23	-0.217	86	0.401	+ 1.1	3.5	SSE	≡ treib.
	25./8.-23	-0.256	56	0.886	+ 1.3	3.3	SSE	≡ treib.
	1./9.-23	-2.203	12	0.690	+ 5.1	3.3	SSE	≡ treib. ○
	3./9.-23	-0.565	158	0.463	+ 1.5	9.2	NNE	≡ trocken
	9./9.-23	-1.565	89	0.467	+ 1.4	14.2	SE	≡ trocken
	13./9.-23	-0.337	120	0.674	+ 0.3	9.5	NNE	≡ trocken

Tabelle 63 (Forts.).

Datum	Mittelw.	Au-zahl	$\pm \sigma$	$t$	W-g m/s	W-r	Nebel
16./9. -23	-4.260	40	0.568	+ 6.4	32.0	SW	≡ trocken
17./9. -23		19	0.679	+ 1.4	8.5	WNW	≡ trocken
21./9. -23	-1.491	59	0.978	+ 2.8	5.0	SW	≡ trocken
Summe	-552.691	1056					
Mittelw.	-0.523		0.632	+ 2.92	9.04		
<i>C St-Cm</i>							
19./10. -21	+ 0.136	11	0.808	- 8.5	8.0	W	⌚
16./12. -21	+ 2.826	29	0.635	- 8.0	12.0	W	⌚
13./1. -22	+ 1.883	27	0.742	- 4.3	1.5	W	⌚
9./1. -22	+ 1.550	12	1.253	- 10.6	9.0	W	⌚
21./2. -23	-0.467	30	0.584	- 11.0	11.0	WNW	⌚
25./2. -23	+ 1.755	31	1.103	- 12.7	4.0	NW	⌚
26./2. -23	+ 1.204	34	1.683	- 14.8	8.0	NNW	⌚
26./2. -23	+ 0.482	11	1.018	- 14.8	6.8	NNW	⌚
26./2. -23	+ 0.296	224	0.629	- 14.6	7.5	NNW	⌚
28./2. -23	-0.877	27	0.974	- 12.0	2.5	NNW	⌚
5./4. -23	-1.821	40	0.492	- 1.6	4.0	S	⌚
21./11. -23	+ 0.821	55	0.659	- 12.5	3.0	ENE	⌚
Summe	+ 238.685	531					
Mittelw.	+ 0.450		0.823	- 10.52	6.44		
<i>D Al-Cm</i>							
12./1. -22	+ 2.118	22	0.430	- 3.0	7.0	W	⌚
12./3. -22	-0.197	7	0.289	- 10.6	7.0	NW	⌚
29./11. -22	+ 0.051	16	0.788	- 10.6	0.0	W	⌚
1./4. -23	-0.888	11	0.560	- 3.4	12.0	WNW	⌚
Summe	+ 36.267	56					
Mittelw.	+ 0.907		0.568	- 8.15	6.50		

mit der früheren Darlegungen jedoch ist die Verteilung hinreichend deutlich, um zu zeigen, dass man auch hier Konzentrationen um die 7- und 8-Gruppe hat. Schon in Stratocumulus kommt diese Verteilung klarer zum Vorschein. Über  $0^\circ$  tritt die 8-Gruppe recht deutlich hervor, aber auch die 7-Gruppe ist zu sehen. Unter  $0^\circ$ , von wo die meisten Messungen vorliegen, ist die Verteilung auch am schönsten. Bei der Beurteilung dieser Kurven ist zu beachten, dass die Messungsgenauigkeit in diesen Serien mit schnell wechselnden Tröpfchengrößen wahrscheinlich geringer wird. Es ist recht wahrscheinlich, dass Fehlermessungen Tröpfchen aus verschiedenen Intervallen verschieben können. Es ist mir unmöglich gewesen, eine befriedigende Exaktheit dieser Fehler zu erhalten, weil sie von der einen Gelegenheit zur anderen verschieden werden. Indessen sprechen diese Kurven nach meiner Ansicht qualitativ hinreichend deutlich dafür, dass man auch bei diesen sehr ausgebreiteten Serien die beiden Gruppen in überwiegender Menge findet.

In Tabelle 63 A, B, C, D sind die verschiedenen Serien zusammengestellt.

#### Anzahl Einzelmessungen von Tröpfchen verschiedener Gruppen.

Die zumsammengesetzte Häufigkeitskurve kann in folgender Weise ausgedrückt werden.

$$y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \sum N_i e^{-\frac{(x - \alpha_i)^2}{2\sigma^2}}$$

wo

8-250830

$$\alpha_i = 0 + 0.426; + 1.000; + 1.426 \text{ u. s. w.}$$

$N_i$  = Anzahl Messungen um  $\alpha_i$

$\sigma$  = Durchschnittliche Abweichung um  $\alpha_i$ .

$\sigma$  ist für alle  $\alpha_i$  gleich 0.177 gewählt. Dieser Wert ist approximativ etwas grösser als der Mittelwert von  $\sigma$ , der für die 7-Gruppe gefunden worden war. Dabei ist erstens beachtet, dass die ausgebreiteten Serien mit grösseren Messungsfehlern behaftet sind, zweitens, dass die Werte, die bei  $n \pm 0.750$  liegen, nicht sicher analysiert werden können.

Die Anzahl wurde dadurch bestimmt, dass die  $N$  durch die Methode der kleinsten Quadrate berechnet wurden. Nebenbedingung ist, dass die ganze Anzahl  $N = \sum N_i$ . Es wurden ebenso wie früher die kleinen Intervalle benutzt. Die Rechnungen, die durch Auflösung von mehrgliedrigen Determinanten durchgeführt wurden, wurden dadurch vereinfacht, dass der kleine Einfluss, den eine Kurve  $\alpha_i$  auf  $\alpha_i + 2$  ausübt, vernachlässigt wurde. Zuerst wurden die Rechnungen für sämtliche Serien ausgeführt und die Ergebnisse waren:

Über $0^\circ$	Stratus u. Nebel		St-cm		Al-cm	
	7-Gr.	8-Gr.	Über $0^\circ$	Unter $0^\circ$	7-Gr.	8-Gr.
60.4 %	39.6 %		60.8 %	39.2 %	55.4 %	44.6 %
					61.5 %	38.5 %

Daneben wurden dieselben Rechnungen für Serien mit mehr als 4 Maxima ausgeführt; sie lieferten die Ergebnisse:

Über $0^\circ$	Stratus u. Nebel		St-cm		Al-cm	
	7-Gr.	8-Gr.	Über $0^\circ$	Unter $0^\circ$	7-Gr.	8-Gr.
55.8 %	44.2 %		59.5 %	40.5 %	57.4 %	42.6 %
					65.0 %	35.0 %

Werden die Serien in diesen beiden Tabellen beziehungsweise vereinigt, so erhält man:

7-Gruppe	8-Gruppe
Sämtliche Serien . . . . .	60.4 %
Serien mit mehr als 4 Max. . .	58.3 %
	39.6 %
	41.7 %

Daraus erhält man für Serien mit 4 Maxima und mit einer kleineren Anzahl von Maxima

7-Gruppe	8-Gruppe
61.9 %	38.1 %

Früher waren (Seite 52) die entsprechenden Werte für diese Serien 62.7 % und 37.3 %. Die Übereinstimmung ist also befriedigend und der Wert  $\sigma = 0.177$  kann nicht sehr fehlerhaft sein.

Die 7-Gruppe überwiegt in allen Fällen, tritt aber am deutlichsten in Al-cm hervor. In St-cm spielt die 8-Gruppe eine relativ grosse Rolle. In Serien mit mehr als 4 Maxima scheint die 8-Gruppe in Nebel und Stratus über  $0^\circ$  eine grössere Rolle zu spielen als in Serien mit kleinerer Verbreitung, während die Verteilung zwischen den Gruppen in Stratus und Nebel unter  $0^\circ$  und in St-cm bei Umbildungen unverändert ist. In Al-cm scheint die 7-Gruppe bei Umbildungen zu überwiegen. Dies

deutet vielleicht darauf hin, dass die Tröpfchen dieser Gruppe nicht so leicht wie diejenigen der 8-Gruppe gefrieren.

### Nebelcharakter und Tröpfchengrösse.

Schliesslich werden hier Mittelwerte für verschiedene Eigenschaften des Nebels angeführt. Dabei sind Messungen über und unter  $0^{\circ}$  verschieden behandelt worden. Natürlich ist hier jede Serie mit demselben Gewichte behandelt. Zu bemerken ist, dass die mittleren Verhältnisse, die angeführt werden, nicht absolut den wirklichen Verhältnissen entsprechen. Trockener Nebel kann sehr grosse Tröpfchen und nässender relativ kleine Tröpfchen enthalten. Die Verhältnisse sind hier so kompliziert, dass ich die hier angeführten Ergebnisse nicht als definitiv betrachten kann. Hier sind in erster Linie elektrische Untersuchungen erforderlich, um das richtige Bild zu erhalten. In diesem Zusammenhange möchte ich ein zwar seltenes, da es nur einmal eingetroffen ist, aber wichtiges Phänomen erwähnen. Bei über  $0^{\circ}$  lag über dem Observatorium ein trockener dichter Nebel. Der Draht<sup>1</sup> wurde exponiert, es setzten sich aber keine Tröpfchen ab. Eine geriebene Siegellackstange wurde an den Draht geführt und sofort setzten sich Tröpfchen ab.

Ein trockener oder nässender Nebel hängt sicher von dem elektrischen Zustande ab, in dem er sich befindet. Dazu kommt noch, dass die elektrischen Phänomene in gewissem Grade eine Funktion der Grösse der Tröpfchen sind und man dürfte, wie hier in Tabelle 64 zu sehen ist, bei nässendem Nebel durchschnittlich grössere Tröpfchen erhalten als bei trockenem.

Tabelle 64.

Nebelcharakt.	Mittelwerte von $n$	$\pm \sigma_s$
Trockener oder treibender Nebel . . . . .	-0.629	0.493
Nässender Nebel . . . . .	+1.262	0.740
Nebel und Regen . . . . .	+1.936	0.342

Es ist bemerkenswert, dass  $\sigma_s$  im nässenden Nebel am grössten ist. Hier befinden sich die Tröpfchen in lebhafter Umbildung. Eine gewisse Stabilität ist im Regen eingetreten.

Tabelle 65.

Nebelcharakter	Mittelwerte von $n$	$\pm \sigma_s$
Treibender Nebel . . . . .	-0.031	0.757
Nebel liegt um das Observatorium		
1. Normale Ablagerung von Rauhfr. . . . .	+0.438	0.527
2. Geringer Rauhfr. (Zwei Serien) . . . . .	-1.715	0.310
3. Rauheisablag. . . . .	+1.835	0.485
4. Graupelfall . . . . .	+0.220	0.636
5. Schneefall . . . . .	+0.275	0.308

Unter den Mittelwerten der Tabelle 65 ist der grosse Wert bei Rauheisablagerung bemerkenswert. Für diesen gilt dasselbe, was über nässenden Nebel über  $0^{\circ}$  gesagt wurde.

Ferner kam es vor, dass die Nebelfrostablagerung gering war. Die Tröpfchengrösse war in diesen Fällen

<sup>1</sup> Siehe Seite 10.

klein. Dies besagt nicht, dass es eine untere Grenze gibt, bei der kein Nebelfrost bei Nebel abgelagert wird. Eine solche ist nicht bemerkt und ein Zusammenhang zwischen der Menge von Nebelfrost und der Tröpfchengrösse nicht nachgewiesen worden. Vielleicht existiert ein solcher Zusammenhang. Um diesen zu konstatieren, müssen Messungen in sehr langen Zeiträumen ausgeführt und die Ablagerungen immer unter Berücksichtigung der Windgeschwindigkeit gemessen werden. Dies wurde nicht ausgeführt.

Treibender Nebel ergibt das grösste  $\sigma_s$ . Auch in Nebel mit Graupelfall ist  $\sigma$  im Durchschnitte gross. Bei Schneefall und Rauheisablagerung scheint im Nebel eine grössere Ruhe eingetreten zu sein. Diese Tatsachen erscheinen mir wichtig. Überhaupt neige ich dazu, den Verhältnissen der Mittelwerte von  $\sigma$  eine grössere Wichtigkeit beizumessen als den Schwankungen der Mittelwerte von  $n$ . Die Grössen der Tröpfchen ergeben nämlich so oft unerwartete Abweichungen, dass man in dieser Hinsicht eigentlich eine eingehende Analyse des Zusammenhangs der Grössen in Nebel von verschiedenen Charakter ausführen muss. Zu einer solchen Analyse ist selbst dieses grosse Material nach meiner Ansicht nicht hinreichend gross; außerdem würde diese Analyse eine grosszügige Untersuchung der luftelektrischen Verhältnisse erfordern, um zu wirklichen Ergebnissen führen zu können.

### Einige Korrelationskoeffizienten.

Aus den bisher publizierten Tabellen zum Studium der Gruppenverteilung ist zwischen der Ausbreitung, d. h. zwischen  $\sigma$  und der Windgeschwindigkeit oder der Temperatur keine Abhängigkeit zu erkennen. Ferner scheint der Mittelwert immer in der Nähe von  $0^{\circ}$  zu liegen.

Dagegen ergibt die Stabilitätsgrösse (S. 25) einen sehr schönen Zusammenhang mit der Windgeschwindigkeit. Dieser Umstand hat mich in Verbindung mit der grossen Bedeutung dieser Sache dazu veranlasst, hier verschiedene Korrelationskoeffizienten nach der Methode von Yule<sup>1</sup> zu verwerten. Der Korrelationskoeffizient zwischen zwei Grössen  $g_1$  und  $g_2$  wird  $r(g_1g_2)$  genannt. Außerdem ist die Wahrscheinlichkeit verwertet, dass der angegebene Koeffizient so gross oder grösser sein wird, wenn er nur einem Zufalle zuzuschreiben ist, d. h. wenn er in Wirklichkeit gleich Null ist. Diese Rechnung wird natürlich auf die früher für die Wahrscheinlichkeit von Abweichungen angegebene Art ausgeführt. Daher wird hier auch nicht wie z. B. bei Hann-Süring<sup>2</sup> die wahrscheinliche Abweichung, sondern ebenso wie immer bisher die mittlere Abweichung angeführt. Diese ist, wie bekannt,  $\frac{1-r^2}{\sqrt{A}}$  ( $A$  = Anzahl).

<sup>1</sup> G. Udny Yule, l. c.

<sup>2</sup> Hann-Süring, Lehrbuch der Meteorologie, 3 Aufl. Leipzig 1915, S. 776.

### Korrelation zwischen $\sigma$ und W-g bzw. Temperatur.

Der Korrelationskoeffizient zwischen der Windgeschwindigkeit und  $\sigma$  ist

$$r (W-g, \sigma) = +0.130 \pm 0.0684, W = 0.056.$$

Der Korrelationskoeffizient zwischen der Temperatur und  $\sigma$  ist

$$r (t, \sigma) = +0.025 \pm 0.0700, W = 0.719.$$

Der letzte Koeffizient kann nicht als reel betrachtet werden. Der erste kann eine Realität sein, die Wahrscheinlichkeit dafür ist aber zu klein, um ihn als deutlich von  $0^\circ$  verschieden zu betrachten.

### Die Korrelation zwischen $n$ und $\sigma$ in verschiedenen Temperaturintervallen.

Tabelle 66.

Temperaturintervall	$r (n, \sigma)$	Anzahl Serien
+10.0° bis +0.0°	-0.119 $\pm$ 0.1253	62
-0.1° bis -10.0°	-0.157 $\pm$ 0.0952	105
-10.1° bis -20.0°	+0.066 $\pm$ 0.1594	39

Zwischen  $n$  und  $\sigma$  existiert bei Einteilung des Materials nach der Temperatur keine Korrelation, die so gross wäre, dass sie mit dieser Anzahl von Serien konstatiert werden könnte.

### Korrelation zwischen $\sigma$ und $n$ bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten.

Da es sich gezeigt hat, dass es zwischen  $n$  und  $\sigma$  in verschiedenen Temperaturintervallen keine Korrelation gibt, kann das Material hier unabhängig von der Temperatur behandelt werden.

Tabelle 67.

Windgeschwindigkeitsintervall	$r (n, \sigma)$	Anzahl	W
0.0 — 10.0 m/s	-0.248 $\pm$ 0.0796	139	0.0018
10.1 — 32.0 m/s	+0.283 $\pm$ 0.1124	67	0.0117

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Korrelationskoeffizient im Intervalle 0—10.0 m/s zufällig ist, ist so klein, dass er hier wohl als wirklich betrachtet werden kann. In diesem Windgeschwindigkeitsintervalle nimmt also  $\sigma$  mit wachsendem  $n$  ab. Über 10 m/s wird der Koeffizient positiv. Ob er wirklich ist, lässt sich nicht direkt feststellen. Da aber der negative Wert unter 10 m/s als wirklich zu betrachten ist, ist es sehr wahrscheinlich, dass auch der positive Koeffizient wirklich ausgeprägt von  $0^\circ$  verschieden ist. Da die mittlere Abweichung von  $r$  direkt proportional  $1-r^2$  und umgekehrt proportional  $\sqrt{A}$  ist, so ist es auch klar, dass die Anzahl Messungsserien desto grösser sein muss, je kleiner  $r$  ist, damit die Realität einer Korrelation nachgewiesen werden kann. Wir haben hier zwei Koeffizienten von derselben Grössenordnung, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen. Der negative Wert ist nach der gewöhnlichen

Betrachtungsweise als wirklich zu betrachten, die mittlere Abweichung des positiven Wertes ist etwas zu gross, um in dieser Hinsicht die gewöhnlichen Forderungen zu erfüllen. Hier beträgt jedoch die Anzahl nur die Hälfte derjenigen, die zur Verwertung des negativen Wertes benutzt wurde. Der Unterschied zwischen den beiden Koeffizienten ist  $0.531 \pm 0.1377$  und die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Unterschied gleich gross oder grösser sein wird, ist 0.00012, wenn der Unterschied zufällig ist. Der Unterschied ist also ganz offenbar wirklich. In Anbetracht der dargelegten Tatsachen erscheint es mir berechtigt, den positiven Wert als wirklich positiv zu betrachten. Hieraus folgt schliesslich:

Unter etwa 10 m/s sinkt  $\sigma$  mit wachsendem  $n$ , über etwa 10 m/s wächst  $\sigma$  mit  $n$ .

Um die Windgeschwindigkeitsgrenze etwas näher zu bestimmen und eventuelle Unterschiede für die Verhältnisse über und unter  $0^\circ$  zu untersuchen, wurden Überschlagsrechnungen ausgeführt. Es ergab sich, dass die Grenze für Temperaturen sowohl über als unter  $0^\circ$  etwa bei 12 m/s liegt.

Es wurde für  $t > 0^\circ$  erhalten (Tabelle 68).

Tabelle 68.

Windgeschwindigkeitsintervall	$r (n, \sigma)$	Anzahl	W
0.0 — 12.0 m/s	-0.314 $\pm$ 0.1375	43	0.023
12.1 — 32.0 m/s	$\pm 0.000 \pm 0.2294$	19	1.000

Die Anzahl ist hier zu gering, um wirklich definitive Ergebnisse zu liefern. Es ist mit Rücksicht auf die obigen Ergebnisse hinreichend zu konstatieren, dass unter 12 m/s ein bedeutender negativer Korrelationskoeffizient vorkommt.

Die Ergebnisse unter  $0^\circ$  wurden (Tabelle 69).

Tabelle 69.

Windgeschwindigkeitsintervall	$r (n, \sigma)$	Anzahl	W
0.0 — 12.0 m/s	-0.177 $\pm$ 0.0915	112	0.0500
12.1 — 32.0 m/s	$+0.377 \pm 0.1553$	32	0.0151

Die Koeffizienten sind auch hier nicht ausgeprägt von  $0^\circ$  verschieden. Der Unterschied zwischen den beiden  $r$  ist  $0.554 \pm 0.1808$  und  $W$  ist hier 0.00214. Der Unterschied kann also kaum ein Zufall sein.

Man erhielt also hier Korrelationskoeffizienten sowohl über als unter  $0^\circ$ , die in dieselbe Richtung weisen, die aber nicht direkt als wirklich nachgewiesen betrachtet werden können. Für alle Serien zusammen erhielt man im niedrigsten Windgeschwindigkeitsintervalle einen Koeffizienten, der wahrscheinlich nicht zufällig war, und der Unterschied zwischen den beiden Koeffizienten war hier entschieden eine Realität. In der Tabelle 67 wird der negative Wert durch die Serien über  $0^\circ$  erhöht, der positive Wert jedoch wird durch die Serien unter  $0^\circ$  erhöht.

Aus dieser Darlegung und aus den Ergebnissen der früher studierten Stabilitätsverhältnisse ziehe ich den

Schon das die hier in verschiedenen Windgeschwindigkeiten und am allgemeinen erhaltenen Korrelationskoeffizienten wenn sehr nicht sehr Grösse nach, ob die Windverteilung nach wirklichkeiten und richtig die mitwirkt. Aber in ihnen weichen der für die Wetter zu geringen Wechseln. Also sie in Fällen nicht ausschließen werden, sondern die die hier der Korrelation verhältnisse. Die Tabelle ergibt aus dieser Darlegung ist:

## Mittelwerte von $\sigma$ bei verschiedenen $n$ .

In der Tabelle 70 sind die Mittelwerte von  $\sigma$  in Intervallen von  $n$ , so beobachtet, dass  $n_1 - n_2 = 1$  und das Mittelwerte beobachtet, die Mittelwerte sind ebenso wie die Mittelwerte von  $\sigma^2$  gebildet.

Tabelle 70

## Kriegeren in C'rus und A'ist.

Die Völkernamen sind sehr früh erörtert worden. Vom stark früh schon erwähnt das der Messungen von Gräbern ist, wenn der Tertius Karus dieses Ringes nicht ist, ist der Tertius Karus nur derjenige, der das erste Mal benannt. In der ersten Kapitel „Todes-12. sind von zwei Formen N-11 und 2. ein einrechte rechte Seite zwischen den beiden Füßen 1. und 2. Übereinstimmung zwischen den Beinen wird in T-1. T-1. ausgemacht. In die Tasche ist eine Tasche der Nerven in großen Intervallen eingetaucht. Die sind kurzer der Taschen, von 115 cm verwertet.

Tabelle 71

Table VI						
11/12. 21 10:54 <sup>m</sup> p						
Interval	1,000	± 1,250	± 1,500	± 1,750	± 2,000	± 2,250
Actual	7	?	?	?	?	?
11/12. 23 11:02 <sup>m</sup> p						
Interval	± 2,500	± 2,750	± 3,000	± 3,250		
Actual	11	?	?	?		

Am 15. 4. 1892 um 10.20 Uhr nach zwei  
Serien in Cirrus  
ausgekennert, nämlich um 10.20 und 11.15 Uhr. Diese Zeiten  
keine gute Orientierung mehr, da sie sich in der Zeit bei den Regen.  
Hier kann man nur für diese die Häufigkeiten an, die durch  
Veränderung des ersten Binärs erhalten wurden.

Tabelle 72

Tabelle 2.									
15/12. - 21	10 <sup>4</sup> 00 m <sup>2</sup>								
Intervalle, + 2 <sup>2</sup> 50	+ 2 <sup>2</sup> 00	+ 3,250	+ 3,500	+ 3,750	+ 4,000	+ 4,250	+ 4,500		
Az. . . . .	1	0	2	3	4	5	6	7	8
15/12. - 21	10 <sup>4</sup> 00 m <sup>2</sup>								
Intervalle, + 2 <sup>2</sup> 00	+ 2 <sup>2</sup> 50	+ 3,500	+ 3,750	+ 4,000	+ 4,250	+ 4,500			
Az. . . . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Diese Messungen wurden in dünneren Cirri ausgeführt.  
Es ist wahrscheinlich, dass die erste Serie vom selben  
Tage in Cirrus ausgeführt ist, für diesen frisch kon-  
densierten und irgendwo an der Weile dichter  
geworfen war. Man sieht in die n letzte 1 Serie auch  
eine gewisse Tendenz zur Maximalkondensation bei derzen  
und bei  $n + 1$  Zähl. Es ist wohl wahr-  
scheinlich, dass auch diese Wolkenschichten  
beständigen.

Am 23. wurden ausser der schon angegebenen Serie drei Serien in Altet angenommen. Die Fäuligkeiten dieser Serie werden z. mindesten in der Tat die angegeben.

Tabelle 73

Tabelle 75.						
20./s. - 23 8:30 mp. Schwache, Halo						
Intervall	1	0	8.250	+ 3.540	+ 3.750	+ 4.000
Anzahl	1	1	1	1	1	1
	+ 4.250	+ 4.510	+ 4.700	+ 5.050	+ 5.250	+ 5.500
20./s. - 23 9:28 mp. S. schwache, Halo						
Intervall	1	0	1	1	1	1
Anzahl	1	1	3	1	1	1
	+ 5.000	+ 5.250	+ 5.500			
20./s. - 23 10:40 mp. eine Halo						
Intervall	1	0	1	1	1	1
Anzahl	1	1	1	1	1	1
	+ 4.750	+ 5.000				

Tabelle 74.

13/11.—21 6s 30mp	Keine Halos					
Intervalle . .	+ 1.500	+ 1.750	+ 2.000	+ 2.250	+ 2.500	+ 2.750
Anzahl . .	1	0	0	1	3	3
	+ 3.000	+ 3.250	+ 3.500	+ 3.750	+ 4.000	+ 4.250
	3	3	1	1	2	0
	+ 4.500	+ 4.750	+ 5.000	+ 5.250	+ 5.500	
	1	4	8	3	1	

Diese Serie spricht recht gut für sich selbst. Das grosse Maximum bei + 5 ist durch grosse Lücken von + 3 getrennt, wo einige, freilich ausgebretete Werte gesammelt sind. Auch bei + 4 hat man ein kleines Maximum. Nach meiner Ansicht kann man in Anbetracht der früheren Darlegung kaum bezweifeln, dass man hier Tröpfchen gemessen hat. Schliesslich werden in Figur 55 die Ergebnisse der Messungen des ersten Ringes in Cirrus und Altostratus angegeben. Da die Messungen dort, wo Halos zu sehen waren, keinen Unterschied ergaben, sind sie als gleichwertig aufgenommen. Den Serien sind je nach ihrer Anzahl Gewichte beigelegt. Diese Häufigkeitskurve weist eine unleugbare Ähnlichkeit mit früheren Häufigkeitskurven auf. Man hat auch hier ebenso wie in Nebel und in niedrigen Wolken ausgeprägte Maxima bei ganzen  $n$  und bei  $n + 0.5$  ( $n$  ganze Zahl). Ich schliesse hieraus trotz des Vorhandenseins von Halos und trotz des Umstandes, dass die Messungen am zweiten Ringe eine sehr schlechte Übereinstimmung mit den Messungen am ersten Ringe ergeben, dass diese Kränze aus Wassertropfchen gebildet sind.

Es wurde im ersten Kapitel erwähnt, dass eine Verschiedenheit zwischen den Ergebnissen aus mehreren Ringen nicht zu beweisen braucht, dass man nicht einen Nebel oder eine Wolke von Tröpfchen vor sich hatte. Ferner wurde gefunden, dass Schwärme von Eiskristallen eine Anomalie im Verhältnis der beiden Ringe hervorrufen können. Es wurde auch die Ansicht ausgesprochen, dass solche Schwärme im Cirrusniveau wahrscheinlich sehr gewöhnlich sind. Schliesslich würde indessen der Umstand, dass die Partikelchen in diesem Niveau so gross sind, dafür sprechen, dass die Kränze aus Eiskristallen gebildet sind. Es ist mir hier nicht möglich, eine Erklärung der Grösse unter Voraussetzung von Tröpfchen zu geben, da man zu diesem Zwecke einige rein thermodynamischen Untersuchungen anstellen muss, die ich hier nicht mitteilen will. Indessen will ich einige Gesichtspunkte über diese Kranzbildung durch Tröpfchen trotz des Vorhandenseins von Halos erörtern.

Wie schon oft erwähnt worden ist, findet man in

Wasserwolken unter 0° zunächst immer Schneekristalle. Diese treten oft in Schwärmen auf. Es kommt an Tagen, an denen rings um das Observatorium Nebel liegt und einzelne Partien mitunter über demselben schweben, manchmal vor, dass man plötzlich im Sonnen- oder Mondschein blitzende Kristalle beobachtet. Diese bilden keinen eigentlichen Nebel, sondern scheinen *Folgeerscheinungen* zu sein. In diesen Kristallschwärmen können recht oft Halos entstehen. Ich habe früher einen Fall erwähnt, in dem eine Kolonne während der Messung eines Kranzes entstand. Ringe von 22° habe ich bei der Messung um den Scheinwerfer freilich niemals entdeckt, habe ich sie aber recht oft bei anderen Gelegenheiten in Schwärmen gesehen. Sie tauchen plötzlich auf und verschwinden ebenso plötzlich wieder. Jedesmal sind sie im Allgemeinen eine kleine Weile zu sehen. Bei anderen Gelegenheiten ist die Luft nur von blitzenden Kristallen erfüllt. Der Himmel ist klar, der Mond (ich habe das Phänomen nur im Winter, wo die Sonne nicht leuchtet, gesehen) leuchtet klar. In diesen Schichten von Kristallen sind ausserordentlich schöne Halos zu sehen, aber niemals Kränze. Bei anderen Gelegenheiten wieder sieht man einzelne Wolken, wie z. B. Altocumulus. In diesen findet man keine Halos, aber Kränze. Doch können plötzlich Halos auftreten, die sich auf die Wolken projizieren. Geht der Mond hinter die Wolke zurück, so verschwindet die Halo. Dies deutet natürlich darauf, dass die Halobildenden Kristalle niedriger waren als die Wolke.

Ähnliche Beobachtungen sind die Grundlage einer Hypothese,<sup>1</sup> die hier aufgestellt wird.

Die Wolken bestehen, wenn sie eine deutliche Begrenzung zeigen immer aus Tröpfchen. Aus diesen Tröpfchenwolken bilden sich Kristalle. In den Wolken entstehen, wenn sie homogen und nicht zu dicht sind Kränze. In den Schwärmen von Eiskristallen entstehen Halos. Daher kann man gleichzeitig sowohl Halos als Kränze sehen. Durch das Vorhandensein der Kristalle entsteht eine Anomalie im Verhältnis zwischen verschiedenen Ringen in einem Kranze. Diese Anomalie kann vielleicht auch auf die Inhomogenität, die in der Wolke wegen der schnellen Umbildungen entsteht, zurückgeführt werden. Ich habe im ersten Kapitel auf derartige Anomalien über 0° aufmerksam gemacht und später darauf hingewiesen, dass sie wahrscheinlich in Umbildungen ihre Erklärung finden.

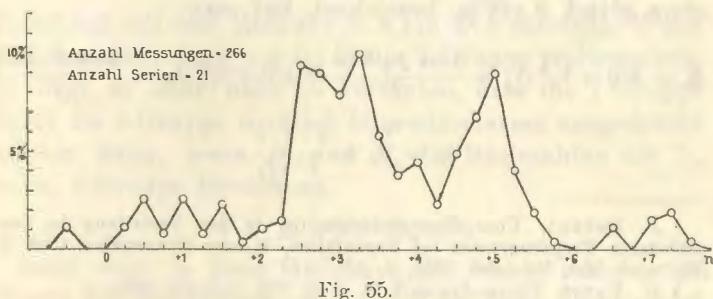
Hier sind die Ergebnisse meiner Tröpfchenmessungen dargelegt. Ich gehe jetzt zu einer Zusammenfassung und Diskussion über.

### Zusammenfassung und Diskussion.

#### Zusammenfassung.

1. Sofern die Nebel und Wolken Kränze geben, bestehen sie aus Tröpfchen.

<sup>1</sup> Um die Hypothese näher zu prüfen, ist mein erster Assistent M. Fagermo damit beschäftigt, unter gleichzeitiger genauer Beschreibung der Verhältnisse so genau wie möglich Halos zu messen.



2. Eine Gruppe wurde durch  $r = B \cdot 2^{\frac{n}{3}} \mu$  ( $n = \pm 1, 2, 3, \dots$ ), wobei  $B$  die Basiszahl genannt wird, definiert. Konstatiiert sind zwei Gruppen, die 7-Gruppe und die 8-Gruppe. Von diesen Gruppen könnte nur die 7-Gruppe  $-r = 8.859 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \mu$  näher studiert werden. Die wichtigsten Eigen-schaften dieser Gruppe waren:

a) Die Basiszahl 8.859 ist ein Mittelwert. Sie schwankt in Wirklichkeit mit  $p$ . Ein exaktes Gesetz dieser Schwan-kung konnte nicht gefunden werden. Sicher ist indessen, dass die Basiszahl einigermassen mit  $p$  wächst. Dies kann auch so ausgedrückt werden, dass die Werte von  $p$  bei konstant gehaltener Basiszahl beim Übergange von einem charakteristischen Werte  $p$  zum nächsthöheren  $p$  nicht durch 1, sondern durch  $1 + \varepsilon$  erhöht werden, wobei  $\varepsilon$  eine kleine positive Zahl ist.

b) Rings um diese Werte schwankt  $p$ , und zwar so, dass die Häufigkeit der verschiedenen Werte dem Fehler-gesetze gehorcht. Die mittlere Abweichung dieser Schwan-kung ist für alle charakteristischen Werte wenigstens beinahe dieselbe, und zwar 0.144. Dies scheint auch für die 8-Gruppe zu gelten.

c) Nach dem Helmertschen Kriterium erfolgt diese Schwan-kung wahrscheinlich gesetzmässig.

d) Die Anzahl Tröpfchen im Nebel, die aus der reinen 7-Gruppe bestehen, ändert sich wie  $2^p$  mit  $p$ .

3) Ist die mittlere Abweichung einer Messungsserie grösser als 0.19, so folgt die Häufigkeit im allgemeinen nicht einer Normalkurve. Es wurde indessen gezeigt, dass man eine theoretische Kurve von zwei oder mehreren Normalkurven finden könnte, die eine gute Übereinstim-mung mit der experimentellen Häufigkeit ergab. Bei dieser grösseren Ausbreitung der Serien tritt immer die 8-Gruppe neben der 7-Gruppe auf. Es wurde bei Serien, deren Häufigkeit aus zwei Normalkurven zusammen-gesetzt war, nachgewiesen, dass die mittlere Abweichung der 8-Gruppe wahrscheinlich gleich derjenigen der 7-Gruppe ist. Bei mehreren Maxima, bei denen oft zer-streute Werte auftreten, wurden die äusseren Normal-kurven approximativ berechnet und die mittleren Abwei-chungen waren nicht immer für alle Kurven gleich; dies kann wohl den zerstreuten Werten zugeschrieben werden.

4) Bei wachsendem  $n$  nimmt die Ausbreitung der Serien für Windgeschwindigkeiten  $< 12 \text{ m/s}$  ab, aber bei  $W_g > 12 \text{ m/s}$  zu.

5. Bei nässendem Nebel und bei Regen über  $0^\circ$  sowie bei Rauheisablagerungen sind die Tröpfchen relativ gross.

6. In nässendem Nebel über  $0^\circ$ , in treibendem Nebel und in Nebel bei Graupelfall ist die mittlere Abwei-chung relativ gross.

7. Schliesslich wurde nachgewiesen, dass die Kränze in Cirrus und höheren Stratus auch dieselbe Verteilung der Partikelgrössen, als Tröpfchen verwertet, wie Nebel ergeben, obgleich ihre Grösse viel beträchtlicher ist. Daraus wurde geschlossen, dass diese Kränze aus Tröpfchen gebildet sind und dass die Halos aus in den Wolken gebildete Kristalle entstehen.

### Diskussion einiger Ergebnisse.

**Ursache der Gruppenverteilung.** Eine regelmässige Ver-teilung von Regentropfen fand Defant im Jahre 1905;<sup>1</sup> er bewies, dass die Gewichte der Regentropfen sich zum grössten Teile in folgenden Verhältnissen zusammen-stellen liessen

$$1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 \text{ u. s. w.}$$

Er schliesst aus seinen Untersuchungen, dass diese Verteilung durch Zusammenfliessen entsteht. Dieses Zusammenfliessen findet sowohl zwischen zwei gleich grossen Tropfen (in überwiegender Menge) als zwischen 3 Tröpfchen statt.

Wenn man die Tatsachen, die ich hinsichtlich der 7-Gruppe in Nebel gefunden habe, zusammenstellt, so sprechen auch diese unmittelbar dafür, dass die Tröpfchen in dieser Gruppe durch Zusammenfliessen ineinander übergehen. Dafür spricht in erster Reihe der Umstand, dass die Anzahl Tröpfchen im Nebel, die aus einer reinen 7-Gruppe bestehen, sich wie  $2^p$  zu ändern scheint. Ferner fallen die Scheitelpunkte der Normalkurven nicht gerade auf ganze Zahlen. Man erhält, wie gesagt, Abweichungen vom mittleren  $p$ , die bei kleinen Tröpfchen in negativer, bei grossen Tröpfchen in positiver Richtung verlaufen. Diese Abweichungen dürften davon abhängen, ob die Dampfspannung über einem Tröpfchen beim Wachsen des Tröpfchens abnimmt. Es wurde schon früher erwähnt, dass die Anzahl Serien von reiner 7-Gruppe zu klein ist, als dass sich aus ihr wirklich definitive Ergebnisse der Schwan-kung von  $n$  herleiten liessen. Um indessen zu zeigen, dass diese Schwan-kung in eine Richtung weist, die für ein Zusammenfliessen spricht, werden hier einige Rechnungen angeführt.

Die Summe aus flüssigem Wasser und Dampf ist während des Zusammenfliessens konstant. Bei so grossen Tropfen wie den hier behandelten kann eine vereinfachte Formel für die Dampfspannungserhöhung über einer sphärischen Oberfläche verwendet.<sup>2</sup>

Man hat folgende Bezeichnungen:

$p_i$  = Dampfspannung über einer sphärischen Oberfläche.

$p_o$  = Dampfspannung über einer ebenen Oberfläche.

$s$  = Kapillaritätskonstante.

$v'$  = Sp. Volumen des Wassers gleich 1.

$v''$  = Sp. Volumen des Dampfes.

$r_i$  = Radius eines Tröpfchens.

$K$  = Konstante Menge von Wasser + Dampf.

$N_i$  = Anzahl Tröpfchen im  $m^3$ .

$T$  = Absolute Temperatur.

Wenn man mit  $r_i$  den mittleren Radius in der 7-Gruppe, etwa gleich 8.859  $\mu$ , bezeichnet, hat man

$$K = \frac{4}{3} \pi r_i^3 N_i + \frac{1.06 p_2 273}{T} = \frac{4}{3} \pi r_i^3 N_i + \frac{1.06 p_1 273}{T}$$

$$p_i = p_o + \frac{2 \cdot s \cdot v'}{r'' \cdot r_i}$$

<sup>1</sup> A. Defant, Über Gesetzmässigkeiten in der Verteilung der ver-schiedenen Tropfengrössen bei Regenfällen, Wiener Sitzungsber. 1905, S. 585, nach Met. Zeitschr. 1905, S. 321.

<sup>2</sup> W. Voigt, Thermodynamik B. 2, S. 133, Leipzig 1904.

Eventuelle Verunreinigungen des Wassers oder gelöste Substanzen werden vernachlässigt, da sie bei dieser Grösse eine verschwindende Rolle spielen und die Rechnung wird für  $-5^\circ\text{C}$  ausgeführt. Für  $N_i$  werden verschiedene Mengen angenommen. So wurde unter der Voraussetzung von  $N_2 = N_1 2^n$  und  $r_1 = 8.859 \mu r_2$  für verschiedene  $N_i$  berechnet. Man erhält dabei folgende Abweichungen von den ganzen Zahlen.

$n$	Berechnete Abw. $N_i = 2 \cdot 10^{+8}$	Berechnete Abw. $N_i = 5 \cdot 10^{+8}$	Berechnete Abw. $N_i = 10 \cdot 10^{+8}$	Erhaltene Abweich.
-3	-0.225	-0.080	-0.024	
-2	-0.063	-0.025	-0.019	-0.086
-1	-0.009	-0.004	-0.003	-0.009
0	+0.000	+0.000	+0.000	-0.027
+1	+0.001	+0.000	+0.000	-0.013
+2	+0.002	+0.000	+0.000	+0.047
+3	+0.002	+0.001	+0.000	+0.046

Wenn eine sehr grosse Menge Serien mit reiner 7-Gruppe ausgeführt werden konnte, war es möglich aus ihnen, einen sehr exakten Wert der mittleren Menge fließenden Wassers im Nebel oder in Wolken zu erhalten. Aus meinen Messungen muss man schliessen, dass etwa  $N_i = 5 \cdot 10^{+8}$  den besten Wert gibt, weil die Abweichungen der durch Messungen erhaltenen Werte von den in diesem Falle berechneten Werten nahezu gleich Null sind. Diese Anzahl entspricht etwa 1.45 gr per  $\text{m}^3$  feuchter Luft.

Diese Tatsachen scheinen mir hinreichend dafür zu sprechen, dass die Tröpfchen der 7-Gruppe durch Zusammenfliessen ineinander übergehen. Das Zusammenfliessen findet am Scheitelpunkt der Normalkurve statt.

Defant hat die Serie 3:6:12 u. s. w. dadurch erklärt, dass drei Tröpfchen zusammenfliessen. Da die Grössen 1:2:4 u. s. w. am häufigsten auftraten, liegt es nahe zu vermuten, dass meine 8-Gruppe der Verteilung 3:6 u. s. w. entspricht. Dies ist indessen keineswegs der Fall. Wenn die 8-Gruppe aus drei Tröpfchen aus der 7-Gruppe entsteht, muss eine Gruppe gebildet werden, die bei  $n + 0.584$  liegt. Die frühere Darlegung ergibt mit Sicherheit, dass die 8-Gruppe durch  $n + 0.500 - \eta$  charakterisiert ist, wobei  $\eta$  eine positive Zahl ist. Serien mit zwei Maxima und mit der 8-Gruppe links ergaben durchwegs ein grösseres  $\sigma$  als die mit der 8-Gruppe rechts. Es ist daher ausgeschlossen, dass die 8-Gruppe aus der 7-Gruppe durch Zusammenfliessen von drei Tröpfchen entsteht. Die 7-Gruppe liegt indessen in ihrem Verhältnisse zu der 8-Gruppe so, dass, wenn drei Tröpfchen aus

der 8-Gruppe mit  $r = 8.820 \cdot 2^3 \mu$  zusammenfliessen, ein

Tröpfchen mit dem Radius  $r = 8.820 \cdot 2^3 \mu$  entsteht. Wenn man beachtet, dass  $n + 0.019$  die 7-Gruppe repräsentiert, so liegt es sehr nahe zu vermuten, dass die 7-Gruppe durch die 8-Gruppe wirklich folgendermassen ausgedrückt werden kann, wenn  $B_7$  und  $B_8$  die Basiszahlen der 7-, bzw. 8-Gruppe bezeichnen

$$\sqrt[3]{4} \cdot B_7 - \sqrt[3]{3} \cdot B_8 = 0.$$

Setzt man in diese Gleichung die früher berechneten Werte der Basiszahlen ein, so wird der obige Unterschied

$-0.035 \pm 0.0272$ , ein Wert, dessen Unterschied von 0 als zufällig betrachtet werden muss.

Man erhält also auch aus diesen Untersuchungen das Ergebnis, dass sich die Gewichte der Tröpfchen in Nebel und Wolken in folgenden Verhältnissen ausdrücken lassen, wenn 1 von einem Tröpfchen in der 8-Gruppe repräsentiert wird.

$$1:2:3:4:6:8:12 \text{ u. s. w.}$$

Es erhebt sich jetzt die Frage, ob die 7-Gruppe wirklich durch ein Zusammenfliessen aus der 8-Gruppe im Nebel gebildet wird.<sup>1</sup> Wenn dies der Fall ist, so muss ein Zusammenfliessen von drei Tröpfchen häufiger erfolgen als ein Zusammenfliessen von 2 Tröpfchen. Ferner müssen die so entstandenen Tröpfchen in dichtem Nebel stabiler sein als die aus nur zwei Tröpfchen gebildeten. Ferner aber müssen diese drei zusammengeflossenen Tröpfchen bei Sturmen nicht so stabil sein wie andere. Diese Verhältnisse erscheinen mir ein wenig eigenartig. Ohne behaupten zu wollen, dass ein Zusammenfliessen von drei Tröpfchen niemals stattfindet, glaube ich, dass diese Tröpfchengruppen *nicht* auf diese Art und Weise auseinander entstehen. Ich kenne leider nicht die tieferen Gründe, die Defant zu dem Schlusse bewogen haben, dass 3 in seiner Serie auf ein Zusammenfliessen von drei Tröpfchen deute. Ich führe ferner als Grund dagegen den Umstand an, dass, wenn wirklich ein Zusammenfliessen von drei Tröpfchen so gewöhnlich wäre, dass es sich selbst im Regen nachweisen liesse, es schwer zu verstehen wäre, dass es überhaupt einen homogenen Nebel gibt. Wenn das Zusammenfliessen eingetreten ist, müssen wohl sowohl drei als zwei Tröpfchen zusammenfliessen. Nun ist es indessen eine Tatsache, dass der Nebel aus Schichten besteht, die abwechselnd nur aus der 7-Gruppe oder nur aus der 8-Gruppe bestehen. Man muss daher in der Atmosphäre besondere Zustände voraussetzen, die in einer Schichte derartig sind, dass sie ein Zusammenfliessen von je drei und nur von je drei Tröpfchen hervorrufen, in einer anderen Schichte dagegen derartig, dass sie ein Zusammenfliessen von je zwei und nur von je zwei Tröpfchen hervorrufen. Bevor diese Zustände nicht gefunden sind, erscheint es mir am richtigsten, nur die Tatsache zu betonen, dass zwei Gruppen existieren, die in der erwähnten formalen Relation zueinander stehen. Dass da ein realer Zusammenhang besteht, erscheint mir wahrscheinlich.

Die früher angedeuteten Konzentrationen um etwa  $n \pm 0.750$  dürften für die Erklärung der Gruppenverteilung experimentell näher untersucht werden müssen. Es ist nämlich neben der früher (s. 84) aufgestellten Möglichkeit denkbar, dass diese Werte zwei andere Gruppen repräsentieren. Entweder konnte es so sein, dass  $n - 0.750$  aus 5 Tröpfchen aus der 7-Gruppe und  $n + 0.750$  aus 5 Tröpfchen aus der 8-Gruppe gebildet war, oder es konnte die Möglichkeit vorliegen, dass  $n + 0.750$  aus 5

<sup>1</sup> Ich diskutiere hier nicht, ob ein solches Zusammenfliessen in einem frühen Stadium stattfindet, in dem die Partikelchen kolloidal klein sind. Ist dies der Fall, so muss die Ursache der Schichtenverteilung gesucht werden, wie dies späterhin gezeigt wird.

Tröpfchen aus der 8-Gruppe und  $n = 0.750$  aus 7 Tröpfchen aus derselben Gruppe gebildet war. Wenn diese Frage erledigt ist, scheint mir die Möglichkeit zu einen Versuch vorhanden zu sein, eine mathematische Theorie der Gruppenverteilung aufzustellen. Man dürfte wohl dann in einer Weise vorgehen, die derjenigen von Smoluchowski<sup>1</sup> für kolloide Koagulation ähnlich ist.

Einige Überschlagsrechnungen, die ich gemacht habe, um zu untersuchen, ob vielleicht die eine Gruppe eine positive elektrische Ladung und die andere vielleicht eine negative Ladung führt, lieferte das Ergebnis, dass sehr hohe elektrische Ladungen erforderlich sind, um den Größenunterschied zu erklären. Ich glaube, dass man viel tiefer gehen, muss, um eine Erklärung dieses Verhältnisses zu finden.

Es ist sehr interessant zu untersuchen, ob die Serie, die Defant im Regen gefunden hat, eine Fortsetzung meiner ist. Man kann aus den Gewichten, die Defant gefunden hat, folgende Gruppen herleiten

$$\frac{8.568 \cdot \frac{n}{2^3}}{9.424 \cdot 2^3} \quad (n = \pm 1, 2, 3, \dots)$$

Der Unterschied von den Nebel- und Wolkengruppen ist also recht gross. Indessen hat Becker nachgewiesen,<sup>2</sup> dass die Unsicherheit der von Defant verwendeten Absorptionsmethode recht gross ist. Ferner ist es wahrscheinlich, dass die Regentropfen beim Fallen ein wenig verdunsten. Daher ist es nicht sicher, dass dieser Unterschied wirklich ist. Man kann in der Tat mit recht grosser Wahrscheinlichkeit vermuten, dass die Verteilung der Regentropfen dieselben Gruppen ergibt wie die von mir gefundenen. Es ist zu hoffen, dass man dies endlich näher untersuchen wird, da es jetzt wohl einleuchtend ist, von welcher Bedeutung eine solche Untersuchung nicht nur für die Meteorologie sondern auch für die Molekularphysik ist. In der Atmosphäre hat man ein Laboratorium, in dem die Tröpfchen von Molekulargrösse bis zu wahrnehmbarer Grösse wachsen.

Wenn das Molekülargewicht des Wassers  $M$  gleich 18,016 ist, so ist die Masse eines Moleküls Wasser

$$\frac{18,016}{6,064} \cdot 10^{-23} = m \text{ gr}$$

Es sei bemerkt, dass

$$4/3 \pi B_7^3 = m 2^{45-0.107}$$

und

$$4/3 \pi B_8^3 = m 2^{47-0.083}.$$

Es wurde ferner, wie zu erwarten war, gefunden, dass die Tröpfchengrösse nicht ganz konstant bei ganzen  $n$  bleiben. Die Grösse der Tröpfchen ist vom Dampfdrucke abhängig. Daraus konnte geschlossen werden, dass der Dampfdruck rings um bestimmte Mittelwerte nach der Normalkurve mit einer mittleren Abweichung von  $\pm 10\%$

<sup>1</sup> M. v. SMOLUCHOWSKI, Drei Vorträge über Diffusion, Brownsche Molekularbewegung und Koagulation von Kolloidteilchen, Physik. Zeitschr. 17 1916, S. 585.

<sup>2</sup> Aug. Becker, Zur Messung der Tropfengrösse bei Regenfällen nach der Absorptionsmethode. Met. Zeitschr., Sid. 247, 1907.

schwankt. Ich wage aber nicht gerade diesen Schluss zu ziehen, da die Schwankungen so gross sind. Eine andere Möglichkeit ist die, dass der Nebel aus Schichten von verschiedener Tröpfchengrösse besteht und dass diese Grösse rings um die gefundenen Gruppen nach der Normalkurve verteilt sind. Eine solche Möglichkeit konnte eintreten, wenn man sich denken könnte, dass man eine grössere Anzahl von Gruppen hat, die nach der Fehlerkurve um die 7-Gruppe bzw. 8-Gruppe verteilt sind. Indessen hat G. I. Taylor<sup>1</sup> nachgewiesen, dass die Turbulenz von einem mit dem Winde wehenden Drucksystem abhängig ist. Wenn man durch langwierige intensive Messungen die Schwankungsgeschwindigkeit und die Schwankungsgrösse in ihrer Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit einigermassen untersuchen könnte, so erhielte man auch die Möglichkeiten, diesem Problem näher zu rücken.

Es wurde im ersten Kapitel nachgewiesen, dass der Nebel aus homogenen Schichten besteht, d. h. jede Schicht besteht aus gleich grossen Tröpfchen. Dasselbe Ergebnis folgt aus der ganzen späteren Darlegung. Diese Tatsache ist von grosser Bedeutung. Sie steht im Zusammenhang damit, dass gleich grosse Tröpfchen zu zweien zusammenfliessen scheinen. Es folgt daneben aus der Darlegung, dass dieses Zusammenfliessen bei einer ganz bestimmten Tröpfchengrösse anfängt. Dass in einer Schicht mit reiner 7-Gruppe die Tröpfchen gleich gross sind, folgt aus dem Kondensationsverlauf auf Kondensationskernen.<sup>2</sup> Wie die Schichten sich in zwei Gruppen teilen, kann hier nicht erklärt werden. Vielleicht ist dies ein Problem des statistischen Mechanik. In jeder Schichte muss indessen das Zusammenfliessen recht schnell und restlos erfolgen.

**Stabilität der Tröpfchen.** Die meisten Messungen einer reinen 7-Gruppe sind bei  $n = +1$  ausgeführt. Daher scheint diese Tröpfchengrösse in der 7-Gruppe am stabilsten zu sein. Um  $n = 0$  ist die Stabilität klein. Man hat nämlich hier für Windgeschwindigkeiten unter 12 m/s ein Maximum von  $\sigma$  sowohl über wie unter 0°. Über und unter  $n = 0$  ist  $\sigma$  kleiner und bei  $n = -1$  hat man recht viele Serien mit einer reinen 7-Gruppe. Die rascheste Umbildung scheint also bei  $n = 0$  stattzufinden. Wenn demnach im Nebel von Tröpfchen mit  $n = -1$  ein Zusammenfliessen anfängt, so wird zuerst  $n = 0$  erreicht; dieser Zustand tritt recht bald ein und der Nebel wird erst bei  $n = +1$  stabil. Dies zeigt, dass die Ursache des Zusammenfliessens von sehr komplizierter Natur ist.

In der Kolloidchemie hat man das Ergebnis erhalten, dass die Koagulation nach dem Erreichen des isoelektrischen Punktes anfängt. Aller Wahrscheinlichkeit nach dürfte dies auch für die atmosphärischen Verhältnisse gelten. Man könnte indessen erwarten, dass das Zusammenfliessen beim Erreichen dieses Punktes über 0° schnell nach der Regentropfengrösse oder unter 0° vielleicht nach

<sup>1</sup> G. I. Taylor, Investigation on Turbulence, Report of the Proceedings of the seventh Meeting of the Intern. Com. for the Investigation of upper Air, Bergen 1921.

<sup>2</sup> Hilding Köhler, Zur Kondensation des Wasserdampfes in der Atmosphäre, 2. Mitteil. Geof. Publ. Vol. 2 Nr. 6, Kristiania 1922.

der Gefriergrösse stattfindet. Dies ist indessen nicht der Fall. Das Zusammenfliessen findet etappenweise statt. Bei jeder Etappe sind neue impulse notwendig. Wahrscheinlich spielen auch andere Faktoren eine Rolle, z. B. die Anzahl Tröpfchen in der Volumeinheit und die Windgeschwindigkeit.

Nach dieser Darlegung hat man für Windgeschwindigkeiten unter  $12 \text{ m/s}$  die grösste Stabilität bei  $n > 0$ , aber für die Windgeschwindigkeit  $> 12 \text{ m/s}$  ist die grösste Stabilität nach den kleinen Tröpfchen hin verschoben; ausserdem ist der Mittelwert von  $n$  eine Funktion der Windgeschwindigkeit, und zwar nimmt der Mittelwert mit wachsender Geschwindigkeit ab. Diese Tatsachen scheinen anzudeuten, dass auch die Windgeschwindigkeit und die Anzahl Tröpfchen nicht hinreichend sind, um das Auslösen eines Zusammenfliessens bei grösseren Tröpfchen zu erklären. Man muss vielleicht auch hier zu elektrischen Erklärungsgründen greifen. Der Umstand, dass die Stabilität für grosse Tröpfchen bei wachsender Windgeschwindigkeit abnimmt, könnte auf ein Zusammenfliessen deuten; da aber das Zusammenfliessen bei niedriger Windgeschwindigkeit bei kleinen Tröpfchen gross ist, bei wachsender Windgeschwindigkeit der Mittelwert von  $n$  jedoch abnimmt, so könnte daraus geschlossen werden, dass bei Windgeschwindigkeiten über  $12 \text{ m/s}$  eine Zersplitterung der grösseren Tröpfchen stattfindet.

Wenn man andererseits die Annahme macht, dass nach dem Ausscheiden der grossen Tröpfchen wieder kleine Tröpfchen in geringerer Anzahl entstehen, so kann man diese Verhältnisse ohne die Hypothese der Zersplitterung erklären.

Diese hier erwähnten Gesichtspunkte ergeben eine Reihe von Problemen, deren Lösung, auch wenn sie nicht immer für die sog. praktischen Wetterdienstgesichtspunkte verwendbar sind, wirklich wünschenswert wäre.

Auf S. 38 wurde ein Beispiel erwähnt, das recht deutlich ergab, dass die mittleren Verhältnisse nicht immer zutreffen und es wurde betont, dass diese Ausnahme nicht weniger wichtig sein könnte. Diese vier Messungsreihen, die in dichtem Nebel ausgeführt wurden, ergaben einerseits für  $n = +1$  (zwei Serien) zwei nahezu gleich grosse  $\sigma$  und für  $n = +2$  auch zwei nahezu gleich grosse  $\sigma$ . Daraus ziehe ich den Schluss, dass diese Tröpfchengrössen nicht aus verschiedenen Entwicklungsstadien des Zusammenfliessungsprozesses im selben Nebel bestanden. Im Gegenteile, sie stammten wahrscheinlich aus verschiedenen Partien, die auch eine verschiedene Anzahl von Stammtröpfchen besassen, d. h. Tröpfchen von der Grösse, bei welchen das zusammenfliessen zum ersten Male erfolgt. Ein Problem der Meteorologie wird es sein, die Grösse dieses Stammtröpfchens zu bestimmen.

**Unterkühlung.** Alle hier erhaltenen Ergebnisse gelten sowohl für Temperaturen über als unter  $0^\circ$ . Die Unterkühlung ist also sichergestellt. Daneben ergibt die Darlegung, dass die Tröpfchen unter  $0^\circ$  zusammenfliessen, ohne zu gefrieren.

Dies gilt wahrscheinlich selbst für die tiefen Temperaturen im Cirrusniveau. Die Unterkühlung ist schon im ersten Kapitel ein wenig behandelt worden. Die Möglichkeit des Vorhandenseins von flüssigem Wasser unter  $0^\circ$  ist seit langem hinreichend nachgewiesen. Es ist daher unmöglich zu bezweifeln, dass eine Wolke, die etwas unter  $0^\circ$  abgekühlt wird, auch nach der Abkühlung aus Wassertröpfchen bestehen kann. Bei der hohen Breite jedoch, in der diese Untersuchungen ausgeführt sind, und auch in hohen Luftlagern bilden sich unter  $0^\circ$  Wolken, die aus Tröpfchen bestehen. Man muss daher die Fragestellung etwas ändern. Die Frage, die beantwortet werden muss, ist die, wie Dampf unter  $0^\circ$  zu flüssigem Wasser kondensiert werden kann. Ich habe schon früher versucht<sup>1</sup>, diese Frage zu beantworten, möchte sie aber hier etwas eingehender behandeln.

Bei Untersuchungen über die Aggregatzustände erhielt Tammann in seinem Laboratorium bei Kondensation von Wasser bis zu  $-4^\circ$  immer Tröpfchen und nicht Kristalle.<sup>2</sup> Im grossen Laboratorium der Atmosphäre muss sich bei weit niedrigeren Temperaturen Wasserdampf zu Tröpfchen kondensieren. Um diese Tatsache zu erklären, habe ich vorausgesetzt,<sup>3</sup> dass man in der Luft immer unsichtbare Wolken von kleinen Tröpfchen finden muss.

Es ist wohl bekannt, dass Salze, die in Wasser gelöst werden, den Gefrierpunkt erniedrigen. Ferner ist es bekannt, dass Salze, die in Wasser gelöst sind, die Dampfspannung über der Lösung erniedrigen. In der Atmosphäre gibt es hygroskopische Kerne. Diese Kerne können aus Salzen bestehen. Die Kerne verhalten sich wie Kristalle in ihrer Lösung, die wachsen, wenn Wasser verdunstet, sich aber auflösen, wenn Wasser zugesetzt wird. Die hygroskopischen Kerne führen also Wasser in einer Menge mit sich, die von dem Dampfdrucke abhängt. Sie sind daher als mehr oder weniger konzentrierte Lösungen zu betrachten. Diese Tröpfchen können erst bei Temperaturen unter  $0^\circ$  gefrieren. Bei einer für jedes Salz bestimmten Konzentration hat man ein Minimum der Gefriertemperatur, den *cutektischen Punkt*. Ist die Konzentration zu gross, so fällt bei Abkühlung Salz aus, ist sie zu klein, so fällt Eis aus, bis die Konzentration so gross geworden ist, dass die Flüssigkeit eine Gefriertemperatur zeigt, die gerade da herrscht. Dies gilt für grössere Volumina von Lösungen. In einem kleinen Tröpfchen fällt kein Eis aus, sondern das Tröpfchen wird unterkühlt. Es ist bekannt, wie leicht Wasser in Kapillarröhren zu unterkühlen ist. Da die Luft in der Troposphäre immer gemischt wird oder in verschiedene Niveaus versetzt wird, so muss vorausgesetzt werden, dass sich diese wasserführenden Kerne oft in Temperaturen über  $0^\circ$  befinden. Werden sie dann abgekühlt, so muss Wasser kondensiert werden, und sie gefrieren nicht.

<sup>1</sup> Hilding Köhler, Zur Kondensation u. s. w. l. c.

<sup>2</sup> Gustav Tammann, Aggregatzustände, S. 219, Leipzig 1922.

<sup>3</sup> Hilding Köhler, Zur Kondensation des Wasserdampfes in der Atmosphäre, Geofysiske Publikationer Vol. 2 N:o 1 u. N:o 2, Kristiania 1921 u. 1922.

Meine Theorie kommt also darauf hinaus, dass die Kondensationskerne sehr kleine, mehr oder weniger konzentrierte Lösungströpfchen sind.

In der Atmosphäre gibt es eine grosse Menge von verschiedenen Arten hygroskopischer Kerne, wie Ammonium, Nitrate u. s. w. Daneben gibt es Meeressalze. Diesen habe ich eine grosse Rolle zugeschrieben, weil das Meer etwa 70 % der Erdoberfläche bedeckt und der Luft ständig Salze aus ihm zugeführt werden. Natürlich spielen auch andere Salze eine Rolle — wie gross diese ist, lässt sich nicht beurteilen, bevor dies nicht untersucht ist.

Schon im Jahre 1897 hatte Melander die Bedeutung der Meeressalze als Kondensationskerne<sup>1</sup> erkannt und sogar im Vergleiche mit anderen Salzen ihre hygroskopische Kraft untersucht. Ich babe zahlenmässig approxi-

mativ gezeigt,<sup>1</sup> dass eine ausserordentlich kleine Menge hinreichend ist, um die Nebelbildung auf derselben zu erklären. Dabei wurde klargelegt, dass die kleinen Salzpartikelchen, die in der Tröpfchen gelöst sind, ihre Dampfspannung weit unter den Sättigungsdruck erniedrigen, wenn nur Kochsalz in Betracht gezogen wird. Nach Lenard wird der Dampfdruck<sup>2</sup> durch unverdampfbare Partikelchen an der Oberfläche — Moleküle von gelösten Substanzen, elektrische Quanta, feste grössere Partikel u. s. w. — noch mehr erniedrigt. Wenn daher Salz ausfällt, so ist es wahrscheinlich, dass die kleinen Tröpfchen niemals vollkommen trocken werden. Ich gehe in dieser Abhandlung nicht näher auf diese Dinge ein, will aber im nächsten kurzen Kapitel nur die Analysen auf Chlor ein wenig studieren.

### KAP. 3.

## Über Meeressalze im Nebelfrost.

### Die Analysenmethode und ihre Genauigkeit.

**Methode.** Da Nebelfrostablagerungen durch Ablagerung von Tröpfchen entstehen, so kann man von einer chemischen Untersuchung dieser Ablagerung, die Auffindung der Kondensationskerne erwarten. Eine solche Untersuchung ist ausgeführt worden. Die ist jedoch nicht vollständig, weil das Schmelzwasser nicht auf alle Stoffe, gelöste oder ungelöste, analysiert wurde. Bei dieser Untersuchung leitete mich der Gedanke, dass in der Atmosphäre wahrscheinlich Meeressalze vorkommen müssen. Daher wurde auf Chlor analysiert. Um zu untersuchen, ob das gefundene Chlor wirklich aus dem Meere stammte, wurde daneben bei drei Gelegenheiten auf Magnesium analysiert; ebenso wurde auch Calcium qualitativ nachgewiesen. Zu diesem Zwecke wurden 10 kg Nebelfrost eingesammelt und das Ergebnis ergab, dass das Verhältnis Mg/Cl im Nebelfrost approximativ dasselbe wie im Meere war. Die Analysen auf Mg sind indessen unsicher, und ich messe ihnen keinen grossen Wert bei. Es genügt vorläufig zu wissen, dass es wirklich im Nebel vorkommt.

Die Chloranalysen sind nach der massanalytischen Methode von Mohr ausgeführt. Wie bekannt, besteht diese darin, dass man die Titrierflüssigkeit, Silbernitrat, deren Konzentration bekannt ist, aus einer Bürette in die Lösung der unbekannten Chlormenge eintropfen lässt. Als Indikator wird Kaliumchromat benutzt. Wenn sich alles vorhandene Cl mit dem Silber verbunden hat, entsteht eine Fällung von Silberchromat, das rot und daher leicht wahrnehmbar ist. Das Auftreten dieser Farbe gibt an, dass alles Cl verbraucht ist.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> G. Melander, Sur la condensation de la vapeur d'eau dans l'atmosphère, Helsingfors 1897.

<sup>2</sup> Andere Halogene wurden nicht vom Chlor getrennt.

Der Nebelfrost wurde immer an derselben Stelle eingesammelt, und zwar auf dem höchsten frei aufragenden Punkt des Observatoriums. Hier hatte ich mehrere Drähte aus galvanisiertem Eisen gespannt. Der Nebelfrost, der sich auf diesen abgesetzt hatte, wurde mit einem silbernen Löffel — wenn er nicht hart war — oder mit einem Messer — wenn er vereist war — abgeschafft, so dass er in ein Aluminiumgefäß herabfiel. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Teile der Ablagerung, die in der Nähe des Drahtes waren, nicht mitfolgten. Der Löffel und das Messer wurden natürlich vor dem Gebrauch sorgfältig gereinigt. Von der Ablagerung wurden mindestens 2 kg eingesammelt.

Nachdem der Nebelfrost im Aluminiumgefäß, das mit einem Deckel geschlossen war, bei Zimmertemperatur geschmolzen worden war, wurden mit einem Messkolben genau zwei Liter von dem Wasser in Becher von Jenaer Glas gebracht und diese Menge auf einer elektrischen Kochplatte auf etwa 100 ccm oder weniger eingeengt. Diese Quantität wurde analysiert.

**Die Genauigkeit der Analyse.** Die Genauigkeit der Analyse hängt davon ab, mit welcher Schärfe der Farbenumschlag festzustellen ist. Dies ist wahrscheinlich eine individuelle Sache; ich habe sie untersucht. Es zeigte sich, dass ich bei der Verwendung von 1/100-normaler silbernitratlösung 0.36 ccm oder 6 Tropfen brauchte, um den Farbenumschlag deutlich sehen zu können, wenn die zu analysierende Menge ein Volumen von 100 ccm

<sup>1</sup> H. Köller, Zur Kondensation des Wasserdampfes in der Atmosphäre. Zweite Mitteilung, Geophysische Publikationer, Vol. 2, Nr 2, Kristiania 1922. Beim Niederschreiben dieser Arbeit kannte ich leider die Arbeit von Melander nicht. Es ist ein reiner Zufall, dass meine Arbeit denselben Titel, obgleich auf Deutsch erhalten hat.

<sup>2</sup> P. Lenard, Probleme komplexer Moleküle, Drei Teile, Heidelberg 1914.

### Ergebnisse der Analyse.

denantriebster Sma. Eine Reitergruppe liegert im dichten Verkehr eingeklemmt. Obgleich mit großer Vorrichtungsfähigkeit wurde und obgleich der mittlere Anfänger 0.0000177 gr Per Litter bestreift, so halte ich es doch für möglich, dass er auch grosser sein kann.

Die Ergebnisse der Analysen sind in der Tabelle 7 zusammengestellt.

2.0: In dem Zelle  $M \cdot 2^{-n}$  sind die Mittelwerte der Ko-lumnen mit  $2^{-n}$  multipliziert und der Mittelwert der Ko-lateneen Werte mit  $2^{-n}$  gewichtet und gleiche ist verwertert

3:0 Utnein sind Mittleverte von Triopfchenmessungen im Nebel, der den Analysestern Nebelfrost teilweise abgeleagert hat, angedegeben. Ferner sind  $A'$  und  $A$ , = Anzahl Messungen der  $T$ -Gruppe,  $A^8$  = Anzahl Messungen der 8-Gruppe, beide in Prozентen ausgedrückt, angedeutet. Die Werte sind unter der Voraussetzung vom mittleren  $Q$ , Gleichen 0,173 approximativ analog wie früher verwertert. Unter den 23 Serien mit 1,122 Einzelmessungen bestehen 9 Serien mit 641 Einzelmessungen aus der Reihe.

Table II.

Tab.

$n_s = -6$		$n_s = -5$		$n_s = -4$		$n_s = -3$		$n_s = -2$		$n_s = -1$	
Datum	Chlormenge in Mg per L.	Datum	Chlormenge in Mg per L.	Datum	Chlormenge in Mg per L.	Datum	Chlormenge in Mg per L.	Datum	Chlormenge in Mg per L.	Datum	Chlormenge in Mg per L.
13./10.-23	0.06747	15./10.-23	0.08875	8./9. -23 14./10. -23 21./10. -23 4./11. -23	0.202 0.234 0.248 0.266	19./4. -21 17./12. -21 16./4. -22 10./9. -23	0.532 0.449 0.436 0.448	21./3. -21 20./3. -21 2./5. -21 17./8. -23 26./10. -23 10./1. -23	0.798 0.886 0.886 0.791 0.762 1.113	2./3. -21 21./3. -21 21./10. -21 20./10. -23	2.258 1.418 1.727 2.092
Summe Mittel = $M$ $M \cdot 2^{-n_s}$	0.06747 0.06747 ± ca. 50% 4.311 ± ca. 50%	Summe Mittel = $M$ $M \cdot 2^{-n_s}$	0.08875 0.08875 ± ca. 50% 2.837 ± ca. 50%	Summe Mittel = $M$ $M \cdot 2^{-n_s}$	0.950 0.238 ± 0.0117 3.801 ± 1.1804	Summe Mittel = $M$ $M \cdot 2^{-n_s}$	1.865 0.466 ± 0.0192 3.750 ± 0.1532	Summe Mittel = $M$ $M \cdot 2^{-n_s}$	5.236 0.873 ± 0.0479 3.491 ± 0.1916	Summe Mittel = $M$ $M \cdot 2^{-n_s}$	7.496 1.874 ± 0.1629 3.748 ± 0.3257
Mittel von $n$ $\sigma_s$	+ 1.094 ± 0.149	Mittel von $n$ $\sigma_s$	+ 3.342 ± 0.239	Mittel von $n$ $\sigma_s$	+ 1.657 ± 0.216	Mittel von $n$ $\sigma_s$	- 1.017 ± 0.408	Mittel von $n$ $\sigma_s$	+ 2.095 ± 0.301	Mittel von $n$ $\sigma_s$	+ 0.790 ± 0.334
Anzahl Messungen Anzahl Serien	88 1	Anzahl Messungen Anzahl Serien	42 1	Anzahl Messungen Anzahl Serien	410 5	Anzahl Messungen Anzahl Serien	170 3	Anzahl Messungen Anzahl Serien	25 1	Anzahl Messungen Anzahl Serien	56 2
$A_7$ $A_8$	100 % 0 %	$A_7$ $A_8$	33.3 % 66.7 %	$A_7$ $A_8$	90.2 % 9.8 %	$A_7$ $A_8$	85.9 % 14.1 %	$A_7$ $A_8$	80 % 20 %	$A_7$ $A_8$	53.6 % 46.4 %
Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen Anzahl Serien		Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen Anzahl Serien		Rcine 7-Gr.: Anzahl Messungen Anzahl Serien		Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen Anzahl Serien		Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen Anzahl Serien		Reine 7 Gr.: Anzahl Messungen Anzahl Serien	
88 1		0 0		332 4		115 1		0 0		0 0	

$^{1/100\text{-}n}$   $\text{AgNO}_3$  benutzt wurden, also für Analysen von Werten bei  $n_s = + 1$  20 ccm, bei  $n_s = + 2$  40 ccm, bei  $n_s = 3$  80 ccm und schliesslich bei  $n_s = 4$  160 ccm. Bei der Bestimmung des letzten Wertes verbrauchte ich nicht weniger als  $6 \frac{1}{2}$  ganz volle Büretten. Es ist undenkbar, dass hier Fehler in den Analysen die Verteilung hervorrufen können. Bei Werten unter  $n_s = 0$  sind die Unterschiede in der Menge Titrierflüssigkeit für verschiedene  $n_s$  kleiner. Die Übereinstimmung ist indessen in Anbetracht der grösseren Werte zu gut, als dass sie zufällig sein könnte.

**Tröpfchengrösse.** Die Mittelwerte der Tröpfchengrösse, in  $n$  ausgedrückt, geben kein exaktes Bild von den wirklichen Grösse der Tröpfchen, die sich abgelagert haben. Sie sind aus Serien erhalten, die in Nebel ausgeführt sind, aus welchem sich ein Teil des Nebelfrostes abgelagert hat. Indessen war es mir unmöglich, eine ganze Ablagerungszeit zu messen. Es ist also sicher, dass ein Teil des Nebelfrostes durch Ablagerung des angeführten Tröpfchengrösse gebildet ist.

Aus der Tabelle geht deutlich hervor, dass

1:o Die Salzmenge von der Tröpfchengrösse unabhängig ist.

2:o Die 7-Gruppe am stärksten vertreten ist.

3:o Die 8-Gruppe indessen auch vorkommt.

4:o  $\sigma_s$  im allgemeinen relativ klein ist, jedoch mit Ausnahme der Fälle, in denen  $n_s = + 4$  ist.

Es scheint also hieraus hervorzugehen, dass die 7-Gruppe sicher Salz führt. Diese Gruppe lagert in der Tat grosse Menge von Nebelfrost ab. Dies liess sich konstatieren, da die Messungsserien, die eine reine 7-Gruppe unter  $0^\circ$  lieferten, oft während reichlicher Ablagerung ausgeführt wurden. Ob die 8-Gruppe nebelfrostablagernd ist, kann ich nicht mit Sicherheit beurteilen. Die recht lange Serie vom 21./11. 1923 in der Tabelle 21 enthält auch, wie früher erwähnt, einige Messungen der 7-Gruppe. Während dieser Messung wurden kleinen Mengen leichten Nebelfrostes abgelagert. Ob dieser aus der 8-Gruppe stammte, lässt sich nicht ohne weiters entscheiden. Wenn beide Gruppen Cl führen, so ist wahrscheinlich die Konzentration wenigstens nahezu dieselbe. Wäre dies nicht der Fall, so wäre es unwahrscheinlich, dass man eine so gute Verteilung erhielte, wenn das Verhältnis der Menge Tröpfchen in der 7-Gruppe nicht zu denjenigen in der 8-Gruppe in einem konstanten Verhältnis stände. Aus der früheren Darlegung folgt, dass das Verhältnis schwankt.

Da ferner die 7-Gruppe in der Tabelle 76 überwiegt und diese Gruppe sicher Nebelfrost ablagert, so las-

$n_s = \pm 0$		$n_s = + 1$		$n_s = + 2$		$n_s = + 3$		$n_s = + 4$		Mittel von $M \cdot 2^{-n_s}$
Datum	Chlormenge in Mg per L.									
1./5. —20	3.120	11./1. —19	6.844	8./5. —20	15.24	20./2. —21	30.13	16./3. —23	55.14 <sup>1</sup>	
2./5. —20	3.074	15./5. —20	5.312	20./12. —21	13.67	20./4. —21	28.36	16./3. —23	57.52	
3./5. —20	3.343	23./8. —21	8.331			4./1. —22	28.75			
27./9. —20	3.803	27./8. —21	7.682			5./1. —22	28.28			
26./10. —20	3.757	24./1. —22	5.448							
19./1. —21	3.580	30./1. —22	7.508							
8./4. —21	3.580	30./3. —23	5.908							
16./4. —21	3.580	14./9. —23	8.752							
27./1. —22	3.710									
10./2. —22	3.244									
12./4. —22	3.842									
1./4. —23	4.113									
6./9. —23	3.057									
Summe	45.803	Summe	56.785	Summe	28.91	Summe	115.52	Summe	112.66	
Mittel = $M$	$3.523 \pm 0.0901$	Mittel = $M$	$7.098 \pm 0.4104$	Mittel = $M$	$14.455 \pm 0.7800$	Mittel = $M$	$28.88 \pm 0.3717$	Mittel = $M$	$56.33 \pm 0.8420$	
$M \cdot 2^{-n_s}$	$3.523 \pm 0.0901$	$M \cdot 2^{-n_s}$	$3.549 \pm 0.2052$	$M \cdot 2^{-n_s}$	$3.614 \pm 0.1379$	$M \cdot 2^{-n_s}$	$3.610 \pm 0.0465$	$M \cdot 2^{-n_s}$	$3.521 \pm 0.0526$	$3.591 \pm 0.0297$
Mittel von $n$	+ 1.077	Mittel von $n$	+ 0.999	Mittel von $n$	+ 0.019	Mittel von $n$	+ 0.044	Mittel von $n$	- 2.929	
$\sigma_s$	$\pm 0.535$	$\sigma_s$	$\pm 0.158$	$\sigma_s$	$\pm 0.149$	$\sigma_s$	$\pm 0.362$	$\sigma_s$	$\pm 0.895$	
Anzahl Messungen	201	Anzahl Messungen	54	Anzahl Messungen	30	Anzahl Messungen	26	Anzahl Messungen	20	1122
Anzahl Serien	5	Anzahl Serien	1	Anzahl Serien	1	Anzahl Serien	2	Anzahl Serien	1	23
$A_7$	64.2 %	$A_7$	100 %	$A_7$	100 %	$A_7$	53.8 %	$A_7$	70 %	$A_7$
$A_8$	35.8 %	$A_8$	0 %	$A_8$	0 %	$A_8$	46.2 %	$A_8$	30 %	$A_8$
Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen	22	Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen	54	Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen	30	Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen	0	Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen	0	Reine 7-Gr.: Anzahl Messungen
Anzahl Serien	1	Anzahl Serien	1	Anzahl Serien	1	Anzahl Serien	0	Anzahl Serien	0	Anzahl Serien

sen sich wahrscheinlich nur zwei Alternativen aufstellen.

1:o Die 8-Gruppe nimmt an der Ablagerung nicht teil.

2:o Beide Gruppen lagern Nebelfrost ab und die Konzentration ist bei derselben Gelegenheit in beiden Gruppen nahezu gleich.

#### Die Theorie des Zusammenfliessens im Lichte der Salzverteilung.

Die folgenden Darlegung wird im Prinzip für die beiden obigen Alternativen gleich. Daher kann ich mich auf die Betrachtung der jetzt wohlbekannten Verhältnisse in der 7-Gruppe beschränken. Es wurde nachgewiesen, dass die verschiedenen repräsentativen Grössen der 7-Gruppe wahrscheinlich durch Zusammenfliessen von je 2 gleich grossen Tröpfchen der Gruppe in einander übergehen. Im Lichte der Cl-Analysen wird die Annahme des Zusammenfliessens zur Sicherheit.

Hat man eine Wolke von Tröpfchen von bestimmter Konzentration und wachsen diese Tröpfchen durch Kondensation, so muss sich natürlich auch die Konzentration

<sup>1</sup> Zwei Analysen bei derselben Gelegenheit.

ändern. Wenn diese Wolke Nebelfrost ablagert, so muss dieser Nebelfrost in verschiedenen Stadien der Kondensation verschiedene Mengen Cl liefern. Wenn das Zusammenfliessen bei derselben Konzentration unabhängig von der Tröpfchengrösse anfangen würde, so wäre natürlich die Konzentration des Nebelfrostes mit wenigen Schwankungen konstant. Wenn ein Zusammenfliessen der Tröpfchen bei einer bestimmten Grösse von der Konzentration unabhängig wäre, so liesse sich die Salzverteilung nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen erklären. Wenn also in der Luft eine grosse Anzahl von verschiedenen grossen Salzpartikelchen vorkommt, so müssen die Analysen in diesem Falle eine grosse Anzahl unregelmässig verteilter Werte liefern. Die einzige Möglichkeit, die Analysenergebnisse zu erklären, ist eine veränderung des Gewichtes der Salzpartikelchen im Verhältnisse  $2^n$  ( $n = \pm 1, 2, 3, \dots$ ).

Daraus folgt: Die Tröpfchengrösse wachsen nach einer gewissen Grösse durch Zusammenfliessen von je zwei Tröpfchen und die Salzpartikelchen verhalten sich wie  $2^n$ .

Man kann diese Darlegung besser durch eine Formel ausdrücken. Wenn das Salzpartikelchen  $a^3 g$  wiegt und die Konzentration 1 g Salz in  $b^3 \cdot 4/3 \pi g$  Lösung ist, erhält man

$r = a \cdot b \cdot \sqrt[3]{v}$  ( $v'$  = sp. Volumen der Lösung). Ist die Verdünnung so gross, dass  $v' = 1$  gesetzt werden kann, ist  $a$  konstant und wächst  $b$  durch Anlagerung von Wassermolekülen oder kleinen Komplexen, so wächst auch  $r$  mit solchen kleinen Quanten. Diese Erhöhung des Radius kann als kontinuierlich betrachtet werden. Schwankt sowohl  $a$  als  $b$  unregelmässig so muss auch  $r$  unregelmässig schwanken. Hat man dagegen eine Gruppe von  $a$ , die sich wie  $a_1 \cdot 2^{\frac{n}{3}}$  ausdrücken lässt und ist  $b$  konstant, dann müssen die Radien auch mit verschiedenen  $a$  wie  $r_1 \cdot 2^{\frac{n}{3}}$  schwanken. Dasselbe würde eintreffen, wenn  $b$  wie  $b_1 \cdot 2^{\frac{n}{3}}$  wachsen würde. Eine solche Eventualität erscheint mir bis jetzt schwer annehmbar. Ich lasse den obigen Satz die Erklärung liefern.

Schon im Jahre 1887 publizierte E. Kinch<sup>1</sup> Ergebnisse von Cl-Analysen, die in Cirencester, England, im Regenwasser vorgenommen wurden. Diese Analysen wurden im Jahre 1870 von H. Church angefangen und vom Jahre 1879, bis zum Jahre 1881 von W. Prévost fortgesetzt; in diesem Jahre übernahm Kinch die Untersuchung und führte sie bis zum 30. Sept. 1886 weiter. Da seine Ergebnisse schwer zugänglich zu sein scheinen, drücke ich hier die folgende Zusammenstellung ab.

Mittel aus 16 Sommerperioden (31. März—30 Sept.) 1870  
1835 3.14 mg per Liter.

Mittel aus 16 Winterperioden (30. Sept.—31. März) 1870  
—71 bis 1885—86 4.44 mg per Liter.

Mittel aus 12 Sommerperioden bis 1885 3.14 mg per Liter.

Mittel aus 12 Winterperioden bis 1885—86 3.58 mg per Liter.

Jährliches Mittel aus 16 Jahren 3.81 mg per Liter.

Jährliches Mittel aus 12 Jahren 3.36 mg per Liter.

Während der ersten vier Jahre wurden die Analysen ohne Einengen vorgenommen, weshalb diese Werte wahrscheinlich zu gross wurden. Dies ist der Grund, weshalb Mittel aus 16 und aus 12 Jahren angeführt werden.

Man findet also, dass die Konzentration im Regenwasser im Durchschnitt sehr nahe gleich der Hauptwerte ( $n_s = 0$ ) ist. Die Konzentration in den grossen Regentropfen ist also gleich derjenigen in den kleinen Nebeltropfchen. Eine Gruppenverteilung lässt sich aus den Analysen nicht erkennen, da dass Wasser während längerer Zeit aus vielen einzelnen Regen aufgesammelt wurde.

Indessen stimmen die Mittelwerte der Konzentration so gut mit dem Hauptwert der Tabelle 76 überein, dass wohl das Zusammenfliessen als der hauptsächliche Grund des Wachsens der Tropfchen vollkommen sichergestellt ist. Ferner kann man aber aus diesen Analysen auch mit recht guter Wahrscheinlichkeit den Schluss ziehen, dass die kleinen Salzpartikelchen in Cirencester und auf dem Haldde gleich gross sind und dass der Hauptwert auch in Cirencester etwa 3.59 mg per Liter beträgt, wenn die Verteilung um Kinchs

<sup>1</sup> E. Kinch, The amount of Chlorine in Rain-Water connected at Cirencester, Journal of the chemical Society, London 1887, S. 92.

Mittelwert der Normalkurve folgte, was ja zu vermuten ist.

Sowohl auf dem Niveau des Halddeobservatoriums als in Stratocumulus und Altocumulus hoch darüber und wahrscheinlich auch in noch höheren Wolken wie Cirrus haben die Tropfchen dieselbe Gruppenverteilung. Wenn eine Wolke nach oben steigt, muss man sich vorstellen, dass eine Kondensation auf diesen Gruppen stattfindet und die typische Gruppenverteilung also bei Messungen, die über einen langen Zeitraum ausgedehnt sind, in den Wolken nicht merkbar wird. Dass dies nicht der Fall ist, muss merkwürdig erscheinen. Es scheint, als ob die Tropfchen in diesen Gruppen vollkommen stabil wären und nur durch Zusammenfliessen in hohem Grade wachsen. Die Erklärung des Kernpunktes dieser Sache, der die Stabilität ist, kann ich nicht liefern.<sup>1</sup> Indessen möchte ich hier die Aufmerksamkeit nur auf die Tat- sache lenken, dass, wenn die Konzentration in einem Nebel immer konstant ist, dies darauf hindeutet, dass die verschieden grossen Salzpartikelchen unter verschiedenen Umständen an der Nebelbildung teilnehmen. Studiert man die Dampfspannungerniedrigung verschieden grosser Partikelchen, so versteht man ohneweiters, dass durch Regen oder Gefrieren zuerst die grossen Partikeln ausgeschieden werden; ihre Rolle übernehmen dann die kleineren Partikelchen. Da die Tropfchen unabhängig von der Konzentration immer bei derselben Grösse zusammenfliessen anfangen, so lässt sich leicht erklären warum die Gruppenverteilung in verschiedenen Höhen dieselbe ist. Dies beantwortet indessen nicht die Frage der Stabilität der repräsentativen Grössen der beiden Gruppen. Vielleicht müssen vollkommen neue Vorstellungen über die Kondensation den gegenwärtigen Platz machen, wenn die Beantwortung dieser Frage möglich werden.

**Das Emporsteigen von Meeressalzen.** Der Grund, weshalb der Nebelfrost auf Chlor analysiert wurde, war die Annahme des Vorhandenseins von Meeressalzen in der Atmosphäre. Dass auch Magnesium und Calcium in der Luft vorkommen bestätigt diese Annahme, die ja die Lage des Observatoriums ganz natürlich erscheinen lässt. Aus der Cl-Menge wird die ganze Menge Meeressalz durch Multiplikation mit 1.81 Cl berechnet.<sup>2</sup>

Die Gewichte der Partikelchen verhielten sich wie  $2^n$  ( $n = \pm 1, 2, 3 \dots$ ). In Tabelle 77 sind die Grössen  $S$  gr dieser Partikelchen für verschiedene Konzentration  $n_s$  angegeben, wenn sie in Tropfchen von den Grössen  $p = 0$  und  $q = 0$  oder  $r = 8.859$  und  $r = 9.775$  gelöst sind. Diese Grössen lasse ich die 7- bez. 8-Gruppe repräsentieren, und zwar unter der Voraussetzung, dass die Konzentration der beiden Gruppen dieselbe ist. Daneben ist das Gewicht eines Tropfchens mit den betreffenden Salzmengen und mit der Konzentration des Meerwassers unter  $P$  gr angegeben. Unter  $M$  steht das Gewicht des Wassers in diesen Tropfchen und schliesslich sind

<sup>1</sup> Einige theoretischen Rechnungen haben Licht auf diese Sache geworfen. Diese werden später publiziert.

<sup>2</sup> Krümmel, Handbuch der Ozeanographie B. I, S. 221, Stuttgart 1907.

Tab. 77.

7 - G r u p p e					8 - G r u p p e				
$n_s$	$S \cdot 10^{18}$	$M \cdot 10^{16}$	$P \cdot 10^{16}$	$r \cdot 10^6$	$n_s$	$S \cdot 10^{18}$	$M \cdot 10^{16}$	$P \cdot 10^{16}$	$r \cdot 10^6$
-18	0.072015	0.020573	0.021292	0.79075	-18	0.097640	0.027902	0.028873	0.87020
-17	0.14403	0.041147	0.042583	0.99630	-17	0.19528	0.055804	0.057745	1.1027
-16	0.28806	0.082295	0.085165	1.2553	-16	0.39055	0.11160	0.11549	1.3898
-15	0.57612	0.16459	0.17033	1.5815	-15	0.78110	0.22321	0.23099	1.7504
-14	1.1523	0.32918	0.34068	1.9926	-14	1.5622	0.44641	0.46198	2.2054
-13	2.3045	0.65835	0.68135	2.5105	-13	3.1244	0.89282	0.92395	2.7785
-12	4.6091	1.3167	1.3627	3.1630	-12	6.2489	1.7856	1.8479	3.5008
-11	9.2181	2.6334	2.7255	3.9853	-11	12.498	3.5713	3.6958	4.4108
-10	18.436	5.2668	5.4511	5.0210	-10	24.996	7.1415	7.3916	5.5570
-9	36.873	10.584	10.902	6.3260	-9	49.992	14.283	14.783	7.0015
-8	73.745	21.067	21.805	7.9705	-8	99.983	28.566	29.567	8.8215
-7	147.49	42.134	43.609	10.042	-7	199.97	57.134	59.133	11.114
-6	294.98	84.268	87.218	12.652	-6	399.93	114.27	118.27	14.003
-5	589.96	168.54	174.44	15.941	-5	799.86	228.54	236.53	17.643
-4	1 179.9	337.07	348.87	20.008	-4	1 599.7	457.07	473.06	22.228
-3	2 359.8	674.14	697.74	25.305	-3	3 199.4	914.14	946.13	28.006
-2	4 719.6	1 348.3	1 395.5	31.882	-2	6 398.9	1 828.3	1 892.3	35.286
-1	9 439.3	2 696.6	2 791.0	40.169	-1	12 798.0	3 656.5	3 784.5	44.457
$\pm 0$	18 879.0	5 393.1	5 581.9	50.610	$\pm 0$	25 596.0	7 313.0	7 569.0	56.013
+ 1	37 757.0	10 786.0	11 164.0	63.764	+ 1	51 191.0	14 626.0	15 138.0	70.572
+ 2	75 514.0	21 572.0	22 328.0	80.338	+ 2	102 380.0	29 252.0	30 276.0	88.914
+ 3	151 030.0	43 145.0	44 655.0	101.22	+ 3	204 760.0	58 504.0	60 552.0	112.036
+ 4	302 060.0	86 290.0	89 310.0	127.53	+ 4	409 530.0	117 010.0	121 100.0	141.14
+ 5	604 110.0	172 580.0	178 620.0	160.68	+ 5	819 060.0	234 020.0	242 210.0	177.83
+ 6	1 208 200.0	345 160.0	357 240.0	202.44	+ 6	1 638 100.0	468 030.0	484 420.0	224.05
+ 7	2 416 500.0	690 320.0	714 480.0	255.06	+ 7	3 276 200.0	936 070.0	968 830.0	282.29
+ 8	4 839 900.0	1 380 600.0	1 429 000.0	321.36	+ 8	6 552 500.0	1 872 100.0	1 937 700.0	355.66

die Radien berechnet, wobei das sp. Gewicht gleich 1.0281 gesetzt wurde.

Es stellt sich die Frage, wie gross die Salzpartikelchen sind, die als Kondensationskerne dienen. Es ist nicht wahrscheinlich, dass sie rings um  $n_s = 0$  verteilt sind. Sie sind sicher kleiner. Aus der Häufigkeitsverteilung der Tröpfchengrössen im Nebel sieht man, dass das Zusammenfliessen bei der 7-Gruppe unter  $r = 3.5 \mu$  anfängt. Nach den elektrischen Ladungen von Regentropfen ist es wahrscheinlich, dass es bei etwa  $3 \mu$  stattfindet.<sup>1</sup> Wenn man also annimmt, dass das Zusammenfliessen bei  $p = -5$  für die 7-Gruppe und bei  $q = -5$  für die 8-Gruppe, entsprechend  $r = 2.790 \mu$  bzw.  $r = 3.088 \mu$  stattfindet, so würde die Hauptgrösse nicht bei  $n_s = 0$  sondern bei  $n_s = -5$  liegen. Die Salzmengen, die für Tröpfchen im Niveau des Halddeobservatoriums als Kondensationskerne dienen, liegen demnach für die 7-Gruppe wahrscheinlich zwischen  $2.305 \cdot 10^{-18}$  und  $9.439 \cdot 10^{-18} g$  und für die 8-Gruppe zwischen  $3.125 \cdot 10^{-18} g$  und  $1.280 \cdot 10^{-18} g$  wenn diese dieselbe Konzentration hat. Die entsprechenden Radien der Tröpfchen aus Meeresswasser sind  $2.511 \cdot 10^{-2} \mu$ ,  $4.017 \cdot 10^{-1} \mu$  für die 7-Gruppe und  $2.778 \cdot 10^{-2} \mu$ ,  $4.446 \cdot 10^{-1} \mu$  für die 8-Gruppe. Diese Werte sind indessen recht approximativ, erstens weil die Zusammenflussgrösse nicht sicher bestimmt ist und zweitens auch, weil es möglich ist, dass die beiden Gruppen nicht dieselbe Konzentration haben, aber an der Nebelfrostablagerung teilnehmen. Da der Konzentrationsunterschied nicht gross sein kann, sind die Werte als Basis  $B$  für einen Ausdruck  $B \cdot 2^n$  approximativ richtig.

<sup>1</sup> Z. B. P. Gschwend, Ladung einzelner Regentropfen, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektrotechnik B. 70, Heft 1, 1920.

Die verwerteten Tröpfchen sind so klein, dass sie keinen Nebel im gewöhnlichen Sinne bilden können. Über dem Meere kann man indessen zuweilen, namentlich im Sommer bei starkem Sonnenschein eine weisse, halbdurchsichtige Trübung beobachten, durch die Schiffe in einiger Entfernung sehr undeutlich, etwa wie durch eine Mattscheibe zu sehen sind. Derartige Trübungen kann man vielleicht diesen Tröpfchen zuschreiben.

**Das Emporsteigen von Salzen aus dem Meere.** Soll eine Verteilung, wie sie hier nachgewiesen ist, zustandekommen, so müssen die emporsteigenden Partikelchen entweder alle gleich gross oder in einem Gewichtsverhältnis  $2^n$  ( $n$  ganze Zahl) verteilt sein. Die erste Eventualität kann wohl als unwahrscheinlich ohne weiteres ausgeschlossen werden.

Wenn eine Anzahl Partikelchen von allen möglichen Grössen emporsteigen, die in keiner gesetzmässigen Verhältnis zueinander stehen, so ist es unmöglich, dass ein Zusammenfliessen von gleich grossen Partikelchen eine *allgemeine* Verteilung im Verhältnis  $2^n$  hervorrufen kann. Soll eine derartige Verteilung zustandekommen, so muss da ein ganz besonderes Zusammenfliessen stattfinden, das eine Neigung zur Verteilung  $2^n$  voraussetzt. Diese Neigung liegt dieserfalls wahrscheinlich schon in der unzerteilten Lösung vor. Ferner ist es wahrscheinlich, dass sich gleich grosse Partikelchen allmählich in Schichten verteilen. Man darf einen solchen Schluss aus den früher nachgewiesenen Verhältnissen im Nebel ziehen. Daraus folgt die sehr grosse Wahrscheinlichkeit, dass sich die Gewichte der Partikelchen, die aus dem Meere emporsteigen, wie  $2^n$  verhalten ( $n$  ganze Zahl).

Unter der Voraussetzung, dass das Zusammenfliessen bei der oben erwähnten Grösse stattfindet, müssen die Salzpartikelchen ihre Rolle als Kondensationskerne bei einer dementsprechenden Grösse übernehmen. Wenn also kleinere Partikelchen emporsteigen, so müssen sich diese zu zweien zusammenschliessen. Dann muss beim Erreichen der früher berechneten Grössen eine Stabilität eintreten, bei der die Koagulation vorläufig aufhört. Diese Stabilität tritt in diesem Falle bei verschiedenen Grössen ein, die vielleicht von der Anzahl per Volumseinheit abhängen. Wenn die gefundenen Grössen durch Zusammenschluss entstehen, so ist es ausserordentlich wichtig, die untere Grenze der emportsteigenden Grössen zu finden. Wenn andererseits die mittlere Grösse der emportsteigenden Salzpartikelchen bei  $n_s = -5$  liegt, so ist es nicht wahrscheinlich, dass die untere Grenze bei der von mir erhaltenen Grösse liegt. Vielmehr scheint es mir natürlich, dass diese Grenze viel kleiner ist, obgleich die kleinsten Partikelchen bei der Kondensation wahrscheinlich keine grosse Rolle spielen. Die untere Grenze liegt wahrscheinlich in beiden Fällen bei der Molekulargrösse.

Hätte man reines Wasser vor sich, so wäre es wahrscheinlich, dass man bis auf die Molekulargrösse zurückgehen könnte. Da Wasser polymerisiert ist, und zwar so, dass es wahrscheinlich aus einer Mischung von  $3 \text{H}_2\text{O}$ ,  $2 \text{H}_2\text{O}$  und  $\text{H}_2\text{O}$  besteht, ist es denkbar, dass die untere Grenze Gewichte hat, die gleich  $3 \cdot 2^n \text{H}_2\text{O}$  und  $2^n \text{H}_2\text{O}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) sind. In unserem Falle liegt eine Lösung vor, und zwar eine recht komplizierte Lösung. Soviel ich weiss, ist man sich nicht im Klaren darüber, ob die Meeressalze sozusagen isoliert gelöst sind oder ob sie zusammen ein komplexes Salz bilden.

Unter der Annahme, dass die Erklärung der Salzverteilung im Verhalten der Moleküle zu einander zu suchen ist, ferner der, dass die Salze einen Komplex bilden, habe ich, ohne eine Theorie aufzustellen, einige Rechnungen ausgeführt.

Beim Salz habe ich angenommen, dass der Komplex nur ein Atom Brom enthält, und daraus das Molekulargewicht  $M_s$  des Komplexes nach den Anzahlen der Atome und Radikale, die Krümmel<sup>1</sup> anführt, berechnet. Das absolute Gewicht  $m_s$  eines solchen Komplexen kann in Gramm durch  $m_s = \frac{M_s}{6.064} \cdot 10^{-23}$  ausgedrückt werden.

Ebenso lässt sich das Gewicht eines Moleküls Wasser  $m_w$  ausdrücken.

Bei  $n_s = 0$  kann die Grösse des aus der 7-Gruppe berechneten Salzpartikelschens  $S_7$  und die entsprechende Wassermenge  $M_7$  folgendermassen ausgedrückt werden

$$M_7 = 5,393 \cdot 10^{-19} = m_w 2^{34.079 \pm 0.034}$$

$$S_7 = 1,8879 \cdot 10^{-22} = m_s 2^{18.03 \pm 0.034}$$

Die mittleren Abweichungen der Exponenten sind aus der mittleren Abweichungen der Basiszahl, der Analysen und schliesslich aus der Annahme abgeleitet, dass die

<sup>1</sup> Krümmel, Handbuch l. c.

Schwankung der Salzmenge im Meere 1 % betragen kann.

Unter der Voraussetzung gleicher Konzentration in der 8-Gruppe lässt sich die Wassermenge nicht durch  $m_w 2^n$  ( $n = \text{ganzer Zahl}$ ) ausdrücken. Dagegen findet man, dass sie sich durch  $3 \cdot 2^n m_w$  approximativ ausdrücken lässt. Man hat für  $n_s = 0$

$$M_8 = 3 m_w 2^{32.934 \pm 0.033}$$

$$S_8 = 3 m_s 2^{16.893 \pm 0.033}$$

Wenn die Erklärung der Gruppenverteilung wirklich im Verhalten der Moleküle zu suchen ist — wovon ich überzeugt bin — und die 7-Gruppe aus der 8-Gruppe durch Zusammenschliessen von je 3 gleich grossen Tröpfchen entsteht, so dürfte man diese Gleichungen für die beiden Gruppen austauschen können. Ich halte es daher hier für wahrscheinlich, dass auch der Unterschied zwischen einer 7-Gruppe und einer 8-Gruppe im Verhalten der Moleküle zu suchen ist. Ich habe eine Serie von Rechnungen ausgeführt, um zu untersuchen, ob die Relation zwischen  $M_7$  und  $m_w$  durch die Annahme von verschiedener Konzentrationen der beiden Gruppen in Grenzen, die die Gruppenverteilung nicht zerstört bestehen bleibt. Dabei fand ich, dass die Annahme, dass sich die Partikelchen in der 8-Gruppe zu den Partikelchen in der 7-Gruppe bei demselben  $n_s$  wie  $\frac{3}{2}$  verhalten eine mittlere Konzentration gab, die unter verschiedenen Annahmen über das Verhältnis der Anzahl Tröpfchen, die jedesmal an der Nebelfrostablagerung teilnehmen, eine Schwankung der  $Cl$ -Menge per Liter ergab, die etwa gleich der Schwankung ist, die tatsächlich gefunden wurde. Ich führe diese Rechnungen hier nicht an, weil ich auf ihnen noch keine exakte Theorie aufbauen kann. Indessen möchte ich betonen, dass der Gedankengang, durch den ich zu diesen Rechnungen geführt wurde, mit demjenigen übereinstimmt, der zu der Theorie der Moleküle geführt hat. Die strenge Theorie der Verhältnisse, die sich in dieser Relation verbergen, gehört der Zukunft an. Die Erklärung der Gruppenverteilung kann sicher erst durch eine solche Theorie vollendet werden.

Aus dieser Darlegung geht hervor, dass die Verteilung der verschiedenen grossen Partikelchen in Schichten<sup>1</sup> sehr früh erfolgen muss. Andernfalls würde man natürlich keine Gruppenverteilung der Analysenergebnisse erhalten.

Durch die Annahme einer verschiedenen Konzentration der Gruppen kann man aber schliesslich die Möglichkeit der Koexistenz der beiden Gruppen einigermassen erklären obgleich ihre Grösse verschieden ist.

#### Bemerkungen zur Verdunstung.

Es ist recht interessant, zu untersuchen, ob dieses Emporsteigen von Meeressalzen im Vergleich mit der Verdunstung eine praktische Bedeutung hat. Eine solche Untersuchung ist sehr einfach, weil man nur die Ver-

<sup>1</sup> Früher (Zur Kondens. etc. l. c.) habe ich dies durch verschiedene Dampfdruckniedrigungen erklärt. Diese Erklärung ist indessen nicht vollständig.

änderung der Konzentration eines Tröpfchens vom Emporsteigen — ohne Berücksichtigung einer eventuellen Verdunstung — bis zur Ablagerung von Nebelfrost zu verwerten hat. Verwendet wird der Hauptwert. Man findet dann, dass die emporsteigende Wassermenge nur 0.0185 % der verdunsteten Menge ausmacht.

Nach H. Wüst<sup>1</sup> beträgt die Verdunstung über dem Meere jährlich 84.2 cm. Daraus berechne ich die anderwärts emporsteigende Wassermenge über dem Meere zu  $5,628 \cdot 10^{16}$  cm<sup>3</sup> und die emporsteigende Salzmenge auf jährlich 1 969 850 000 Tonnen. Aus diesen Angaben berechne ich — immer unter der Voraussetzung der Haupt-

konzentration — die jährliche Niederschlagsmenge auf der ganzen Erdoberfläche, wenn nur Meeressalzen Kondensationskerne sind, auf 59.6 cm. Nach Wüst<sup>2</sup> beträgt diese Menge jedoch 74.3 cm. Daraus folgt, dass die Meeressalze nur für 80.2 % der Erdoberfläche Kondensationskerne sein können oder dass mit anderen Worten die MgNa-Zone<sup>3</sup> über 80.2 % der Erde verbreitet ist. Da die Meeresoberfläche 70.8 % der ganzen Oberfläche beträgt, können sie als Kondensationskerne für 32.2 % des Niederschlages der festen Erdoberfläche dienen. Bei diesen Rechnungen habe ich von der Möglichkeit abgesehen, dass Schnee auf verschiedene Weise entstehen kann.

<sup>1</sup> Hann-Süring, Lehrbuch der Meteorologie 4. Aufl. S. 231.

<sup>2</sup> Hann-Süring, l. c., S. 373.

<sup>3</sup> Hilding, Köhler, Zur Kondensation der Wasserdampfes, l. c.

## INHALT.

Die Ziffern bezeichnen die Anfangs-Seiten.

Einleitung	1	Zwei Maxima	42
<b>Kap. 1. Methoden und Genauigkeit.</b>		Serien mit drei Maxima	46
Messungsmethode	4	Vier Maxima	49
Genauigkeit der Winkelmessung	5	Zusammenfassung der bisher studierten Serien mit	
Genauigkeit der Messung von Wolkenelementen	6	mehreren Maxima	52
Messungen von zwei Ringen über 0°	7	Serien mit mehr als vier Maxima	55
Die Genauigkeit von Messungen der Wolkenelemente		Anzahl Einzelmessungen von Tröpfchen verschiedener	
unter 0°	10	Gruppen	57
Mikroskopische Untersuchungen	11	Nebelcharakter und Tröpfchengröße	58
Optische Untersuchungen unter 0°	14	Einige Korrelationskoeffizienten	58
Messungen in Cirrus und Altostratus	20	Korrelation zwischen $n$ und $\sigma$ in verschiedenen Tempera-	
<b>Kap. 2. Ergebnisse der Tröpfchenmessungen.</b>		turintervallen bzw. Windgeschwindigkeitsintervallen	59
Einteilung und Bezeichnungen	22	Mittelwerte von $\sigma$ bei verschiedenen $n$	60
Berechnungsmethoden	23	Messungen in Cirrus und Altostratus	60
Anzahl Messungen und Mittelwerte	26	Zusammenfassung und Diskussion	61
Abhängigkeit der Tröpfchengröße von einigen meteoro-		Unterkühlung	65
logischen Faktoren	27	<b>Kap. 3. Über Meeressalze im Nebelfrost.</b>	
Über die Gruppenverteilung	30	Die Analysenmethode und ihre Genauigkeit	66
Über die 7.-Gruppe	33	Ergebnisse der Analyse	67
Zwei besondere Serien	41	Die Theorie des Zusammenfliessens im Lichte der	
Serien mit mehreren Maxima	42	Salzverteilung	69
		Bemerkungen zur Verdunstung	72



Fig. 1. Messapparate.



Fig. 3. Temp. —  $14.0^{\circ}$ .  
Vergr. 30-Diam.

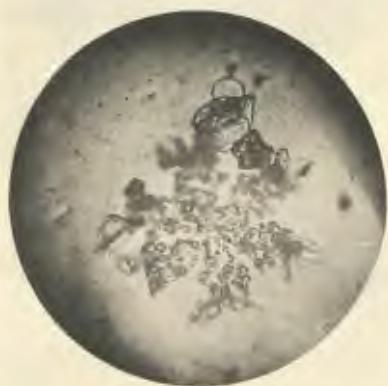


Fig. 4. Temp. —  $18.6^{\circ}$ .  
Vergr. 30-Diam.

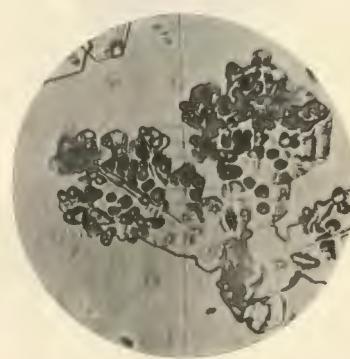


Fig. 5. Temp. —  $8.4^{\circ}$ .  
Vergr. 100-Diam.



Fig. 6. Temp. —  $4.2^{\circ}$ .  
Vergr. 30-Diam.



Fig. 7. Temp. —  $9.8^{\circ}$ .  
Vergr. 24-Diam.



Fig. 8. Temp. —  $14.0^{\circ}$ .  
Vergr. 30-Diam.

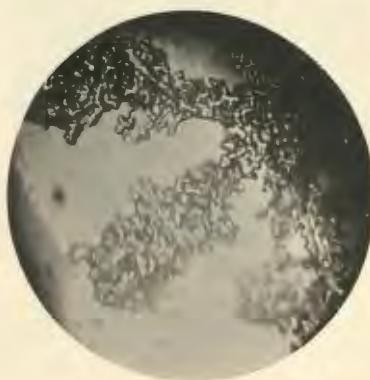


Fig. 9. Temp. —  $7.3^{\circ}$ .  
Vergr. 30-Diam.

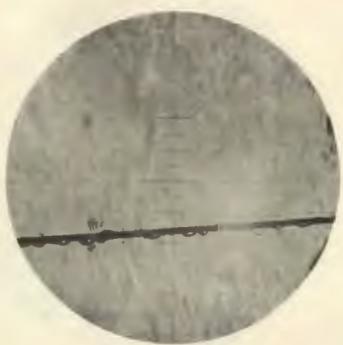


Fig. 10. Temp. — 4.8°.  
Vergr. 60-Diam.

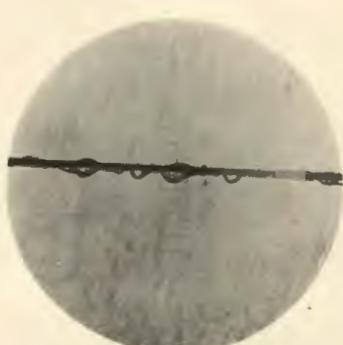


Fig. 11. Temp. — 4.8°.  
Vergr. 60-Diam.



Fig. 12. Temp. — 4.8°.  
Vergr. 60-Diam.

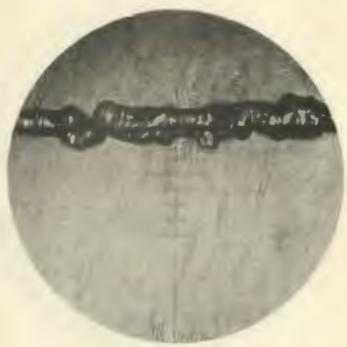


Fig. 13. Temp. — 4.8°.  
Vergr. 60-Diam.

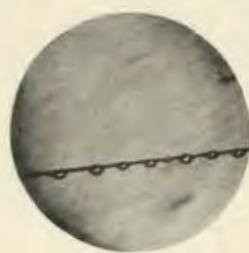


Fig. 14. Temp. — 9.0°.  
Vergr. 30-Diam.



Fig. 15. Temp. — 18.6°.  
Vergr. 30-Diam.



Fig. 16. Temp. — 18.6°.  
Vergr. 20-Diam.



Fig. 17. Temp. — 5.0°.  
Vergr. 30-Diam.



Fig. 18. Temp. — 9.0°.  
Vergr. 30-Diam.



Fig. 19. Temp. — 10.5°.  
Verg. 30-Diam.



Fig. 20. Temp. — 1.6°.  
Verg. 24-Diam.

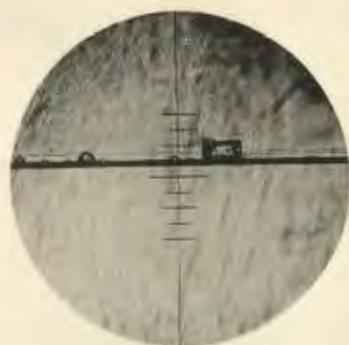


Fig. 21. Temp. — 6.6°.  
Verg. 6-Diam.

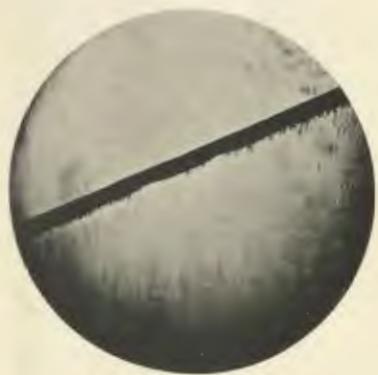


Fig. 22. Temp. — 9.0°.  
Verg. 30-Diam.



Fig. 23. Temp. — 6.8°.  
Verg. 30-Diam.

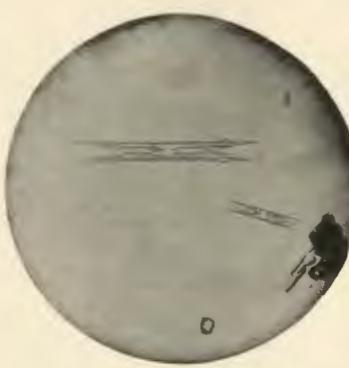


Fig. 24. Temp. — 4.5°.  
Verg. 10-Diam.



Fig. 25. Temp. — 4.5°.  
Verg. 30-Diam.



Fig. 26. Temp. — 8.0°.  
Verg. 30-Diam.



Fig. 27. 1 mm.  
Verg. 30-Diam.