Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Institut

NOTISER OCH PRELIMINÄRA RAPPORTER

Serie HYDROLOGI

Nr 1

OM ISBÄRIGHET

Resultat av belastningsförsök på is, utförda av Samarbetsgruppen för isbärighetsförsök 1959-61

av

Malin Sundberg-Falkenmark

Stockholm 1963

Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Institut

NOTISER OCH PRELIMINÄRA RAPPORTER

Serie HYDROLOGI

Nr 1

OM ISBÄRIGHET

Resultat av belastningsförsök på is, utförda av Samarbetsgruppen för isbärighetsförsök 1959-61

av

Malin Sundberg-Falkenmark

Stockholm 1963

Förord

Föreliggande utredning har genomförts som ett led i det arbete rörande ett istäckes bärighet i olika situationer, som sedan 1958 bedrivits i samarbete mellan olika statliga verk. Däri redovisas dels den teoretiska bakgrunden till några av de många isbärighetsformler som förekomma, dels resultaten från de av Samarbetsgruppen åren 1959 och 1961 bedrivna belastningsförsöken på sjön Storsjön i Jämtland.

Utredningen har delvis genomförts vid Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Institut på uppdrag av Kungl. Armétygförvaltningen, vilken utfört de fältförsök som häri redovisats och som gemensamt med Kungl. Vattenfallsstyrelsen och Kungl. Väg- och Vattenbyggnadsstyrelsen bekostat desamma. Utredningen har dock kunnat givas en bredare uppläggning tack vare ekonomiskt bidrag från Embleton Sundbergs stipendiefond och Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Institut, där överdirektören Alf Nyberg och byråchefen G. Nybrant lämnat ovärderligt stöd. Professor Folke Odquist, KTH, har givit värdefulla impulser, bl.a. i frågan om stöpisens inverkan på bärigheten. Bearbetningsarbetet har utförts av hydrologassistenten Gun Jörstedt-Zachrisson, skrivarbetet av kontoristen Ulla Molin-Dahl samt ritarbetet av kanslibiträdet Elly Berg. Till samtliga här nämnda personer och institutioner framför jag därför mitt varma tack.

Utredningen har med smärre kompletteringar framlagts såsom licentiatavhandling i ämnet hydrologi.

Stockholm den 19 juni 1963

M. Sundberg-Falkenmark

M. Sundberg-Falkenmark
t.f. 1:e statshydrolog

I N N E H Å L L

	sid
Inledning	1
Kap. 1. Teori	4
1.1 Ett istäckes bärighet	4
1.2 Isens fysikaliska egenskaper	6
1.21 Isens kristallstruktur	6
1.22 Isens elasticitet och plasticitet	8
1.23 Sambandet spänning-töjning	11
1.24 Isens hållfasthet	14
1.3 Deformationsmodell	16
1.31 Kontinuerligt stegrad last	17
1.311 Deformationsskede 1: Elastisk platta	18
1.312 -"- 2: Radiellt sönderskuren platta	21
1.313 -"- 3: Genombrott	25
1.314 Diskussion	25
1.32 Rörlig last	28
1.33 Krypning vid konstant last	30
1.34 Inverkan av icke ideala faktorer	32
1.341 Stöpisskiktet	32
1.342 Initialspänningar	33
1.343 Sprickor	33
1.344 Dubbla istäcken	34
1.345 Uteblivet eller reducerat upptryck	34
1.35 Genombrottslasten	34
1.4 Sammanfattning	36
Kap. 2. Belastningsförsök	37
2.1 Utförande och resultat av 1959 års belastningsförsök	37
2.11 Målsättning	37
2.12 Försökens utförande	38
2.121 Statiska försök	38
2.122 Dynamiska försök	40
2.13 Försökens resultat	40
2.2 1961 års försök	41
2.21 Målsättning	41
2.22 Försökens utförande	41
2.221 Statiska försök	42
2.222 Dynamiska försök	43

sid

Kap. 3. Bearbetning och resultat av de statiska försöken 44

3 3.1 Bestämning av nivådifferense 44

3.2 Deformationsmodell 45

3.21 Kontinuerligt ökande belastning 46

3.22 Deformationsmodell vid konstant last. Krypning 52

3.23 Deformationsändring vid avlastning 58

3.3 Gränslastformel 59

3.4 Sprickbildning och genombrott 61

3.41 Radiella underkantssprickor 61

3.42 Ringsprickor 62

3.43 Genombrott 63

3.44 Diskussion av genomlastningsförsöken 64

3.441 Inverkan av stöpisandelen 67

3.442 Inverkan av belastningens varaktighet 71

3.443 Utmattning genom trafikering 72

3.45 Diskussion av krypförsöken 73

3.5 Sammanfattande slutsatser av de statiska försöken 74

Kap. 4. Bearbetning och resultat av de dynamiska försöken 77

4.1 Vågamplituder 77

4.2 Utmattning 79

4.3 Inverkningsradie 79

4.4 Dämpningen 80

4.5 Diskussion och slutsatser 80

Kap. 5. Undersökningens allmänna slutsatser. Slutdiskussion 83

Appendix 1: 1961 års deformationsmätningar: kalibrering och utvärdering

" 2: Böjning av balk, sammansatt av två skikt

Beteckningar

Litteraturförteckning

Tabeller

F i g u r f ö r t e c k n i n g

1. Teori

1:1 Böjhållfasthet för is som funktion av provkroppens tvärsnittsarea

1:2 Deflektionsprofil för punktlast enligt Wyman

1:3 Gränsmomentets variation med belastningsradien enligt olika modeller (platta på elastiskt underlag)

1:4 Fordonshastighet medförande spänningsstegringen 0,5 kp/cm²sek i isytorna. Wymandeflektion förutsatt.

2. Försökens utförande

2:1 Karta över försöksområdet. Försöksplatser 1959

2:2 Försöksplatser 1961

2:3 Anordning för deformationsmätning vid 1961 års statiska försök: potentiometergivaren

2:4 d:o: kopplingsschema över potentiometergivaren

2:5 Anordning för deformationsmätning vid 1961 års dynamiska försök:

2:6 Anordning för belastning vid 1959 och 1961 års statiska försök: belastningsunderlagets dimensioner

3. Statiska belastningsförsök

3:1 Isens egensvängningar. Försök 2:1 B (1961)

3:2 Istäckets deflektionsprofil (kontinuerligt ökande last): olika försök 1959

3:3 Istäckets deflektionsprofil i olika belastningsintervall (kontinuerligt ökande last). Försök S 200 och S 240 (1959)

3:4 Teoretiska deflektionsprofiler av elastisk platta på elastiskt underlag: Wymans och Nevels modeller

3:5 Elastiska deflektionen som funktion av lasten (avstånd från belastningscentrum 3,35 m)

3:6 Gränslasten (P_G) som funktion av brytpunktslasten (P_b) vid detta avstånd till belastningscentrum

3:7 Anpassning till Meyerhofs modell av elastiska profilerna från försök S 200 (1959)

3:8 Istäckets deflektionsprofil (statisk last): olika försök 1959

3:9 Deformationsändring under statisk last (krypförlopp 1959 och 1961)

3:10 Sprickor och ringsprickor vid belastningsplatserna 1961

3:11 Istemperaturen vid försöken S 40, 2:6 (G) och 1:3 (G)

3:12 Gränslastvärden vid genombrott resp. belastningsvärden vid max.last som funktion av stöpisandelen i istäcket (1959 och 1961)

3:13 Gränslastvärden vid genombrott resp. belastningsvärden vid max.last som funktion av ekvivalenta belastningstiden. Jämförelse med Assurs samband

4. Dynamiska belastningsförsök

4:1 Istäckets deflektion under rörlig last (1961)

4:2 Observerade amplituder för istäckets deflektion under rörlig last vid olika fordonshastighet. Resonanskurvor enligt ekv. 22 för olika värden på elasticitetsmodulen

4:3 Istäckets deflektion under rörlig last vid strömtrafik (1961)

4:4 Inverkningsgräns framför och bakom fordon vid olika hastighet (1961 års försök; deflektionsamplitud i gränsen 10 resp. 5 % av maximala amplituden nära lasten)

4:5 Deflektionsamplitudens avtagande i lateral led (1959 och 1961)

5. Sammanfattning

5:1 Belastningsvärdet vid brott som funktion av pålastningstiden, schematisk skiss.

R Ä T T E L S E R

p 9 rad 20	står ...spänningen, samt...	skall stå	...spänningen; krypningen...
" 15 " 6	" ...6 - 3000 cm^2...	"	0,5 - 3000 cm^2...
" 16 " 2	" ...Jellineks...	"	...Butkovichs...
" 32 underst	" ...(36).	"	...(25).
" 38 rad 14	" 35	"	36
" 42 " 6	" 13	"	14
" 46 " 14 f	" I diagrammet ... deformationsprofilerna.	meningen utgår	
" 48 " 22	" ...26 ton...	skall stå	...21 ton...
" 51 " 6	" ...2,2 m...	"	...2,1 m...
" 53 " 20	" ...S 240...	"	...S 200...
" 66 " 16	" ...11/28, dvs till 2,5 kp/cm^2...	"	...12/28, dvs till 2,8 kp/cm^2...
" 70 " 2 i tablå 10	" 25	"	26
" " " 4 i tablå 10	" 50	"	46
" 72 " 1 under tablån	" ...tabell 1:3...	"	...tabell 2:3...
" 74 " 18	" ...över men relativt nära...	"	...under men relativt nära...
" 76 " 4	" 10-16 kp/cm^2	"	9 - 16 kp/cm^2
" 77 " 16 ff	" ...har utförts genom.... konstant hastighet...	"	...har icke utförts...
" 81 " 3	" ...6,7 tons last...	"	...6 - 8 tons last...
app 1:4 rad 6	" ...$\pm$ 7 mm...	"	...$\pm$ 8 mm...
" " " 8	" ...$\pm$ 16 mm...	"	...$\pm$ 18 mm...
tab 2:4 kol 4	" 3,5 (2 ställen)	"	3,8

OM ISBÄRIGHET

Resultat av belastningsförsök på is, utförda av Samarbetsgruppen för isförsök.

Inledning

I länder med snöskogsklimat ha de frusna vattendragen sedan gammalt utnyttjats som trafikleder under islagd tid. På empirisk väg har man därvid förvärvat erfarenhet angående istäckets bärighet, varefter vissa tumregler kommit att tillämpas. Säkerhetsfaktorn i sistnämnda regler har i allmänhet varit stor nog att lämna marginal för sådan minskning av isens bärighet som orsakas t.ex. genom förekomsten av sprickor i isen.

Intresset kring isbärighetsproblemen aktualiserades på många håll i världen under och efter andra världskriget, varvid särskilt flygets utveckling och dess behov av start- och landningsbanor varit pådrivande. Frågan gäller bl.a. storleken av den maximala last, som man i en krissituation - då man kan vara beredd avstå från extra säkerhet - kan forsla fram över ett flytande istäcke.

Instruktioner rörande ett istäckes bärighet finnas utarbetade inom många olika grenar av det svenska samhället: såväl inom den militära som den civila sektorn. De anvisningar, som givas av Väg- och Vattenbyggnadsstyrelsen, vilken myndighet här i landet har ansvaret för att vägar över is vid allmänna färjställen vintertid äro trafikerbara, innebära en tillåten belastning, motsvarande 4 à 5 gånger istjockleken i kvadrat, om istjockleken räknas i cm och bärigheten i kg (49). Denna tumregel rymmer en för de flesta belastningssituationer tillräcklig säkerhetsmarginal. Tabellen, senast reviderad år 1956, omfattar dock ej större fordonsvikter än 12 ton.

I Sverige ha isarna sedan gammalt använts också inom skogshanteringen för virkestransporter och virkesavläggning. Här har den

ökade rationaliseringen medfört en utveckling mot allt tyngre transportenheter, varvid intresset i hög grad kommit att inriktas på isbärighetsproblemet och den frågan kommit att ställas, i vilken mån tidigare tillämpade bärighetsregler kunna extrapoleras till sådana tyngre transporter, som i dag äro aktuella. Därjämte har man frågat sig vilka säkerhetsmarginaler som i själva verket inrymmas i befintliga regler.

Även från militärt håll föreligger intresse för isars bärighet. Detta tog sig år 1958 uttryck i att en "Samarbetsgrupp för isbärighetsförsök" bildades efter initiativ från Kungl. Armétygförvaltningen (KATF). Gruppen sammansattes av personer från ett antal intresserade myndigheter, förutom förenämnda militära myndighet följande civila: Kungl. Vattenfallsstyrelsen, Kungl. Väg- och Vattenbyggnadsstyrelsen, Statens Skogsforskningsinstitut samt Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Institut (SMHI).

Avsikten med gruppens verksamhet var att inhämta grundligare kännedom om isars bärighet och om hur olika faktorer såsom sprickor, salthalt, trafik m.m. inverka på densamma. Samarbetsgruppens verksamhet startades genom fältförsök på Kungsgårdsviken i Storsjön vintern 1958/59. Försöken drevos efter tre huvudlinjer:

1. studium av isens fysikaliska egenskaper: kristallstruktur, täthet, viskoelastiska egenskaper samt hållfasthet (utfördes av SMHI)
2. statiska belastningsförsök: därvid studerades isens deformation under kontinuerligt ökande last samt dess krypning under konstant last. Försöken förlades till tre olika perioder för att även belägga årstidsvariationerna (utfördes av KATF)
3. studium av isens uppträdande under dynamisk belastning: därvid iakttogs dels vågbildningen i isen vid olika fordonshastighet, dels vibrationerna i vertikalplanet vid trafik med band- resp. hjulfordon. Slutligen utfördes utmattningsprov på isen genom att densamma utsattes för trafikering med olika frekvens, varefter resthållfastheten uppskattades genom efterföljande genomlastning (utfördes av KATF)

Resultaten från 1959 års försök redovisades i form av interna interimrapporter (39). Försöken fortsattes vintern 1960/61, varvid i stort sett samma riktlinjer följdes. Särskild tonvikt lades då vid studium av isens krypning. Planering och genomförande av 1961 års försök skedde på analogt sätt som under första försöksomgången. Bearbetning och redovisning av KATF:s mätmaterial från denna försöksomgång överlämnades emellertid åt SMHI genom särskilt uppdrag. Föreliggande arbete har tillkommit i anledning av nämnda uppdrag, och tar till föremål för utredning isens deformation under dels statisk, dels dynamisk last samt de slutsatser rörande ett istäckes förmåga att uthärda last som kunna dragas ur det förefintliga försöksmaterialet. Endast sötvatten-is diskuteras. Förutom resultaten av 1961 års belastningsförsök redovisas en del resultat, baserade på materialet från 1959 års försök.

1. Teori

1.1 Ett istäckes bärighet

Med bärighet hos ett istäcke torde olika ting kunna avses. I praktiken förekommande belastningar på isarna i vårt land härröra från snö, virke och trafik. Bärigheten för snö- och virkeslaster bestämmes av kravet, att lasten ej skall trycka ned isen så mycket att vatten tränger upp genom i isen förefintliga sprickor; med bärigheten avses då den last som kan påläggas utan att vattenytan når över isens överyta. Då fråga är om trafiklast, är det i stället isens förmåga att bära lasten utan att de uppkommande spänningarna skola medföra sådan sprickbildning att genombrott följer. I det följande skall enbart sistnämnda form av isbärighet behandlas.

Lämpligt är att anknyta bärighetsdiskussionen till nomenklaturen inom hållfasthetsläran, dvs. till begreppen "gränslast" och "tillåten last" (58). Med begreppet "isbärighet" kan då avses antingen "gränslasten", definierad såsom den belastning, vid vilken ett icke önskvärt tillstånd hos konstruktionen inträder, t.ex. brott eller flytning[1], eller "tillåtna lasten", svarande mot den last vid vilken önskad säkerhet föreligger; säkerheten anges av "säkerhetsfaktorn" varmed avses kvoten mellan "gränslasten" och "tillåtna lasten".

Gränslasten torde i föreliggande fall, likaväl som inom byggnadsstatiken, vara svår att med större noggrannhet bestämma till följd av att många faktorer inverka, vilkas storlek på ett stokastiskt sätt variera, t.ex. hållfasthet, elasticitet, plasticitet; dessa egenskaper sammanhänga samtliga intimt med materialets inre uppbyggnad. Teoretiskt sett skulle man, om variationsbredden för var och en av dessa vore bekant samt deras resp. inverkan på gränslasten fullt klar, kunna beräkna en gränslast, som vore tillordnad en bestämd sannolikhet för genombrott. Det skulle innebära att man vid en viss belastning av en viss is kunde precisera den risk, varmed belastningen

---

[1] Begreppet "brottslast" är till sin innebörd något snävare än "gränslast"; det enda åsyftade tillståndet är brott i konstruktionen.

i fråga vore förenad. Enklare och mera realistiskt torde emellertid vara, att den för ett istäcke tillåtliga belastningen bestämmes genom ett parallellt utnyttjande av dels mekaniska modeller, byggda på kännedom om relevanta materialegenskaper i isen, dels empirisk erfarenhet av isgenombrott, hämtad dels från avsiktligt utförda genomlastningsförsök, dels från förefintlig statistik över inträffade genomkörningsolyckor.

En mångfald olika formler för ett istäckes bärighet återfinnas i litteraturen. Vid härledandet av dessa har man i allmänhet utgått från en idealiserad fysikalisk modell, vars deflektion under olika typer av last som regel bestämts rent matematiskt genom lösande av den för deflektionen giltiga differentialekvationen, under hänsynstagande till förefintliga randvillkor (3, 28, 31, 48), eller om inte detta låtit sig göra, genom mätningar på en modell, vilken förutsatts uppträda på det idealiserade sätt som antagits (4, 16). Böjmomenten ha, i det fall då elasticitet råder, bestämts genom differentiering av deflektionsprofilen. Om isen i stället betraktats såsom ett plastiskt material, har differentialekvationen erhållits med ledning av flytvillkor och modell. Gränslasten har vanligen uttryckts som funktion av gränsmomentet, varmed avses det största värde som böjmomentet kan uppnå. Gränsmomentet är i såväl elastiska som plastiska fallet en funktion av istjockleken och den maximala påkänningen. Den slutliga gränslastformeln har formulerats på basis av bestämmelsen att extremspänningen inte får överskrida visst värde, bestämt av isens hållfasthet eller dess flytgräns. Sistnämnda värde har bestämts efter mätningar från provkroppar eller indirekt genom jämförelse mellan den härledda formeln och i verkligheten kända gränslaster (25).

I den följande teoretiska översikten kommer, sedan först isens mekaniska egenskaper presenterats, olika modeller att redovisas liksom de gränslastformler till vilka desamma leda.

1.2 Isens fysikaliska egenskaper

Den kärnis, som förekommer på sjöar och lugnflytande partier av vattendrag, är till sin natur polykristallint uppbyggd av vertikala kristaller, som ofta sträcka sig från kärnisytan ända ned till isens undersida. Över kärnisen finnes som regel ett skikt stöpis, tillkommet genom att vattenbemängd snö tillfrusit; denna is utgöres av små, kornformiga kristaller. Kärnisen omtalas ofta som kolumnär, stöpisen som granulär (46). Vid isbildning i strömmande vatten bildas i stället sörja, sammansatt av små isnålar, vilka klumpats samman; denna transporteras i nedströmsriktning och kan komma att antingen sammanpackas till ett fast istäcke i en krök eller åtsnörning i vattendraget, eller ingå som skikt i kärnisen, sedan den sugits ned under det fasta istäcket på ett sel eller lugnvattenområde och anhopats på isens undersida.

Is är ett anisotropt material, i vilket de fysikaliska egenskaperna variera med riktningen i kristallen. I naturen förekommer is vid temperaturer, som i allmänhet ligga relativt nära smältpunkten, varför isen befinner sig i ett termiskt tillstånd, jämförbart med det som råder i metaller under värmebehandling. Detta förhållande förklarar varför isen i så stor utsträckning uppträder plastiskt.

1.21 Isens kristallstruktur

Iskristallens inre uppbyggnad och därav betingade förutsättningar för deformation har behandlats av bl.a. glaciologen Schoumsky (34): iskristallerna tillhöra det hexagonala systemet, dvs. äro uppbyggda av hexagonala prismor, vardera bildad av ett gitter av syreatomer med tillhörande väteatomer. Till varje syreatom höra två väteatomer; i de två lediga associationsriktningarna är syreatomen genom vätebindning förenad med väteatomer i angränsande vattenmolekyler. Mellan varje par av syreatomer i gittret finnes således en ensam väteatom, vars läge som följd av värmerörelserna kan alternera. Avståndet mellan syreatomen och väteatomen pendlar därvid mellan 0,78 och 0,99 Å.

Isens mekaniska egenskaper bestämmas huvudsakligen av

den relativa svagheten hos vätebindningen, samt av den geometriska karaktären hos kristallkärnan. Då is utsättes för spänning, kan den liksom varje kristallint ämne uppträda elastiskt, plastiskt eller sprött. De faktorer, som bestämma den slutliga formen av deformation utgöras av storlek och slag av spänning, snabbheten varmed densamma förändras, temperaturen m.m. Vid hög temperatur, låga spänningar samt långsam spänningsstegring gynnas det plastiska, sega beteendet; vid låg temperatur eller snabb spänningsökning däremot det elastiska och spröda. I kristallkärnan sitta atomerna med olika täthet i olika plan. Atomtätheten är störst i planen vinkelrätt mot principalaxeln i kristallen (c-axeln, optiska axeln). I denna riktning är därför avståndet mellan successiva atomplan störst. En förskjutning av två sådana basplan utefter varandra kräver således mindre energi än en förskjutning i varje annan riktning. Schoumsky liknar därför iskristallens struktur vid en stapel tunna men hårda lameller, ordnade parallellt med basplanet.

Ett stort antal faktorer inverka på kristallorienteringen då is bildas och tillväxer: storlek och riktning av temperaturgradienten, anisotropi i tillväxthastigheten hos iskristallerna, orientering och former på de ytor där kristallisationen börjar, omfattning av vattnets underkylning, vattenrörelser under tillfrysningen, vattnets halt av lösta beståndsdelar m.fl. (26, 27, 32). Kristallorienteringen i de kolumnära kärniskristallerna kännetecknas av en stark tendens till viss prefererad riktning hos kristallografiska huvudaxeln, motsvarande antingen horisontell eller vertikal men aldrig någon annan riktning (32). I ytskiktet förekomma vanligen båda typerna parallellt (1, 34). Kristalltvärsnitten äro där små, men öka nedåt genom istäcket (18, 46). Många kristaller sträcka sig från istäckets yta till dess botten. Vanligt är att kristaller med vertikalt orienterade c-axlar dominera (46). Övervikt för horisontell orientering förekommer också (6): i havsis synes sådan horisontell orientering av kristallografiska huvudaxeln vara regel (51). Nyligen (1962) har Knight (23) efter studium av kristallorienteringen på ett antal arktiska sjöar konstaterat att horisontell och vertikal

c-axelorientering ofta förekomma jämsides på samma sjö. Orienteringen beror av så många delikata faktorer, att han ej bedömt prognoser som tänkbara.

I stöpis torde kristallorienteringen hos de enskilda granulära kristallerna vara sådan, att c-axlarnas riktningar äro slumpmässigt fördelade. Att så är förhållandet för konstfrusen stöpis omnämnes av Brill-Camp (5).

1.22 Isens elasticitet och plasticitet

Isens viskoelastiska uppträdande liknar i många avseenden metallers vid förhöjd temperatur. Isens töjning vid en viss spänning beror av den snabbhet varmed belastningen sker. Med hänsyn till anisotropin har även belastningens riktning betydelse. En viss mängd energi absorberas under belastning, mera ju långsammare belastningen sker. Isen uppträder på i princip tre olika sätt: momentant elastiskt, retarderat elastiskt och rent plastiskt. De två senare deformationstyperna sammansättas till krypning. Den krypning, som föranledes av den retarderade elasticiteten, medför att elasticitetsmodulens värde varierar med den snabbhet varmed belastningen pålägges. Vid mycket snabb belastningsökning antar elasticitetsmodulen värden i intervallet 90000 - 100000 kp/cm² (soniska bestämningar, se Gold, tab. 1 (13)).

Deformationen av granulär polykristallin is vid uniaxial dragspänning kan återges som en Maxwellenhet jämte ett stort antal Voigtenheter i serie med varandra; dessas retardationstider T ligga mellan gränserna T_1 och T_2 och ha en given fördelning $\varphi(T)$. Denna fördelning antas vara av den enkla beskaffenheten $\varphi(T) = \frac{c}{T}$, där c är en konstant. I det spänningsintervall, där proportionalitet råder mellan spänningen σ och töjningen ε gäller

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{\eta_1} \cdot t + \sigma \cdot c \left[\ln \frac{T_1}{T_2} + Ei\left(-\frac{t}{T_2}\right) - Ei\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right] \quad (1\ a)$$

där E_1 och η_1 är elasticitetsmodul resp. viskositetskoefficient och

där Ei (x) motsvarar integralen $\int_0^x \frac{e^{-x}}{x} dx$. Vid spänningar för vilka relationen spänning-töjning ej längre är lineär, skall spänningen i ekv. 1 a höjas till en potens $n > 1$. Uttrycket förblir i övrigt oförändrat.

Sambandet mellan σ och ε kan enklare uttryckas på följande sätt:

$$\varepsilon = \frac{1}{F} \cdot \sigma^n \qquad (1\ b)$$

F är en funktion av belastningens varaktighet; n har värdet 1 för låga spänningar men ökar då proportionalitetsintervallet är överskridet.

Den första termen i uttrycket 1 a återger den momentana deformationen av iskristallgittret. Brills och Camps försök utförda genom uniaxial dragning i spänningsintervallet $< 2{,}5$ kp/cm², gåvo värden på elasticitetsmodulen E_1 av samma storleksordning för såväl granulär polykristallin som singlekristallin is; detta antyder att korngränseffekter ha relativt liten inverkan på momentana elasticiteten. Variationen mellan olika prov var stor: E_1 låg vid -5°C i intervallet 27000-77000 kp/cm². Den andra termen i ekv. 1 a svarar mot det rent plastiska flödet; detta visades vara Newtonskt, dvs. kryphastigheten var direkt proportionell mot spänningen, samt anses äga rum i kristallgränserna. Viskositetskoefficienten, som är temperaturberoende, låg vid -5°C i intervallet $2 - 6 \cdot 10^{14}$ poise. Den tredje termen återger ett övergångsstadium av krypskedet, den s.k. retarderade elasticiteten. Varje kristallit med tillhörande gränsområde motsvarar ett Voigtelement; flödet äger rum i kristalliten medan gränsområdet besitter viss elasticitet. Flödesegenskaperna variera från kristallit till kristallit på grund av dels olika förekomst av felaktigheter i uppbyggnaden, dels den slumpmässigt varierande kristallorienteringen. Denna term utgör en reversibel del av deformationen.

Även andra undersökningar ha visat att polykristallin is kryper till följd av deformationer dels i de enskilda kristallerna, dels

i den interkristallina materian. Kristallerna låsa emellertid varandra inbördes under deformationen, varför olika stadier uppkomma (12). 1) Övergångsstadium med retarderande krypförlopp, troligen hänförbart till samverkan mellan korn med olika orientering. 2) Lineärt förlopp med konstant kryphastighet; i Glens försök inom spänningsintervallet 1-10 kp/cm² ökade kryphastigheten som spänningen upphöjd till potensen 4,2; kryphastigheten ökade också med temperaturen. 3) Ett accelererande förlopp vid höga spänningar.

Olika forskare ha erhållit olika värden för gränsspänningen mellan 2) och 3), då denna är beroende av såväl belastningstypen som självfallet kristallsammansättningen: Glens undersökning med polykristallin granulär is under uniaxial kompression gav gränsspänningen till det accelererande stadiet vid 5 kp/cm² (12); accelerationen tolkades i detta fall som orsakad genom rekristallisationsfenomen, vilka i det slumpvis orienterade kristallkonglomeratet medförde övervikt för kornorienteringar med riktningar, mera gynnsamma ur krypsynpunkt. Golds försök med polykristallin kolumnär is, kompressivt belastad vinkelrätt mot kristallgränserna, visade övergång från retarderande till accelererande krypförlopp först vid spänningen 16 kp/cm²; krypningen orsakades i detta fall bl.a. av sprickbildning i korngränserna. Så länge spänningen låg under gränsvärdet passerade sprickbildningshastigheten genom ett maximum och avtog sedan, vilket resulterade i retarderande krypning. Vid spänningen 16 kp/cm² var materialets struktur så försvagad genom inre sprickor att krypningen blev accelererande, snabbt ledande till kollaps.

Brills och Camps tidigare omnämnda undersökning (5) omfattade även singlekristallin is under uniaxial dragning: deformationshastigheten var där accelererande och den reversibla delen av krypförloppet försumbar. Krypningens storlek varierade starkt med kristallens orientering i förhållande till spänningen. Ett flertal tidigare undersökningar ha också visat att singlekristallin is deformeras plastiskt med accelererande krypförlopp

(12); det har visats att glidningen sker i basplanet, vinkelrätt mot kristallografiska huvudaxeln. Den i basplanet liggande skjuvspänningen är dock inte ensam avgörande för deformationen. Illustrativ är en undersökning av Butkovich-Landauer utförd i en skjuvapparat (9): singlekristallerna visade "easy glide", då skjuvspänningen låg i basplanet, och "hard glide", då samma spänning låg vinkelrätt mot detta plan. Accelererande krypförlopp erhöllos endast i förstnämnda fallet, i senare fallet var krypförloppet till en början retarderande men övergick senare till konstant kryphastighet, vilkens storlek ökade som skjuvspänningen upphöjd till potensen 3. Samma resultat erhölls för granulär polykristallin is.

De viskoelastiska parametrarna variera med isens täthet såsom fastställts av bl.a. Nakaya (29) genom mätningar av elasticitet och relaxation för glaciäris med varierande luftinnehåll; såväl elasticitetsmodul som viskositetskoefficient avtog snabbt med tätheten i intervallet över 0,90 g/cm³. Därunder var relationen lineär. Mätningarna utfördes med utnyttjande av resonansvibrationer hos en rektangulär isbalk. Belastningshastigheten var därför hög. Elasticitetsmodulen ökade från 75000 vid tätheten 0,90 g/cm³ till 92000 för ren is med tätheten 0,917 g/cm³.

1.23 Sambandet spänning-töjning

Vid studerandet av ett istäckes deformation under last fästes intet avseende vid reversibiliteten av förloppet, dvs. vilken del av deformationen som är elastisk och vilken som är plastisk. I stället är det sambandet mellan spänning och töjning som är av betydelse (i det följande även benämnt σ/ε-sambandet). Olika fysikaliska modeller för ett istäckes deformation grunda sig på olika idealiseringar av det verkliga sambandet mellan spänning och töjning för materialet i fråga. Närmare kännedom om hur detta varierar med belastningshastigheten och med belastningens varaktighet är därför nödvändig för att möjliggöra ett insiktsfullt modellval.

Gold har studerat spännings-töjningssambandet för såväl singelkristallin som granulär polykristallin is under kompression vid sin tidigare omnämnda mätning av elasticitetsmodulen (13); han fann linearitet råda i intervallet under 10 kp/cm² då spänningsökningen översteg 2 kp/cm² · sek och vid högst 10 sek varaktighet av belastningen. Brills och Camps undersökning för samma slags is (5) visade att linearitet rådde vid låga spänningar oberoende av belastningens varaktighet. Spännings-töjningskurvans lutning varierade däremot med belastningstiden t (min) enligt ett samband av typen

$$\varepsilon = \sigma (A + B \cdot t^{c}) \qquad (2)$$

Vid -5° C erhölls för A värdet $1{,}75 \cdot 10^{-5}$, svarande mot en momentan elasticitetsmodul av 56000 kp/cm²; för B erhölls olika värden för nyfrusen och åldrad is; c motsvarade i samtliga fall ca 0,5. Även linearitetsintervallets längd varierade för olika isprover: nyfrusen is var lineär endast upp till 1,2 kp/cm² under det att 10 veckor gammal is visade lineärt σ/ε-samband upp till 2 kp/cm². Då belastningens varaktighet är noll, bortfaller tidstermen i ekvation 2 ; motsvarande värde för elasticitetsmodulen överensstämmer väl med Golds värde, som vid -5°C var 53700 kp/cm². Påpekas bör att det senare bestämts för tryckspänning, det förra för dragspänning.

Kolumnär polykristallin is har studerats av Hitch vid varierande belastningshastigheter genom böjning av kärnisbalkar, hämtade ur översta resp. understa lagren av ett naturligt kärnistäcke (18). Tydlig skillnad erhölls därvid mellan is av olika kristallstorlek: För lineära σ/ε-samband vid -5°C krävdes att spänningsökningen skulle överstiga ca 10 kp/cm² · min för is ur bottenskiktet; för den mera finkristallina övre isen låg gränsen högre. Vid nämnda spänningsökning var elasticitetsmodulen (för nonlineära sambandet ersatt av sekantmodulen vid brott) något högre för den understa kärnisen (26000 kp/cm² att jämföra med ytskiktets ca 19000 kp/cm²). Vid -20° var sekantmodulen ca 60% högre än vid -5°. Inom intervallet 13-60 kp/cm² · min voro sekantmodulvärdena

vid brott praktiskt taget oberoende av spänningsökningens hastighet under det att betydligt högre modulvärden erhöllos vid mycket snabb spänningsökning.

Sambandet spänning-töjning för kolumnär polykristallin is vid långsam spänningsökning (0,2-0,3 kp/cm² · min) har studerats av Segrell i ett examensarbete vid KTH, Stockholm, likaledes genom balkbelastning (35); sambanden spänning-töjning voro non-lineära med sekantmodulvärden i intervallet 7000-21000 kp/cm². Undersökningen visade, att kryphastigheten var avsevärt snabbare vid böjspänningar överstigande ca 8 kp/cm² än därunder.

En ofta nämnd gräns för belastningshastigheten mellan områden med elastiskt resp. elastoplastiskt beteende hos is är 0,5 kp/cm² sek. Värdet härrör från Jellineks undersökning (19) över sambandet mellan dragbrottgräns och spänningsökningens hastighet (jfr p. 14 f). Över nämnda gränsvärde var brottgränsen konstant. Hitchs gränsvärde för linearitet i σ/ε-sambandet motsvarar ca 0,2 kp/cm² sek.

Sammanfattar man nu de rön rörande isens viskoelastiska egenskaper som ha relevans för bedömandet av ett istäckes deformation under belastning erhållas följande punkter

- isen deformeras momentant elastiskt, retarderat elastiskt och plastiskt
- krypningen hos polykristallin is är koncentrerad till kristallgränserna
- vid låga spänningar är krypningen Newtonsk (Brill-Camp), vid höga non-Newtonsk (Glen)
- sambandet spänning-töjning beror av belastningshastigheten och av belastningens varaktighet
- snabb spänningsökning leder till lineära och branta σ/ε-samband, långsam till nonlineära och mindre branta
- vid vilken spänningsökning gränsen mellan lineära och nonlineära intervallen ligger, beror av temperatur och kristallstorlek. Gränsen 0,5 kp/cm² sek torde ligga på säkra sidan om linearitet

eftersträvas

- is sammansatt av mindre kristaller har en lägre elasticitetsmodul (sekantmodul) vid i övrigt lika betingelser än storkristallin is
- vid låga spänningar är σ/ε-sambandet lineärt oberoende av belastningstiden (Newtonsk krypning); vid höga spänningar torde detta icke gälla.

1.24 Isens hållfasthet

Is har högre brotthållfasthet vid tryck än vid dragning resp. skjuvning. Brottslasten för ett istäcke begränsas därför av endera av de senare. Äldre brottgränsmätningar finnas redovisade i SIPRE Report 4 (38). Nyare mätningar av isens tryck-, drag- och skjuvhållfasthet inom temperaturintervallet 0 till -30°C ha redovisats av Butkovich (6, 7) för varierande belastningsriktning och för såväl polykristallin kolumnär som granulär is. Resultaten kunna sammanfattas sålunda:

- tryckbrottgränsen (bestämd för provkroppar med dimensionerna 3x3x9 cm) ökar snabbt vid avtagande temperatur. Vid 0°C ligger medelvärdet mellan 12 och 20 kp/cm² beroende av belastningsriktningen. Vid -20°C ligga motsvarande medelvärden i intervallet 35-54 kp/cm².

- skjuvbrottgränsen (bestämd för cylindriska provkroppar med 3 cm² tvärsnittsarea) har vid 0°C medelvärden i intervallet 6-9 kp/cm². Vid -20°C ligga dessa mellan 11 och 19 kp/cm².

- dragbrottgränsen (mätt vid 0°C för provkroppar med 3 cm² tvärsnittsarea) gav för konstfrusen kolumnär is medelvärdet 13 kp/cm², vid avtagande temperatur ökande med ca 0,09 per grad.

Draghållfastheten har för granulär, polykristallin is med tvärsnittsarean ca 3 cm² mätts av Jellinek varvid erhölls brottgränsen 15,8 kp/cm² vid -5° (19). Spänningsökningen överskred därvid 0,5 kp/cm² · sek; under denna gräns varierade hållfastheten

med belastningshastigheten på ett lagbundet sätt. Denna undersökning utgör underlag för en av Butkovich given rekommendation rörande praktiska utförandet av hållfasthetsmätningar (8).

Många författare ha redovisat böjhållfasthetsbestämningar. Som provkroppar ha använts balkar(tvåstöds- resp. konsolbalkar) med tvärsnittsareor inom intervallet 6 - 3000 cm². Belastning har skett i förra fallet centralt eller i tredjedelspunkterna, i senare fallet vid balkänden. I fig. 1:1 visas böjbrottgränsen som funktion av tvärsnittsarean enligt olika bestämningar (1, 10, 11, 17, 18, 45, 47). I diagrammet ha även inlagts de värden som erhållits vid SMHI:s mätningar i anslutning till Samarbetsgruppens isförsök (39:1, 40).
Diagrammet illustrerar några olika förhållanden:

- böjhållfastheten ökar med avtagande istemperatur
- böjhållfastheten avtar vid ökande tvärsnittsarea[1)]
- detta avtagande är mindre accentuerat för den granulära stöpisen än för den kolumnära kärnisen, med dess större kristaller
- kärnisens böjbrottgräns överskrider därför stöpisens desto mera ju mindre provkroppens tvärsnittsarea är. Vid höga areavärden framträder icke någon skillnad i böjhållfasthet mellan stöpis och kärnis.

Då fråga är om de ringsprickor, vilkas uppkomst äro kritiska för ett istäckes bärighet, bestämmes tvärsnittsarean av istjockleken och ringsprickeradien. För de istäcken, som i denna undersökning studerats, motsvarar detta en area av ca 10^5 cm². Formen på kurvorna tyder på att böjbrottgränsen asymptotiskt närmar sig något värde nära 6 kp/cm², vilket värde man därför bör kunna betrakta som representativt för såväl kärnis som stöpis i ett vinteristäcke vid 0°C. Ett nollgradigt vårisläcke kan däremot ha betydligt lägre böjhållfasthet, som också kommer att framgå av nedan redovisade genomlastningsförsök (p. 64). I detta sammanhang kan påpekas, att den gränslastformel, som i Sverige i största utsträckning tillämpats, dvs. den nedan närmare diskuterade Perssons formel (ekvation 16), har använts efter

---

[1)] Det nämnda sambandet med tvärsnittsarean sammanhänger med att brottet startas vid inhomogeniteter i materialet. Sannolikheten för att en inhomogenitet skall förekomma i ett snitt ökar med kroppens dimensioner och snabbare ju mindre kristallerna äro (8).

insättande av böjbrottgränsen 8 kp/cm². Om man antar att Jellineks draghållfasthetsökning, motsvarande 0,09 kp/cm² per grad C, även gäller för böjhållfastheten vid de sektionsareor, varom här är fråga, uppnås brottgränsen 8 kp/cm² först vid ca -20°C.

1.3 Deformationsmodell

Flertalet gränslastformler äro baserade på en teoretisk modell för isens deformation under last. Här komma de vanligaste modellerna att redovisas.

Eftersom den reaktionskraft som vid isens deflektion uppstår från det underliggande vattnet är direkt proportionell mot deflektionen, kan istäcket jämföras med en platta på elastiskt underlag. Jämviktsvillkoren för isen leda till en relation mellan uppkommande böjmoment och istäckets krökning. Då istjockleken är liten i förhållande till isens utbredning, kan spänningstillståndet behandlas såsom tvådimensionellt. För att nå fram till den slutliga differentialekvationen för isdeflektionen erfordras uttryck för böjmomenten. Böjmomentet i en punkt motsvarar det moment, som de genom böjningen uppkomna spänningarna vinkelrätt mot ett vertikalsnitt genom punkten bilda. Alltefter plattans materialegenskaper erhållas olika uttryck för böjmomenten och därför också olika deflektionsprofil för istäcket.

Is uppträder, som tidigare visats, i olika grad plastiskt vid olika varaktighet för belastningen: vid snabb belastning från t.ex. ett rörligt fordon deformeras isen rent elastiskt; under ett långsamt rörligt fordon är deformationen större beroende på att även den retarderat elastiska deformationen hinner utvecklas (därvid bortses från resonanseffekter från gravitationsvattenvågen). Under en parkerad last försiggår i stället en rent plastisk krypning i isen, vilken kan vara antingen retarderande, varvid deformationen når ett visst slutläge, eller också accelererande, varvid krypningen leder till genombrott.

De i praktiska livet mest aktuella belastningsformerna utgöras av dels rörlig last, dels statisk, konstant last. Eftersom de i denna undersökning aktuella deformations- och genomlastningsförsöken ha utförts med kontinuerligt stegrad last är det här emellertid lämpligt att starta presentationen av olika deformationsmodeller utifrån detta belastningsfall, trots att det i praktiken egentligen saknar större intresse. Nedan kommer att visas, att olika fysikaliska modeller erfordras för att åskådliggöra isens deformation i olika skeden av belastningen. För att så långt som möjligt förenkla modellerna, har isen antagits vara homogen och isotrop med lika elasticitetsmodul för tryck och dragning.

1.31 Kontinuerligt stegrad last

Då fråga är om långsamma belastningsökningar, råder som tidigare nämnts ett icke lineärt samband mellan spänning och töjning. För att erhålla lätthanterligare modeller tänkes här den krökta spännings-töjningskurvan idealiserad med en direkt övergång vid en viss spänning σ_c från ett intervall med ren proportionalitet till ett intervall med ren flytning(idealplastiskt material).

Då belastningen är låg råder i varje tvärsnitt lineär spänningsfördelning med per breddenhet "elastiska"[1] momentet $M = \sigma \cdot h^2/6$, där h är istjockleken och σ är extremspänningarna vid isens båda ytor (kantböjspänningarna), vilka förutsättas vara lika. Då belastningen ökar når extremspänningen snart i någon sektion värdet σ_c; därvid är det maximala elastiska momentet $M_{el} = \sigma_c \cdot h^2/6$ uppnått. Ökas lasten ytterligare råder till en början samma lineära spänningsfördelning närmast neutrallagret, som vid lika elasticitetsmodul för tryck och dragning ligger mitt i istäcket, medan en konstant spänning σ_c råder närmare de båda isytorna. Småningom har den hela tiden ökande spänningen uppnått värdet σ_c även närmast neutrallagret; böjmomentet har då nått sitt maximivärde: $M_o = \sigma_c \cdot h^2/4$ och full flytning äger rum. Det betraktade tvärsnittet utgör då en flytled. Uppenbarligen kan

1)Citationstecken anges här emedan i själva verket ej elasticitet men väl proportionalitet förutsättes. I fortsättningen komma emellertid dessa citationstecken att uteslutas även i de fall där plastisk krypning ägt rum, men det non-lineära spänningstöjningssambandet ändå behandlats som lineärt under tillämpande av en sekantmodul i elasticitetsmodulens ställe.

flytning ej fortgå hur länge som helst utan att brott uppkommer. Det förhållandet att flytled bildas i någon sektion, kan därför likställas med brott, dvs. sprickbildning.

Vid en kontinuerligt ökande belastning genomgår ett idealiskt istäcke en följd av olika deformationsskeden:

- deformationsskede 1: elastisk platta
- deformationsskede 2: radiellt sönder sprucken elastisk platta
- deformationsskede 3: av en cirkulär spricka begränsad radiellt sönder sprucken platta, elastisk eller elastoplastisk beroende på belastningshastigheten.

1.311 Deformationsskede 1: Elastisk platta

Vid låg belastning, dvs. då spänningen ingenstädes uppnått gränsvärdet σ_c, uppträder isen som en <u>elastisk platta</u> på elastiskt underlag.

Vid axialsymmetrisk belastning av en tunn, likformig, isotrop platta gäller för neutrallagrets deflektion w - som räknas positiv nedåt - differentialekvationen (43)

$$D \nabla^4 w + \rho g w = q \qquad (3)$$

där ∇^4 är en operator som i polära koordinater har formen

$$\nabla^4 = \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right)^2$$

samt ρ är vattnets täthet

g tyngdaccelerationen

q belastningen per ytenhet

D plattans böjstyvhet $= \frac{E \cdot h^3}{12\,(1-\nu^2)}$ (4 a)

h plattans tjocklek

E elasticitetsmodul för plattmaterialet

ν Poissons tal för plattmaterialet

Timoschenko (43) löser denna differentialekvation genom att göra substitutionerna $w/\ell = z$ resp. $r/\ell = x$. Med ℓ avses därvid en karakteristisk längd, definierad som

$$\ell = (D/\rho g)^{1/4} \qquad (4\ b)$$

vilken i den följande framställningen kommer att benämnas verkningsradie. Den allmänna lösningen till den lineära differentialekvationen av 4:e ordningen har formen

$$\frac{w}{\ell} = A_1 X_1(\frac{r}{\ell}) + A_2 X_2 (\frac{r}{\ell}) + A_3 X_3(\frac{r}{\ell}) + A_4 X_4(\frac{r}{\ell}) \qquad (5)$$

där A_1, A_2, A_3, A_4 äro integrationskonstanter, som bestämmas ur randvillkoren och funktionerna X_1, X_2, X_3, X_4 äro oberoende lösningar till den homogena differentialekvation, som svarar mot ekvation 3. Dessa funktioner kunna återges i olika form t.ex. som potensserier (43) eller i form av modifierade Besselfunktioner (48).

Vid en last, cirkulärt utbredd över en area med radien a, gäller för deflektionen av neutrala skiktet i en punkt utanför belastningscirkeln enligt Wyman (48) uttrycket:

$$w = \frac{qb}{\rho g} (\mathrm{ber}'\ b\ \mathrm{ker}\ \frac{r}{\ell} - \mathrm{bei}'\ b\ \mathrm{kei}\ \frac{r}{\ell}) \qquad (6\ a)$$

där $b = \frac{a}{\ell}$ är relativa belastningsradien. Ifrågavarande modifierade Besselfunktioner ha tabellerats av Nevel (30). Vid koncentrerad last förenklas ekvation 6 a till

$$w = - \frac{P}{2\ \pi \rho g\ \ell^2}\ \mathrm{kei}\ \frac{r}{\ell} \qquad (6\ b)$$

där P är den koncentrerade belastningen. Maximal deflektion inträffar rakt under lasten, under det att en överhöjning (negativ deflektion) föreligger inom intervallet $3{,}9 < \frac{r}{\ell} < 8{,}3$ med maximum vid $\frac{r}{\ell} = 5{,}0$. Deformationsprofilen 6 b avbildas i fig. 1:2. I belastningscentrum kan deflektionen vid punktlast approximeras som (jfr Westergaard (52))

$$w_o = \frac{P}{8\ \rho g\ \ell^2} \qquad (7)$$

Böjmomenten bestämmas i elastiska skedet av istäckets töjningar och erhållas i det axialsymmetriska fallet ur formlerna (43)

$$\left.\begin{aligned} M_r &= - D \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{dw}{dr}\right) \\ M_\theta &= - D \left(\frac{1}{r}\frac{dw}{dr} + \nu \frac{d^2 w}{dr^2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

där M_r och M_θ äro radiella resp. tangentiella böjmomenten per breddenhet, verkande på mot r- resp. θ-axlarna vinkelräta tvärsnitt av plattan. Momenten räknas positiva då de böja isen konkav uppåt.

Det radiella momentet har liksom det tangentiella sitt positiva maximivärde rakt under lasten där $M_r = M_\theta$. Det förra avtar med ökande avstånd från lasten och når ett negativt extremvärde vid $r = 1{,}9\,\ell$; det senare avtar kontinuerligt med ökande avstånd. För cirkulärt utbredd last erhålles gränslasten P_U ur uttrycket (48)

$$P_U = \frac{2\pi \cdot b\, M_{max}}{(1+\nu)\ \mathrm{kei}'b} \qquad (9)$$

där M_{max} anger det största värde ett böjmoment kan anta.

Shulman (36) har approximerat lösningen till ekvation 3 för fallet cirkulär belastning och angivit följande uttryck för gränslasten, giltigt vid belastningsradier i intervallet $0{,}1 < \frac{a}{\ell} < 0{,}65$:

$$P_U = 0{,}375\ \sigma_B \left[h^2 + 7{,}8\ a \sqrt[4]{\frac{h^5}{E}}\right] \qquad (10)$$

där σ_B är brotthållfastheten och sorterna ton, m och ton/m² tillämpas.

Hittills har allmänt antagits att plattan utsatts för ren böjning, dvs. inverkan av eventuella skjuvspänningar har helt försummats. Giltigheten av detta antagande för deflektion av ett istäcke under last har närmare studerats av Zvolinskii (50). För linjelast, dvs. cylindrisk deformation, har denne visat att skjuvningens bidrag till deflektionen bestämmes av en dimensionslös parameter, vilken är en funktion av elasticiteten, vattnets

täthet samt istjockleken. Vid vanliga värden på isens elasticitetsmodul antar parametern i fråga sådana värden, att skjuvningen får underordnad betydelse.

1.312 Deformationsskede 2: Radiellt sönderskuren platta

Då böjmomentet rakt under lasten når gränsmomentvärdet börja radiella sprickor där slå upp antingen direkt (snabb belastningsökning) eller sedan en flytled uppkommit (långsam belastningsökning). Erfarenheten visar emellertid att utbildandet av radiella underkantssprickor icke leder till genombrott, utan att istäcket kan bära en last som är uppemot tre gånger nämnda gränslast. Detta sammanhänger med att isens tryckhållfasthet överstiger dess draghållfasthet. De radiella sprickorna slå därför upp endast i isens underkant under det att isytan är opåverkad.

Ökas belastningen på istäcket successivt, uppnår tangentiella böjmomentet gränsvärdet M_{max} på allt längre avstånd från belastningscentrum, vilket medför att de radiella sprickorna öka i längd. Småningom kommer även det maximala radiella negativa böjmomentet att nå gränsvärdet M_{max}, vilket får till följd att en ringspricka slår upp i den cirkulära sektion där detta först inträffar, direkt eller efter en viss tid av flytning. För bestämning av den last då detta inträffar, har Nevel tillämpat en modell, bestående av en serie smala oändligt långa sektorplattor (31). Att bitarna antagits smala innebär att tangentiella böjningen kunnat försummas; därtill har varje ömsesidig påverkan mellan intilliggande bitar försummats. För fallet cirkulärt utbredd last har Nevel för deflektionen av en punkt utanför det belastade området erhållit uttrycket

$$w = \frac{P}{2\pi\rho g \ell^2} \left[g\, Dn_2 \left(\frac{r}{\ell}\right) + h\, Dn_3 \left(\frac{r}{\ell}\right) \right] \qquad (11)$$

där g och h äro konstanter, bestämda av belastningsradien, samt Dn_2 och Dn_3 Dieudonnéfunktioner, vilka tillika med bl.a. g och h återfinnas tabellerade i Nevels arbete. Nevel ger inget

explicit uttryck för gränslasten P utan återger denna i diagram, varifrån hämtats senare återgivna gränslastvärden enligt Nevel. Nevels profil har liksom Wymanprofilen en överhöjningszon; den infaller på större avstånd från belastningscentrum än ca tre verkningsradier, $r > 3\ell$. Maximimomentet uppträder på ett avstånd från belastningscentrum, som växer approximativt lineärt vid ökande belastningsradie. Vid relativa belastningsradien 0,1 ligger det på avståndet 0,5 ℓ från belastningscentrum. Eftersom modellen förutsätter att inga tangentiella moment föreligga i fogen mellan angränsande kilar, leder densamma till moment, som överstiga vad som skulle erhållas i det fall tangentiella moment måste beaktas.

Gränslasten vid cirkulär belastning av en radiellt sprucken platta har beräknats även av Meyerhof. För en rent elastisk sådan platta av oändlig utbredning har han erhållit följande uttryck för gränslasten (28)

$$P_R = \frac{2\pi M_{max}}{1 - \left(\frac{2a}{3\ell}\right)^{0,6}} \qquad (\text{för } 0 < \frac{a}{\ell} < 1) \qquad (12)$$

Meyerhof har också härlett en gränslastformel under antagandet att plattan är stel, idealplastisk, dvs. all elastisk deformation försumbar men övriga antaganden oförändrade

$$P_R = \frac{4\pi M_{max}}{1 - \frac{a}{2\ell}} \qquad (\text{för } 0,2 < \frac{a}{\ell} < 1) \qquad (13)$$

Andra författare ha närmat sig gränslastproblemet genom att på andra sätt taga hänsyn till det förhållandet, att underkantsbrottet ej leder till genombrott. Här skola redovisas tvenne: svensken Persson, som studerat en undertill radiellt sprucken platta utan att som Nevel helt bortse från de tangentiella momenten, samt ovannämnde Meyerhof, som antagit att plattan

är stel, idealplastisk. Den förstnämnde har vidareutvecklat en gränslastformel, som i samband med projekteringsarbeten för Stockholms storflygplats härletts av Johansson för undertill armerad betong, vilande på elastiskt underlag (20). Eftersom betongplattorna voro undertill armerade, medförde ett underkantsbrott genom radiella sprickor endast flytning i armeringsjärnen. Avgörande för bärigheten var i stället den avsevärt högre last, då en cirkulär dragspricka slog upp i överytan i och med att det negativa radiella momentet där överskred gränsmomentets storlek. För att förenkla behandlingen antog Johansson att deformationsfiguren motsvarade en rak kon med spetsen i belastningscentrum; för deflektionen under lasten tillämpade han Westergaards formel (uttrycket 7 b), giltigt för punktlast på en elastisk platta. Gränslasten erhölls därvid ur följande samband mellan nämnda last och momentsumman i den maximalt belastade sektionen (cirkulär belastning)

$$M_r + M_\theta = \frac{P_R}{3} \left[\frac{3}{2\pi} - \frac{1}{16} \left(\frac{c_R}{\ell}\right)^2 \right] \tag{14}$$

där c_R är ringsprickans radie; för denna erhölls sambandet

$$\frac{c_R}{\ell} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi}} \; \frac{a}{\ell} \tag{15}$$

Persson har infört isens tvärkontraktion. Efter insättande av ekvation 15 i uttrycket 14 och med antagandet $M_r = M_\theta = M_{max}$ har han för isens gränslast erhållit uttrycket (33)

$$P_R = \frac{4\pi M_{max}}{(1+\nu)\left[1 - 0{,}62 \left(\frac{a}{\ell}\right)^{2/3}\right]} \tag{16}$$

Meyerhofs behandling (28) bygger på antagandet att den radiella sprickbildningen på istäckets undersida icke är kritisk, beroende på isens plasticitet. Han har förutsatt att inverkningsradien sammanfaller med maximimomentradien, samt behandlat isen

som en stel, idealplastisk platta av oändlig utbredning, vars material följer Trescas flytvillkor jämte tillhörande flytlag.[1] Meyerhof har därmed helt försummat de elastiska töjningarna i materialet. Detta betraktelsesätt leder till en deflektionsfigur, som närmast lasten utgöres av en konisk profil och som på större avstånd övergår i en logaritmisk profil (cirkulär belastning förutsättes liksom tidigare):

$$\frac{w}{w_o} = 1 - \frac{r}{d\,(1 + \ln \frac{c_R}{d})} \qquad (0 < r < d) \qquad (17\ a)$$

$$\frac{w}{w_o} = \frac{\ln \frac{c_R}{r}}{1 + \ln \frac{c_R}{d}} \qquad (d < r < c_R) \qquad (17\ b)$$

där w_o anger deflektionen rakt under lasten och d den radie för vilken radiella böjmomentet $M_r = 0$. För gränslasten har erhållits uttrycket

$$P_R = 3{,}3\,\pi\,(1 + \frac{3}{2}\,\frac{a}{\ell})\,M_{max} \quad (\text{för } 0{,}05 < \frac{a}{\ell} < 1) \qquad (18)$$

<u>Assur</u> har liksom Nevel studerat jämvikten hos en belastad kil med spetsen i belastningscentrum (3); hans uttryck för gränslasten har härletts ur villkoret att det radiella gränsmomentet vid den cirkulära brottsektionen skall motsvara det tangentiella gränsmomentet vid de radiella sprickorna ($M_r = M_\theta = M_{max}$)

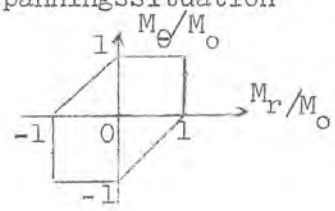
$$P_R = \frac{4\pi\,M_{max}}{1 - \frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{\pi}{2}\,(\frac{a}{\ell})^2}} \qquad (19)$$

Motsvarande ringsprickeradie är

$$c_R = 2{,}06\,\ell + 1/3\,a \qquad (20)$$

---

[1] Vid uniaxial spänning anges flytvillkoret av att flytning sker då spänningen uppnår ett visst gränsvärde σ_c (jfr p. 17). I en platta föreligger tvådimensionell spänningssituation och flytvillkoret anger då de kombinationer av spänningar (eller böjmoment) för vilka flytning sker. Trescas flytvillkor visas i invidliggande figur. Det förutsätter att flytning inträffar i en punkt då max. skjuvspänningen där är $\frac{1}{2}\,\sigma_c$.



1.313 Deformationsskede 3: Genombrott

Det förhållandet att ringspricka uppnåtts, innebär ändrade randvillkor för isens fortsatta deformation, eftersom antagandet om oändlig utbredning icke längre är giltigt. Ökas lasten nu ytterligare kommer den allt större deformationen i centrum att för bevarandet av jämvikt medföra en kraftig lyftning av isen vid ringsprickan. Därigenom ökas radiella momentet i sektioner närmare centrum, vilket leder till att nya ringsprickor successivt slå upp innanför den första. Det slutgiltiga brottet uppkommer genom skjuvning vid belastningsytans periferi (3). Därmed går belastningen genom istäcket. Detta stadium omtalas i det följande som genombrottet och motsvarande last betecknas P_G.

1.314 Diskussion

Jämför man nu de olika gränslastformlerna visa sig gränslastangivelserna variera ganska kraftigt. I samtliga gränslastformler ovan är gränslasten en funktion av bl.a. relativa belastningsradien $b = \frac{a}{\ell}$. I fig. 1:3 återges hur den dimensionslösa kvoten M_{max}/P beror av $\frac{a}{\ell}$ enligt de olika modellerna. Man ser ur denna figur att skillnaden mellan de olika gränslastangivelserna för ringsprickebrottet vid samma typ av belastning (samma M_{max}) är nämnvärd endast vid relativt små värden på a/ℓ. Vid ökande a/ℓ närma sig de olika kurvorna varandra. Samtidigt ökar gränslasten. I nedanstående tablå ha för ett par olika belastningsradier sammanställts värden för uttrycket P/h^2, i fortsättningen omtalat som belastningsvärdet eller om gränslaster avses gränslastvärdet. P avser här gränslasten enligt respektive modell.

För att få anknytning till i verkligheten aktuella laster ha för relativa belastningsradien valts värdena 0,25 resp. 0,60. Vid ett värde på verkningsradien ℓ av 7 m - vilket gäller för t.ex. 45 cm tjock is, E-modul 30000 kp/cm², Poissons tal 0,33 - svarar detta mot belastningsradierna 1,7 resp. 4,2 m. För böjbrotthållfastheten σ_B har tillämpats värdet 6 kp/cm². Elastiskt moment antages, dvs. $M_{max} = \sigma_B \cdot h^2/6$.

Tablå 1. Gränslastvärden enligt olika modeller (elastiskt gränsmoment förutsatt)

Modell	Formel nr	$\frac{M_{max}}{P}$		$\frac{P}{h^2}$ (kp/cm²)	
		$\frac{a}{\ell} = 0,25$	$\frac{a}{\ell} = 0,60$	$\frac{a}{\ell} = 0,25$	$\frac{a}{\ell} = 0,60$
Wyman	9 a	0,22	0,125	4,5	8,0
Nevel	-	0,102	0,067	9,8	14,9
Meyerhof	12	0,105	0,067	9,5	14,9
Persson	16	0,082	0,060	12,2	16,7
Meyerhof	13	0,070	0,056	14,3	17,9
Meyerhof	18	0,070	0,051	14,3	19,6
Assur	19	0,067	0,058	14,9	17,2

Eftersom isens fysikaliska beteende är starkt beroende av spänningsökningens snabbhet, böra olika formler vara giltiga under olika yttre belastningsförhållanden.

Genom belastningsförsök har enligt vad som uppgives av Stearns (41) och Gold (15) visats att ett istäcke deformeras i enlighet med modellen elastisk platta på elastiskt underlag vid snabb pålastning, dvs. spänningsökningar överstigande 0,5 kp/cm² · sek. Den Wymanska gränslastformeln är emellertid icke för den skull giltig eftersom den anger den last, vid vilken radiella sprickor utbildas på istäckets undersida; denna last medför enligt vad erfarenheten visar icke genombrott. I stället bör gränslasten anges av en formel, som avser den cirkulära överkantssprickans uppkomst. Detta innebär att någon av de på elastisk modell baserade formlerna, Nevels eller Meyerhofs ekvation 12, i princip bör vara tillämplig. De överensstämma också relativt väl. Då isen uppträder rent elastiskt med lineärt σ/ε-samband, skall gränsmomentet M_{max} i gränslastformlerna ovan liksom i tablå 1 motsvaras av maximala elastiska momentet $M_{el} = \sigma_B \cdot h^2/6$, där σ_B anger böjbrotthållfastheten.

Jämför man Perssons prognos i ekvation 16 med de närmast jämförbara, dvs. med Nevels prognos och med Meyerhofs formel 12, visar sig Perssons formel ge ca 25% högre gränslast vid i övrigt lika förhållanden. Dennes modell skiljer sig också från de två

nämnda genom att dessa helt bortse från varje inbördes påverkan mellan angränsande kilar. Genom att i Perssons uttryck hänsyn är tagen till de i verkligheten förekommande tangentiella momenten kan detta väntas ge ett riktigare värde.

Vid långsamt stegrad last, då σ/ε-sambandet icke längre är lineärt, böra i stället Meyerhofs två på idealplastisk modell uppbyggda formler 13 och 18 vara tillämpliga. Maximimomentet bör emellertid motsvara det plastiska gränsmomentet $M_o = \sigma_c \cdot h^2/4$, där σ_c anger den gränsspänning, vid vilken plastisk flytning startar. Detta innebär ett 50% högre belastningsvärde för flytledens uppkomst än som anges i tablå 1, förutsatt att flytgränsen σ_c överensstämmer med böjbrotthållfastheten σ_B. De på plastisk modell baserade formlerna ge då ungefär dubbelt så stora gränslastvärden som de på elastisk modell baserade. P/h^2-värdena i tablå 1 skulle vid plastiskt moment erhållas då $\sigma_c = 2/3\ \sigma_B$. Eftersom σ/ε-sambanden vid avtagande belastningshastighet flackas ut med en sänkning av σ_c-värdet i motsvarande idealplastiska approximation som följd, råder tydligen ett mycket utpräglat beroende av belastningshastigheten i det plastiska fallet. Gränslastvärden motsvarande de elastiska modellernas erhållas, då σ_c är ca 40% av σ_B. I Meyerhofs artikel återfinnes ett uttalande att kryphrottgränsen är ca 1/4 av statiska brottgränsen (28). Detta leder till gränslastvärden vid mycket långsam pålastning motsvarande ca 5 kp/cm².

Assurs formel är jämförbar med Meyerhofs formel 13. De två motsvarande $\frac{M_{max}}{P}$-kurvorna skära varandra vid $\frac{h}{l}$ ca 0,5 (se fig. 1:3). Vid lägre belastningsradier ligger Assurs gränslast något högre, vid högre är i stället Meyerhofs högre.

Ovanstående rent teoretiska diskussion leder till följande allmänna slutsatser. Bortser man från gränslasten enligt Wyman, eftersom den icke leder till genombrott, har av denna översikt framgått, att gränslasten kan variera högst väsentligt med belastningshastigheten. I det rent elastiska fallet, dvs. vid

rörlig last, ligga gränslastvärdena vid ca 10 kp/cm², vid kontinuerligt ökande last med måttligt snabb spänningsökning kan gränslastvärdet nå över 20 kp/cm² för att vid långsammare spänningsökning avta alltmer ner till ca 5 kp/cm².

1.32 Rörlig last

Det hittills diskuterade fallet med kontinuerligt stegrad last är som tidigare nämnts huvudsakligen av teoretiskt intresse. De belastningsformer, som i praktiken förekomma, äro i stället rörlig last resp. stillastående last. Så länge fråga är om statisk belastning, bestämmes istäckets deformation av pålastningshastigheten i den mån denna inverkar på istäckets viskoelastiska egenskaper. Redan vid låga fordonshastigheter uppnås en belastningshastighet, som gör istäckets reaktion rent elastisk. Den fordonshastighet då detta inträffar, är en funktion av belastningen såväl som av istjockleken. I fig. 1:4 visas den fordonshastighet, som ger spänningsökningen 0,5 kp/cm² · sek. (30 kp/cm² · min.) i isytorna. Beräkningen har grundats på ekvation 9 (belastningsradien 1,75 m; elasticitetsmodulen 25000 kp/cm²). Redan fordonsvikten 1 ton har vid 30 cm istjocklek en så låg gränshastighet som 6 km/h. För större fordonsvikter ligger gränshastigheten ännu lägre, under det att en ökning av istjockleken verkar mot en ökning av samma hastighet. E-modulvärdet inverkar endast i mindre grad. Under lastens passage avlösa de olika deformationsskedena varandra i snabb följd och den slutliga gränslasten erhålles ur någon av de elastiska modellerna: Nevels, Perssons eller Meyerhof's ekvation 12 efter insättande av det elastiska maximimomentet.

Isens deflektion under rörlig last har behandlats av bl.a. Wilson (44): då lasten transporteras med större hastighet över istäcket genereras i den underliggande vattenmassan en vattenvåg. Denna våg återverkar i sin tur på istäcket och åstadkommer en böjvåg i detta. Interferensen mellan denna böjvåg och lastens böjvåg blir obetydlig, så länge den förra rör sig snabbare än den senare; då fordonshastigheten nalkas den fria

vågens hastighet uppkommer emellertid resonans, varvid deflektionsvågen i isen undergår en amplitudförstoring, kulminerande vid en viss kritisk hastighet, v_c. För denna hastighet gäller sambandet

$$v_c^2 = \frac{1{,}76\,\ell \cdot g}{\coth\left[0{,}80\,\frac{H}{\ell}\right] + 0{,}80\,\frac{\rho_i}{\rho} \cdot \frac{h}{\ell}} \qquad (21\ a)$$

där H är vattendjupet, ρ_i är isens täthet och övriga beteckningar äro oförändrade. För grunt vatten övergår detta i

$$v_c^2 = g\,H\,\left(1{,}41 - 0{,}21\,\frac{H^2}{\ell^2}\right) \qquad (21\ b)$$

och för stora djup i

$$v_c^2 = 1{,}77\,g\,\ell \qquad (21\ c)$$

För amplitudförstoringen gäller resonansformeln

$$\frac{w}{\overline{w}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{v_c^2}\right) + 4\,c^2\,\frac{v^2}{v_c^2}}} \qquad (22)$$

där $\overline{w}$ är den statiska vågens amplitud

w den dynamiska vågens amplitud

c dämpningen, angiven som fraktion av den kritiska.

Den kraftigare vågbildningen i istäcket vid snabbt rörlig last orsakar starkare krökningar i detta och därigenom en ökning av böjmomenten i förhållande till det statiska fallet. Man har därför skäl räkna med en sänkning av gränslasten genom sådana resonansfenomen. Spänningarna nå vid resonans värden motsvarande 250% av de statiska spänningarna (3). Detta medför att gränslasten reduceras till 40% av statiska gränslasten. Vid mycket höga hastigheter bli spänningarna försumbara (3).

1.33 Krypning vid konstant last

Då en last lämnas kvar på ett istäcke, t.ex. genom parkering, fortsätter isen att deformeras genom plastisk krypning. Is kryper som tidigare nämnts även vid mycket låga spänningar. Den plastiska deformationsökningen är störst i området med stora spänningar nära lasten, vilket leder till en fördjupning av deformationstratten. Därvid ökas upptrycket på isens undersida, vilket får till följd att förloppet blir retarderande. Vid större laster kunna även accelererande krypförlopp erhållas, vilka i sådant fall leda till genombrott. Väsentligt för bedömande av tillgänglig belastningstid måste därför vara förloppets tidsmässiga karaktär: om detsamma är retarderande eller accelererande.

Den plastiska deformationsfiguren måste få olika form beroende på i vilket deformationsskede isen befinner sig. Kerr har behandlat det fall, då krypning sker uteslutande genom skjuvspänningar i vertikalplanet (22). Detta motsvaras i ett naturligt kärnistäcke av glidning i kristallgränserna. Deformationshastigheten har antagits följa Newtons lag för visköst flöde

$$\tau = \eta \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r \, \partial t} \tag{23}$$

där τ är vertikala skjuvspänningen och η är viskositetskoefficienten. För fallet koncentrerad central belastning erhåller han genom jämviktsbetraktelser differentialekvationen

$$r^2 \frac{\partial^4 w}{\partial r^2 \partial \theta^2} + r \frac{\partial^3 w}{\partial r \, \partial \theta^2} \pm \frac{\rho \cdot g}{\eta h} r^2 \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \tag{24}$$

Plustecknet gäller för retarderande, minustecknet för accelererande krypning; skillnaden är att jämvikt i förra fallet men ej i det senare förutsatts råda mellan belastning och upptryck. Vid oändligt utbrett istäcke erhålles profilen under formen

$$w(r, t) = G_1 \cdot P \cdot f(t) \cdot K_o(\lambda r) \tag{25}$$

där G_1 är en konstant, $f(t)$ en tidsfunktion och $K_o(\lambda r)$ en modifierad Besselfunktion. Är lasten i stället utbredd över en

cirkulär yta med radien a, tillkommer för deflektionen utanför belastningsområdet i formel 25 en faktor $2\, I_1\, (\lambda a)/\lambda a$, där $I_1\, (\lambda a)$ likaså är en modifierad Besselfunktion. För deflektionen innanför belastningsradien erhålles ett något mera komplicerat uttryck. För tidsfunktionen f (t) gäller vid retarderande krypning

$$f\,(t) = (1 - e^{-k^2 t}); \qquad (26\ a)$$

vid accelererande krypning

$$f\,(t) = (e^{k^2 t} - 1) \qquad (26\ b)$$

där k^2 är en tidskonstant. Parametern λ är en inverterad längd, bestämd genom uttrycket

$$\lambda = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{\rho g}{\eta h}} \qquad (27)$$

Tidigare har redovisats Meyerhofs behandling av isen som en stel, idealplastisk platta. Denna modell har uppenbarligen särskilt intresse, då fråga är om ren plastisk krypning under statisk last. Den har emellertid behandlats under 1.31, då den av Meyerhof framlagts som ett led i diskussionen om ett istäckes bärighet. Dennes behandling bygger på att isen uppträder styvt och rent plastiskt samt följer Trescas flytvillkor, innebärande att flytning kan ske både genom normalspänningar och skjuvspänningar, varvid i förra fallet flytgränsen är σ_c, i senare $\frac{1}{2}\,\sigma_c$. För de deformationsprofiler, som sådan krypning leder till, gälla formlerna 17 a-b. Hur deformationens tidsvariation ter sig har Meyerhof inte haft anledning ingå på. Meyerhof har förutsatt att tangentiella momentet uppnått gränsmomentets storlek innanför en sektion med radien d (= nollmomentradien); detta motsvarar förhållandet att flytning pågår i radiella snitt. Hans profil kan därför väntas vara tillämplig vid laster som bringat isen in i skede 2.

1.34 Inverkan av icke ideala faktorer

De tidigare behandlade modellerna för istäckets deflektion ha alla avsett idealiserade förhållanden: isen har förutsatts homogen och isotrop. I de i naturen förekommande istäckena äro sådana ideala förhållanden emellertid icke för handen. Idealiseringen innebär bl.a. att eventuellt förefintlig temperaturgradient försummats; vidare har bortsetts från det förhållandet, att kristallstorlek och -konfiguration varierar från det granulära stöpistäcket till det undre kolumnära kärnisskiktet med dess nedåt tilltagande kristalltvärsnitt; likaledes från att luftblåsehalten varierar mellan olika isskikt, en följd av att tillfrysningshastigheten varierat under vintern. Eftersom istäckets fysikaliska egenskaper bero såväl av dess temperatur som av kristallkonfigurationen, är det uppenbart att istäcket icke är homogent; därtill kommer att det heller icke är isotropt. I de ovan redovisade rent teoretiska formlerna för gränslasten har hänsyn ej heller tagits vare sig till förekomst av sprickor i materialet eller till befintliga initialspänningar i detsamma.

1.341 Stöpisskiktet

I avsnittet om isens fysikaliska egenskaper har nämnts, att isens elasticitet varierar dels med kristallstorleken, så att elasticitetsmodulen är lägre för ett finkristallint än för ett grovkristallint kärnisskikt, dels med tätheten, så att modulen snabbt avtar med avtagande täthet. Vid i övrigt lika förhållanden bör därför ett stöpisskikt i isen ha lägre elasticitetsmodul än kärnisskiktet. Vidare har nämnts att en mångfald hållfasthetsbestämningar visat lägre värden för stöpis än för kärnis. Insikt om eller i varje fall misstanke om sådana omständigheter har gjort, att det har blivit praxis att vid bedömandet av ett istäckes bärighet på basis av dess tjocklek räkna med en reducerad istjocklek, erhållen genom att endast medräkna halva stöpisens tjocklek (2, 15, 25). Det riktiga i en sådan diskriminering av stöpisen har emellertid ifrågasatts, varför t.ex. Lagutin-Shulman avrått från dess tillämpande (36).

1.342 Initialspänningar

Känt är att de temperaturväxlingar som ett av snö oskyddat istäcke utsättes för, medföra växlande spänningsfördelning i isen (42). Ytliga temperatursprickor i ett naturligt istäcke äro ytterst vanliga. Vid de klimatiska förhållanden som råda i vårt land, där ständiga lågtryck vintertid från väster och sydväst medföra intermittenta blidväder, äro snöfria istäcken icke alltför ovanliga, speciellt inte i Götaland och Svealand. Redan mycket måttliga temperaturändringar av isytan orsaka starka spänningar i isen. Det har visats att 3,6°C är tillräckligt för att bringa kantböjspänningen i isen till dragbrottgränsen (46). Som en följd av temperaturändringar sönderdelas istäcket genom sprickbildning i block, vilkas utsträckning stå i relation till dels istjockleken, dels temperaturändringens storlek. I vissa fall kan isdeformationen ta sig uttryck i mera storstilade fenomen än blott ett nät av fina temperatursprickor; vid plötsliga temperaturändringar, särskilt vid låga temperaturer, kan nämligen veckbildning komma till stånd i form av råkar (42). Ett snöfattigt istäcke är således som regel utsatt för viss belastning genom temperaturspänningar. De av den påförda belastningen orsakade spänningarna adderas till dessa. Man har därför anledning att räkna med en sänkning av gränslasten i samband med häftiga temperaturfall, särskilt då isen ligger fri från snö. Det är också en allmän erfarenhet ute i bygderna att isen är opålitlig i samband med kraftiga temperaturändringar. Detta påpekas även av Gold (15).

1.343 Sprickor

Issprickors inverkan på bärigheten har behandlats relativt ingående av ryssarna Shulman och Kazanskii, vilka kategoriindelat sprickorna efter bl.a. storlek och djup. En korrektionsfaktor ges därefter olika värden för olika typer av sprickor (25). Grova sprickor äro uppenbarligen särskilt farliga, eftersom belastning intill en sådan spricka innebär ett annat belastningsfall än central belastning på ett stort istäcke. Gränslasten vid kantbelastning på ett elastiskt istäcke motsvarar sålunda

ca 40% av samma last vid centrumbelastning (16). Motsvarande relation vid hörnbelastning av ett stort istäcke är vid 90° hörnvinkel ca 25% (4). Påpekas bör emellertid att dessa siffror på belastningsrelationerna kunna vara väl höga: de härröra nämligen båda från modellförsök med glasplattor på skumgummiunderlag, varvid deformationsfiguren fastställts experimentellt och gränslasten evaluerats på basis därav. Fältförsök på is ha veterligen icke utförts i full skala. Vid belastning av ett istäcke intill en bred spricka inträder nämligen den komplikationen, att isen närmast sprickan genom deflektionen nedtryckes under vattenytan, varigenom vatten får möjlighet att tränga upp så att belastningen ökar. Den ryska källan anbefaller också en reduktion av tillåtna lasten till 25% vid färd längs en öppen spricka (25).

1.344 Dubbla istäcken

Av sammanställningar av genomkörningsolyckor på is, t.ex. Gold (15), framgår att många genomkörningsolyckor inträffat då istäcket icke varit genomfruset, dvs. har bestått av ett överistäcke av stöpis, som genom vatten eller stöp varit skilt från underisen. I detta fall böjas de båda isskikten var för sig, dvs. istäcket uppträder som om dess styvhet vore reducerad. Vid samma böjmoment blir böjningen av det delade istäcket kraftigare än av det odelade; därför blir kantböjspänningen i det tjockare av de två skikten större än motsvarande spänning i det odelade istäcket.

1.345 Uteblivet eller reducerat upptryck

Ett flertal genomkörningsolyckor ha vidare inträffat i fall då istäcket icke helt flutit på vattnet. Exempel på detta har erhållits vid KATF:s tidigare belastningsförsök (21). Samma anledning till genomkörning har redovisats i ett genombrottsfall i Golds statistik (15).

1.35 Genombrottslasten

Tidigare redovisade gränslastuttryck äro alla baserade på idealiserade fysikaliska modeller. För att komma över till för praktiskt bruk avsedda tillåtna laster erfordras dels hänsynstagande till förekommande komplikationer, dels införande av en säkerhetsfaktor vars storlek beror av önskad grad av säkerhet.

En i Ryssland mycket använd formel, vilken emanerar från Korunov, har baserats på den mycket enkla modellen bred elastisk balk (25). Om underlagets speciella egenskaper helt försummas, erhålles brottslasten ur en formel av typen

$$P = A \cdot h^2 \qquad (28)$$

där A är en proportionalitetskonstant, som bl.a. beror av materialets brotthållfasthet och vilkens värde för ett istäcke bestämts empiriskt genom anpassning av ekvation 28 till kända gränslaster (25). Korunov har föreslagit talvärdet 10, då P räknas i kg och h i cm (24). Därvid är viss säkerhet inkluderad: formeln avser då "safe traffic conditions for single vehicles crossing the ice (for temperatures below zero)". Genom att formeln anknutits icke till istäckets fysikaliska egenskaper utan direkt till kända genomlastningsdata har kompensation erhållits för att inverkan av vattnets upptryck på istäcket försummats. Proportionalitetskonstanten 10 avser kärnis och klar stöpis: böjbrottgränsen för sådan is vid ca -10°C anges som 25 kp/cm². Hänsyn till att isens hållfasthet varierar med iskvaliteten tages genom att konstanten 10 divideras med en viss korrektionsfaktor n. Denna faktor motsvarar kvoten mellan brottgränserna för den aktuella istypen och för kärnis av ovanstående typ. Härvid har för t.ex. klar kärnis angivits en brottgräns av 38 kp/cm².

Shulman-Kaganskii ha, som tidigare berörts, för praktiskt bruk vidareutvecklat Shulmans formel (ekvation 10) (37). För brottgränsen har härvid erhållits [illegible] och [illegible] kp/cm² för hjul- resp. bandfordon. I dessa värden ligger inkluderat en viss säkerhet, varigenom man kompenserat för att isens tjocklek i verkligheten varierar något. Eftersom belastningsytan är mindre i fallet hjulfordon har större säkerhet krävts då. Här kan påminnas om att Shulmans formel utgör en approximation av gränslastformeln för ett oändligt elastiskt istäcke, dvs. anger gränslasten motsvarande radiella underkantssprickors uppkomst. Genom ovannämnda val av brottgräns, vilket motsvarar ca 2 ggr det i föreliggande utredning accepterade värdet (jfr

p. 15) för böjbrottgränsen har formeln emellertid kommit att motsvara ett senare skede av isdeformationen och att närma sig de för t.ex. ett radiellt sprucket istäcke giltiga formlerna. Hänsyn kan vid formelns tillämpning tagas till sådana faktorers inflytande på isens beteende som temperatur och salthalt genom tillägg av vissa multiplikationskoefficienter.

1.4 Sammanfattning

I detta kapitel ha med utgångspunkt från isens fysikaliska egenskaper diskuterats ett antal enkla fysikaliska modeller och de gränslastformler, till vilka desamma leda. Det har visats att gränslastvärdet troligen kraftigt varierar med belastningshastigheten, varvid som ungefärliga gränser angivits 5-20 kp/cm^2. Slutligen ha berörts vissa icke-ideala faktorer, som inverka på isens verkliga bärighet: initialspänningar, sprickor, bristande homogenitet i istäcket etc.

De problem som nu komma att upptagas i anslutning till det föreliggande försöksmaterialets bearbetning äro bl.a.: olika modellers giltighet under olika stadier av pålastning, samklang mellan teoretiskt beräknad och i verkligheten observerad gränslast, effekt av bl.a. andelen stöpis i istäcket på dess gränslast, krypförloppet under stående last och tidsfunktionens egenskaper i olika skeden, resonansfenomenet och elasticitetsmodulen vid rörlig last liksom vågrörelsens utdämpning i longitudinell och transversell led.

2. Belastningsförsök

2.1 Utförande och resultat av 1959 års belastningsförsök

Som inledningsvis nämnts ha i samarbetsgruppens regi utförts belastningsförsök på is under vintrarna 1958/59 samt 1960/61. Försöken ha utgjorts av dels statiska, dels dynamiska belastningsförsök. De statiska ha bestått i såväl genomlastningsförsök som plasticitetsförsök. En sammanställning över samtliga försök ges i tab. 2:1-2:2 A. Totalt utfördes denna vinter 11 genomlastningsförsök och 3 plasticitetsförsök. Därtill ha utförts mätningar av olika fysikaliska egenskaper hos isen samt av isens vibrationer vid trafik.

Ansvarsfördelningen vid denna vinters försök var så disponerad, att belastningsförsöken anordnades av Kungl. Armétygförvaltningen under ledning av byrådirektör Ivar Bröchner, biträdd av byråingenjör Nils Mellander; de fotogrammetriska mätningarna utfördes av tekn.lic. Petter Hjelmström från Försvarsstaben samt de fysikaliska mätningarna jämte vissa vibrationsmätningar av statshydrolog Malin Falkenmark, SMHI.

2.11 Målsättning

Den primära målsättningen var att närmare lära känna några av de faktorer, som påverka ett istäckes bärighet, samt utröna vilken inverkan trafik av olika fordonstyp och olika frekvens kunde ha. I samband härmed skulle såväl statisk som dynamisk belastning komma till användning. Från början förelåg planer på att på detta sätt studera is av olika sammansättning. Härvid avsåg man att iordningställa olika banor: is preparerad genom packning plus vattning resp. genom plogning samt helt oåtgärdad is. Efter trafikering skulle genomlastningar utföras på de olika banorna. Väderleksförhållandena omkullkastade emellertid dessa istypsseparering splaner och samtliga belastningsförsök kommo att utföras på is av naturligt utvecklad och förhållandevis likartad typ. För att även säsongförändringar hos isen skulle kunna studeras utfördes försöken under tre olika perioder: februari, mars samt april.

2.12 Försökens utförande

Försöksområdet: Försöken utfördes på Kungsgårdsvikens is i Storsjön. Försöksområdet jämte de olika mätplatserna och banorna visas i fig. 2:1.

Isförhållanden: Under samtliga mätperioder denna vinter rådde temperaturer nära noll grader samt låg isen fri från snö. Istjockleken och dess fördelning på stöpis och kärnis i de enskilda försöken framgår av sammanställningen i tab. 2:1 och 2:2. Tjockleken varierade mellan 37 och 45 cm med följande medelvärden för de olika perioderna:

febr.	43 cm
mars	40 "
april	38 "

Istäcket utgjordes till ungefär halva sin tjocklek (mellan 35 och 56%) av stöpis som följd av mycket nederbörd under vinterns första skede medan istäcket ännu var tunt.

2.121 Statiska försök

För belastningen användes speciella belastningspontoner, avsedda för vattenfyllning och med en största kapacitet av 18,2 ton/ponton. Pontonerna upplades på bjälkar, 3,00 m långa och med centrumavståndet 1,83 m. Upp till två pontoner användes vid samma försök (fig. 2:6).

Genomlastningsförsöken (S-försöken) tillgingo i princip så att en eller två tomma pontoner bogserades fram, vilande på sitt underlag; tomvikten per ponton var 3,2 ton. Därefter startade vattenfyllningen, varvid belastningen ökades till maximilasten i tre steg, motsvarande 5 ton per steg och ponton. Efter fullbordandet av varje sådant steg följdes deformationsändringen vid konstant last under någon tid, varefter nästa steg vidtog etc.

Plasticitetsförsöken (P-försöken) påbörjades på samma sätt som S-försöken men belastningsökningen fortgick kontinuerligt upp till en på förhand bestämd last, vid vilken krypförloppet studerades under ett par timmar. Efter avlastning följdes isens

återgång under någon tid. Den statiska lastens storlek vid de fåtaliga P-försöken var vald något under den gränslast, som beräknats med ledning av Perssons gränslastformel 16, varvid böjbrottgränsen antagits till 8 kp/cm² och elasticitetsmodulen till 25000 kp/cm². (För vårisen reducerades brottgränsvärdet med ledning av resultaten från de fysikaliska försöken.) Perssons formel hade nämligen genom tidigare svenska försök befunnits relativt riktig, såvida stöpistjockleken på "hävdvunnet" sätt endast medräknades till halva sitt verkliga värde. Påpekas bör att i flera fall försök, som varit avsedda att vara plasticitetsförsök i själva verket ledde till genombrott (S 140, S 320, S 340); även omvändningen inträffade vid ett tillfälle (S 40).

Den hastighet, varmed belastningsökningen försiggick i de olika stegen, var bestämd genom pumpkapaciteten hos de vattenpumpar, vilka användes för påfyllandet av belastningspontonerna. Belastningsökningen föll vid 1959 års försök inom intervallet 0,57 - - 1,72 ton/min med följande medelvärden under de olika perioderna

Period 1:	0,88	ton/min
" 2:	1,17	"
" 3:	0,94	"

Bärgningsförfarandet efter genombrott var effektivt: flytförmåga åstadkoms genom cellplastkuber anbragta på pontontaket; tömning skedde genom tryckluftsinblåsning, varefter bortbogsering kunde utföras med bandtraktor.

Den inledande trafikeringen utfördes med hjulfordon och bandfordon med upp till 150 passager per bana före genomlastningen, se tab 2.3. Deformationsmätningen utfördes dels på fotogrammetrisk väg, dels i vissa fall genom avvägning med teodolit. Den fotogrammetriska mätanordningen utgjordes av vid stolpar i isen mot svart bakgrund angjorda elektriska lampor, som gåvo fast sken. Kameran var placerad på land och en referenslampa anordnad på landet på motsatta sidan om Kungsgårdsviken. Fotografering skedde under de statiska försöken med i allmänhet någon minuts,

ibland dock längre tidsintervall. Den fotografiska nivåmätningen gav en noggrannhet motsvarande medelfelet ± 1 mm (39:2). Vid S-försöken gjordes mätningar i ca 12 mätpunkter från lasten ut till ca 30 m avstånd från densamma. Vid P-försöken gjordes mätning endast i en eller ett par punkter.

2.122 Dynamiska försök

De dynamiska belastningsförsöken utfördes genom mätning av isdeformationen på olika avstånd från ett rörligt fordon. Trafikeringen skedde utefter strandparallella banor; för den dynamiska belastningen användes ett 8,5 tons bandfordon, ikv 103, som framfördes med olika fordonshastigheter i intervallet 15-45 km/h. Deformationsmätningen utfördes fotogrammetriskt på analogt sätt som vid de statiska försöken. Fordonet var utrustat med lampa och skenet var intermittent, radiosynkroniserat. Kameran var placerad på land och utrustad med anordning för vridning kring vertikalaxeln, varigenom många exponeringar i snabb följd kunde erhållas på samma plåt.

2.13 Försökens resultat

Resultaten av 1959 års försök ha redovisats i form av försöksgruppens interimrapporter: de fysikaliska försöken som omfattade iakttagelser rörande isens kristallstruktur och täthet, temperaturfördelningen i isen samt isens elasticitet, plasticitet och hållfasthet, redovisas i rapport nr 1 (39:1), de statiska belastningsförsöken och dynamiska deformationsmätningarna i rapport nr 2 (39:2), vibrationsmätningarna i rapport nr 3 (39:3), varjämte trafikeringsförsöken sammanställts i rapport nr 4 (39:4). Resultaten av den första vinterns belastningsförsök kunna sammanfattas sålunda:

1. Eventuellt förefinnes korrelation mellan lastens vertikalrörelse och genombrottslasten.
2. Vid statisk belastning kunna två skeden särskiljas:
   a) ett första skede under vilket deformationens deplacement motsvarar den pålagda lasten, dvs. jämvikt råder;
   b) ett senare skede under vilket sprickbildning sker och snabba deplacementsändringar inträffa. Detta skede slutar med genombrott.

3. Isens bärkraft sammanhänger med dess förmåga att motstå vattnets upptryck, så att sämre is snabbare återgår till utgångshöjden efter avlastning.
4. De dynamiska försöken visade i likhet med utländska erfarenheter (44), att en amplitudförstoring kommer till stånd vilken kulminerar vid en viss fordonshastighet.

2.2 1961 års försök

2.21 Målsättning

Försöken i samarbetsgruppens regi fortsattes som tidigare nämnts vintern 1960/61, varvid i stort sett samma linjeuppdelning tillämpades som i första omgången, dvs. i statiska och dynamiska belastningsförsök. Denna vinters försök avsågo, förutom att utvidga materialet beträffande genomlastningarna, att särskilt studera krypförloppen i isen på bättre sätt än föregående vinter, eftersom man ansåg att samband eventuellt kunde föreligga mellan kryphastigheten och brottslasten. Vid de statiska försöken påfördes belastningen snabbt och registrerande anordning utnyttjades för kontinuerlig upptagning av deformationskurvan. Viss uppmärksamhet ägnades ringsprickorna. De dynamiska försöken avsågo att ge underlag för bedömning av bottendjupets inverkan på vågbildningen i isen, samt att studera isens dämpande förmåga. Även vid dessa försök utnyttjades registrerande mätanordningar. Förutom här nämnda försök, utförda genom Kungl. Armétygförvaltningens försorg, skedde liksom i tidigare försöksomgång specialmätningar av vissa av isens fysikaliska egenskaper samt av istäckets vibrationer under trafik. Resultatet från dessa redovisas i separata rapporter (40).

2.22 Försökens utförande

Försöksområdet: Försöken utfördes i februari månad och förlades i likhet med 1959 års försök till Kungsgårdsviken i Storsjön. Genom plogning frilades isen i fyra ca 200 m långa, mot stranden vinkelrätt löpande banor, varav endast två kommo till användning för de statiska försöken. Därjämte renplogades två

strandparallella ca 450 m långa banor, avsedda för de dynamiska trafikeringsförsöken. Försöksområdet jämte de olika mätplatserna och banorna visas i fig. 2:2.

Isförhållanden

Istjockleken uppgick under denna vinters försök till 46-50 cm, varav 6-13 cm stöpis. Istäcket på försöksområdet låg i likhet med 1959 års istäcke praktiskt taget fritt från snö. Lufttemperaturen var under försöksperioden nära noll grader med några minusgrader under de sista dagarna. Istemperaturen uppgick likaledes till noll grader men sjönk under försöksperiodens sista del till några grader under noll. Istemperaturer liksom istjockleken vid de olika försöksplatserna framgå närmare av försökssammanställningen (tab. 2:1-2:2).

2.221 Statiska försök

Plasticitetsförsöken (B-försöken, tab. 2:2 B) genomfördes i princip så att belastningen påfördes snabbt, varefter krypförloppet studerades under en 20 minuters period. Därefter kördes lasten vidare till nästa belastningsplats och isens återhämtning följdes samtidigt med krypförloppet vid nästa försöksplats. Genomlastningsförsök (G-försök) med kontinuerligt ökande last utfördes därefter på ett antal tidigare belastade platser (tab. 2:1 B). Maximala kapaciteten var 36,4 ton, vilket visade sig otillräckligt för genomlastningar i vissa fall. Endast tre genomlastningar kunde därför fullföljas. Belastningsanordningen var densamma som vid tidigare försök. Belastningshastigheten varierade mellan 0,4 och 1 ton/min. Genomsnittet var 0,70 ton/min. Deformationsmätningen i samband med de statiska försöken utfördes denna vinter på elektrisk väg med utnyttjande av en i isen fästad potentiometertrissa, kring vilken löpte en i ena änden fjäderbelastad wire, vars andra ände var förankrad i sjöbotten. Potentiometern var inkopplad i en elektrisk krets, varigenom spänningsändringarna över densamma registrerades. På en tolvpunktsskrivare upptogos samtidigt förloppen från 4 olika mätplatser på varierande avstånd från belastningspunkten. Samtidigt studerade mätplatser lågo i samma bana. På varje mätplats funnos två potentiometergivare,

symmetriskt placerade i förhållande till bancentrum. Mätanordningen samt kopplingsschema återges i fig. 2:3-4. Kalibrering och utvärdering behandlas i appendix 1, där också noggrannheten diskuteras närmare. Därav framgår att i det framräknade värdet för isens nivåändring under ett belastningsförsök kan föreligga ett maximalt fel av uppskattningsvis ±8 mm för B-försöken och ±18 mm för G-försöken.

2.222 Dynamiska försök

Vid de dynamiska försöken trafikerades de strandparallella banorna med hjulfordon, varvid deformationen i isen registrerades på tre olika avstånd från bancentrum: 6, 29, 98 m (banorna T1 i, T1 y resp. T2 i). Inverkan av olika fordonshastigheter studerades liksom ändringen av deformationstypen vid ändrad körriktning. Bottendjupet tilltog nämligen mot S, såsom framgår av fig. 2:2. Sex mätserier upptogos, vilkas omfattning framgår av tab. 2:4. För den dynamiska belastningen användes två typer av fordon: dels en 3,8 tons lastbil (Volvo 233), dels en 7,7 tons bärgningsbil (GMC). Lastbilen var utrustad med snökedjor.

Deformationsmätningen utfördes på mekanisk väg med följande anordning (fig. 2:5). Ett metallrör hade förankrats i sjöbotten med en tung skiva. Fogen mellan rör och skiva var ledad. Mot en med en hylsa vinkelrätt mot stången fästad egg löpte en fjäderbalanserad hävarm, tillhörig ett på isen placerat system. Hävarmens rörelser överfördes till en registreringsnål, vilken på ett diagram registrerade istäckets rörelser relativt den i bottnen förankrade stången. Registreringsapparaturen var flyttbar i sidled, varigenom fem olika utväxlingar kunde erhållas. Diagrammet var fästat vid en cylinder, som vreds runt med urverk. På samma diagrampapper upptogos markeringar från ytterligare en penna, som erhöll impulser i varandra motsatta riktningar från en synkronmotor resp. fem på banan utlagda kontakter, vilka kortslötos då fordonet passerade. Synkronmotorn gav tidsmarkeringar var 15 sek.

3. Bearbetning och resultat av de statiska försöken

Den metodik, som i föreliggande undersökning valts vid det statiska observationsmaterialets bearbetning, innebär en uppdelning på tre huvudavsnitt: 1) Studium av deformationsprofilernas anslutning till förefintliga modellprofiler, studium av krypförloppens tidsberoende. 2) Därefter formuleras med utnyttjande av undersökningens hållfasthetsmätningar experimentellt underbyggda gränslastformler. 3) Slutligen jämföras dessa med gränslastvärdena från genomlastningarna. Bearbetningen avser observationsmaterialet från båda vintrarna.

3.1 Bestämning av nivådifferens

Bestämmandet av en deformationsprofil för isytan måste baseras på isytans nivåändring i olika punkter mellan två tillfällen. Om denna nivåändring skall korrekt återge isytans deflektion, förutsättes att vattenståndet icke under tidsintervallet undergått några förändringar. Vattenståndet i Storsjön är visserligen årsreglerat, varigenom isytans nivå sjunker från dag till dag, men dessa förändringar ske långsamt och sakna relevans för de kortperiodiga nivåjämförelser det här gäller. Det är därför endast vattenståndsvariationer av kort period som i förevarande fall ha betydelse.

Att sådana vattenståndsvariationer förekomma framgår av 1961 års registreringar av isytans nivå i förhållande till sjöbottnen. Under B-försöken har isnivån genomgående uppmätts samtidigt på upp till fem olika platser utefter samma bana under den tid någon av platserna belastats. I fig. 3:1 visas ett exempel på isnivåernas variation under en sådan mätserie, försök 2:1 B. Svängningarna äro i stort sett identiska vid de fyra mätplatserna 2:2-2:5 under det att 2:1 visar nivåförändringen i samband med belastningen samt efter dess bortförande. Det förhållandet att i stort sett identiska svängningar kunna iakttagas i de olika mätpunkterna är i och för sig intressant. Svängningarna variera i amplitud under olika dagar. Sannolikt är, att det här är fråga om seicher.

Med all säkerhet förekommo liknande variationer i isens "nollnivå" även under 1959 års mätningar. Här har någon korrektion dock icke kunnat göras. På 1961 års mätdata har korrektion för dessa isens egensvängningar utförts med utnyttjande av variationerna i den mätpunkt, som legat mest avlägsen från belastningsplatsen. De så korrigerade nivåkurvornas variationsamplitud kring sitt medelvärde har ansetts ge en uppfattning om storleken av det fel en sådan korrigering medför. Man finner därvid, att de korrigerade nivåkurvornas ögonblicksvärden äro behäftade med ett maximalt fel ± 3 mm i förhållande till den utjämnade kurvan, vilken för en viss mätpunkt torde sakna sådant fel. Dess noggrannhet bestäms av de systematiska fel, som redovisats i 2.221, dvs. ett största fel i maximala deflektionen motsvarande ± 8 mm för B-försöken och ± 18 för G-försöken.

3.2 Deformationsmodell

De statiska försöken utfördes, som tidigare nämnts, dels vid kontinuerligt ökande last, dels vid konstant last. Underlag för ett närmare studium av deformationsmodellen i båda dessa belastningsfall föreligger i materialet från 1959 års försök, då deformationsprofilerna upptogos på fotogrammetrisk väg; därvid har en renodling kunnat ske såtillvida att avsnitten med kontinuerlig belastningsökning resp. konstant last studerats var för sig. (För enkelhetens skull benämnas dessa två profiltyper i fortsättningen elastiska resp. plastiska profiler.) De elastiska profilerna ha lagts till grund för en jämförelse med de två teoretiska profiler, som avse elastiska modeller på elastiskt underlag: Wymanmodellen, avseende centralt belastad elastisk platta av oändlig utsträckning samt Nevelmodellen, avseende centralt belastad men radiellt söndersprucken elastisk platta. De plastiska profilerna ha möjliggjort jämförelse med de tidigare redovisade plastiska modellerna: Kerrs modell av centralt belastad platta, som deformeras enbart till följd av krypning genom skjuvspänningar, samt Meyerhofs modell av en idealplastisk platta, vars material följer Trescas flytvillkor.

Sistnämnda profil har också prövats på profilerna från belastningsökningsavsnitten (elastiska profilerna).

Vid ett sådant studium har noggrannheten i de uppmätta deflektionsvärdena stor betydelse. Kvadratiska medelfelet för en enskild nivåmätning i detta material är som tidigare nämnts ca ± 1 mm. Detta motsvarar i deformationsändringen mellan två tillfällen medelfelet $\pm 1{,}4$ mm, eller ett sannolikt fel av $\pm 0{,}9$ mm.

3.21 Kontinuerligt ökande belastning

Den kontinuerliga pålastningen skedde i allmänhet i tre steg: 6,4-16,4 ton, 16,4-26,4 ton, samt 26,4-genombrottslast. Deformationsändringarna under resp. steg ha utvärderats för de olika försöken och visas i fig. 3:2, där deformationen finnes angiven i mm per ton lastökning och visas som funktion av avståndet från belastningscentrum.[1] I diagrammet ha inritats de något utjämnade deformationsprofilerna. Respektive nollnivåer anges av vågräta streck i diagrammets kant. Uppenbart är att i vissa fall relativt stora vertikalförskjutningar ägt rum även långt från belastningscentrum; dessa nivåändringar ha tolkats som en följd av vattenståndsvariationer av nyligen diskuterat slag, nämligen i samband med seicher (kameran fr.o.m. mars placerad på land). De två försöken S 40 och S 80 äro otillförlitliga emedan kameran varit placerad på isen, vars vågrörelser stört mätningarna.

En granskning av profilerna S 200 t.o.m. S 340 visar, att deformationsökningen per ton lastökning varierat avsevärt mellan olika belastningsavsnitt av ett och samma försök. Vid lägre laster var deformationen av isen ringa och inverkningsradien stor, under det att vid större laster deformationen ökade kraftigt nära belastningen men åtföljdes av en överhöjning längre bort. Inom samma belastningsintervall råder tydlig skillnad mellan olika försök. Jämföres t.ex. intervallet 16,4-26,4 ton för S 200 och S 240 ser man att kraftig överhöjning utvecklats i förra fallet; nolldeflektionsradien är då endast

[1] Mätdata in till avståndet 3,2 m från belastningscentrum härröra från mätstakar på isen. Mätdata närmast centrum motsvara medeldeflektionerna av lastens fyra hörn, inritade vid underlagets anliggningspunkt.

ca 7 m, medan den i det senare är mer än det dubbla. Nämnas bör att genombrott i S 200 skedde vid 26,4 ton under det att S 240 tålde ytterligare pålastning upp till 31 ton. I S 300 till 340, utförda på en successivt allt sämre våris, tydde deformationskurvorna på stora töjningar i isen trots de förhållandevis låga belastningarna. Dessa stora deflektioner voro tecken på låg gränslast, jfr p. 64.

Eftersom flera mätningar skett under pågående belastningsökning, ha deformationsprofilernas ändring med ökande last kunnat studeras närmare. I fig. 3:3 visas delprofilsviterna för försöken S 200 och S 240. I försök S 200 äro profilerna i stort sett likformiga upp till intervallet 16,4-19 ton. I de därpå följande intervallen har deformationskurvan ett helt annat förlopp, med kraftiga deformationer nära belastningen. Deformationsökningen i intervallet 24,6-26,4 ton tyder på att en ringspricka slagit upp som följd av den ytterst kraftiga tänjningen av isen ca 5 m från belastningscentrum, vilket fått till följd att isen utanför denna spricka flutit upp och i stället bildat en kraftig överhöjning. Det slutliga genombrottet ägde rum vid lasten 26,4 ton och inträffade långsamt. Studeras profilförändringarna för försök S 240 finner man att profilen är relativt likformig upp till lasten 21 ton. Därefter sker en liknande förändring som i S 200 mot större deflektion nära lasten och mindre nolldeflektionsradie. Kraftiga överhöjningar inträffade efter 29 ton.

De olika stadiernas delprofiler ha jämförts med de profiler, som erhållas enligt de teoretiska modellerna. I fig. 3:4 återgivas Wyman- och Nevelprofiler, beräknade för den aktuella lastutbredningen. Vid beräknandet av Wymanprofilen har därvid superpositionsprincipen tillämpats. Medarna under pontonerna ha tänkts uppdelade i vardera sex sektioner med en tolftedel av lasten förlagd på var och en. Deformationsbidragen från samtliga ha därefter adderats för olika punkter längs mätsektionen enligt formel 6 b. Nevelprofilen har beräknats enligt formel 11

för en cirkulär last med radien 1,75 m, vilket motsvarar den aktuella belastningsradien. Profilerna återges för verkningsradien 6,5 m, vilket svarar mot istjocklek vid S 200 samt det elasticitetsmodulmedelvärde som erhållits genom de fysikaliska mätningarna (25100 kp/cm²; värdet inkluderar momentan och retarderad elasticitet).

Det tidigare profilstudiet visade att profiländring inträffade vid viss last. Innanför ca 20 m radie kan profilen före denna last approximeras med Wymanprofilen i området utanför en cirkel med 8-10 m radie och med Nevelprofilen innanför denna radie, båda profilerna avseende verkningsradien ℓ = 6,5 m. Efter denna last kunna profilerna approximeras med Nevelprofiler med avtagande ℓ-värden. Sådana profiler visas i samma figur. I slutskedet inträda i verkligheten överhöjningar, troligen till följd av att upptrycket lyfter isen i ett område utanför en uppslagen ringspricka. Därmed är den vertikala kraftjämvikten rubbad och genombrottet inlett. Utanför ca 20 m radie förekomma vid samtliga belastningar en del oregelbundenheter i deformationsprofilerna; de absoluta deflektionerna äro emellertid så små att de i förevarande sammanhang sakna intresse.

Ändringen av deformationsprofilen inträffade vid ca 19 tons belastning i S 200, vid ca 26 ton i S 240. En liknande skillnad framträder även då totala deformationen i en punkt relativt nära lastcentrum studeras som funktion av belastningen. Den framträder därvid i form av en brytpunkt, dvs. en lutningsförändring. I fig. 3:5 ha inlagts sådana deformationsförlopp från flertalet belastningsförsök 1959 och de försök från 1961, där deformationsmätningen utförts på 3,35 m avstånd från belastningscentrum (1959 års data ha erhållits genom interpolation). Intressant är att jämföra läget av nämnda brytpunkt under olika belastningsförsök och att korrelera den med brottslasten. I fig. 3:6 återges brottslasten som funktion av lasten vid nämnda brytpunkt. Diagrammet visar att tydligt samband råder. Ju senare brytpunkten inträffar desto högre är tydligen brottslasten. Man finner således att brytpunktslasten

kunde ha utnyttjats som mått på gränslasten: denna motsvarar lägst 1,2 och högst 2,2 ggr brytpunktslasten.

Teoretiskt sett skulle deflektionskurvan undergå en lutningsförändring också vid övergången från Wyman- till Nevelprofil. I verkligheten sker emellertid denna övergång på ett kontinuerligt sätt och brytpunkten svarar i stället mot ett senare deformationsskede. De observationer, som föreligga beträffande första ringsprickans uppkomst, tyda på att brytpunkten ofta inträffat före det att första ringsprickan slagit upp. I försök S 240 hade emellertid två ringsprickor hunnit slå upp innan brytpunktslasten uppnåtts. Brytpunkten har tolkats som en följd av att belastningen fortskridit så långt, att spänningarna i isen nära belastningen äro så höga att viss flytning sker där.

De elastiska delprofilerna ha också studerats i relation till den modell Meyerhof utgått från vid härledningen av gränslastformeln 18: oändlig, styv, idealplastisk platta på elastiskt underlag. För deformationsprofilerna enligt denna modell gälla uttrycken 17 a-b. Analys av delprofilerna i försök S 200 visar att de samtliga äro lineära i semilogaritmisk skala, med undantag för sista belastningsintervallet före genombrott, då kraftiga överhöjningar förelegat. Den vid analysen tillämpade separeringen i olika belastningsintervall innebär, att man studerar de profiler som bildas av deformationstillskotten Δw från ett belastningstillskott ΔP. Uttrycket 17 b blir, omskrivet för detta fall

$$\frac{\Delta w}{\Delta P} = \frac{\Delta w_o}{\Delta P} \cdot \frac{\ln \frac{c_R}{r}}{1 + \ln \frac{c_R}{d}} \qquad (29)$$

eller efter förenkling

$$\frac{\Delta w}{\Delta P} = s - p \, {}^{10}\log r \qquad (30)$$

där s och p äro konstanter. För p gäller speciellt

$$p = \frac{\frac{\Delta w_o}{\Delta P}}{{}^{10}\log e(1 + \ln \frac{c_R}{d})} \qquad (31)$$

På basis av de olika delprofilerna har faktorn p utvärderats för de olika belastningsavsnitten, varvid följande värden erhållits.

Tablå 2. Jämförelse av elastiska delprofiler med Meyerhofs log-lineära profil. Försök S 200

Intervall (ton)	p (mm/ton)	$(c_R)_{obs}$ (m)	$\frac{\Delta w_o}{\Delta P}$	d
0 - 6,4	5,01	20	6,9	2,3
6,4 - 9,6	2,76	16	4,0	1,5
9,6 - 13,0	3,17	16	4,8	1,3
13,0 - 16,4	4,84	16	6,7	1,8
16,4 - 19,0	6,43	10	4,8	4,9
19,0 - 20,6	12,3	12	14,8	2,0
20,6 - 21,6	18,9	8	18,5	2,3
21,6 - 22,6	12,2	10	17,6	1,0
22,6 - 24,6	32,5	10	35,3	2,2
24,6 - 26,4	-	4		
Medel interv.				
0-19,0 ton	4,4	16	5,4	2,3
0-26,4 ton	-	-	-	2,1

I fig. 3:7 återges p som funktion av belastningen P. p-värdet är uppenbarligen relativt konstant i de fem lägsta belastningsintervallen, dvs. upp till 19 ton, men ökar därefter snabbt med ökande belastning. Detta är huvudsakligen en följd av att centrumdeflektionen w_o ökar allt snabbare med ökande P till följd av den alltmer tilltagande flytningen. Gränsen mellan de två intervallen sammanfaller med brytpunktslasten i tidigare diskussion av samma försök. Eftersom logaritmiskt samband råder mellan Δw och r in till innersta mätpunkten, belägen 3,2 m från belastningscentrum, måste d, dvs. nollmomentradien vara mindre än detta värde. Möjlighet föreligger att beräkna denna radie. För detta ändamål har "inverkningsradien" (= c_R) bestämts genom extrapolation av de log-lineära profilerna till den nivå, som uppskattats som nollnivå. Vidare har centrumdeflektionens tillväxt per ton lastökning ($\frac{\Delta w_o}{\Delta P}$)

bestämts genom lineär extrapolation av profilerna i fig. 3:3 in till belastningscentrum. På basis av nämnda extrapolerade värden har därefter nollmomentradien d beräknats ur ekv. 31. Samtliga värden återgivas i tablå 2. Som genomsnittsvärde för samtliga belastningsintervall erhålles för nollmomentradien värdet 2,2 m. Trots att "inverkningsradien" uppenbarligen avtar vid höga belastningar förblir nollmomentradien relativt konstant. Ett närmare studium av inverkningsradien visar att denna är 16-20 m upp till 16 ton, samt därefter sjunker. Meyerhofs gränslastformel antar inverkningsradien motsvara 4 ℓ. Vid tillämpningen bör då verkningsradien ges värdet 4 m till skillnad från det elastiska fallets värde 6,5 m.

Denna anpassning av försöksprofilerna till Meyerhofs idealplastiska modell leder till slutsatsen att denna deformationsmodell är tillämplig för de olika belastningsstegen upp till drygt 90% av genombrottslasten; beaktas måste dock att inverkningsradien börjar avta vid ca 60% av samma last samt att centrumdeflektionen per ton lastökning snabbt ökar efter ca 70% av samma last. Formel 18 ger gränslasten för första ringspricka. Några observationer av ringsprickor finnas ej från detta försök. Profilerna tyda dock på att ringspricka slagit upp ca 13 m från belastningscentrum vid ca 22 tons last. Att i formel 18 räkna med den ursprungliga inverkningsradien leder tydligen till en gränslast på säkra sidan. Meyerhofs förslag att räkna med inverkningsradien 3,9 ℓ från det elastiska fallet är tydligen ett ytterligare steg åt den säkra sidan.

Diskussion och slutsatser: Sammanfattningsvis har ovanstående studium av de elastiska profilerna visat, att Wymans och Nevels modeller approximera deformationen, den förra utanför ca 10 m radie, den senare innanför samma radie och båda profilerna avseende den på isens elasticitet grundade verkningsradien. Efter en viss last, som motsvarar genomsnittligen ca 60% av genombrottslasten (jfr fig. 3:6) sjunker verkningsradien för

den Nevelska profilen. Även Meyerhofs idealplastiska modell har visat sig tillämplig. Verkningsradien är ca 4 m nästan upp till brytpunktslasten. Över denna avtar verkningsradien; samtidigt ökar centrumdeflektionen snabbare än tidigare. Det förhållandet att deformationen kan approximeras såväl genom en elastisk som genom en plastisk modell innebär att två olika idealiseringar av spännings-töjningssambandet för den aktuella belastningshastigheten äro möjliga.

3.22 Deformationsmodell vid konstant last. Krypning

I det föregående ha de deflektionsprofiler analyserats, som motsvara de avsnitt av 1959 års statiska S-försök, då belastningsökningen fortgick kontinuerligt; slutsatser ha dragits beträffande de modeller, som gälla vid sådan lastökning. Samma belastningsförsök ger, som tidigare nämnts, också möjlighet att studera istäckets profiländring vid konstant last. Deformationen som funktion av tiden kan studeras från P-försöken 1959, B-försöken 1961 samt de G-försök 1961 som ej ledde till genombrott.

I fig. 3:8 återgivas samtliga de deflektionsprofiler, som upptagits vid konstant last. Diagrammet återger totala krypdeformationen per ton lastökning som funktion av avståndet från belastningscentrum. Diagrammen visa, att väsentliga deformationsändringar ägt rum i istäcket även då belastningen varit konstant. Variationer i nollnivån under den tid mätningen avser ha i vissa fall kunnat iakttagas; dessa variationer ha likaom tidigare bedömts härröra från vattenståndsvariationer i sjön. Krypningen nådde som regel längre ut vid låga laster, varefter inverkningsgränsen vid ökad last flyttades allt närmare lasten. Detta framgår tydligt av förloppen i S 200, där krypningen vid 6,4 ton och 16,4 ton nådde ut till ca 12 m men vid 26,4 ton endast till 4,5 m från belastningscentrum. Vid ett försök med högre gränslast nådde krypningen vid samma last ut till ca 7 m. Ändringen av nolldeflektionsradien sammanhänger uppenbarligen med de sekvenser av deformationsstadier som tidigare kunnat iakttagas även hos de elastiska profilerna. Vidare framgår att inverkningsradien är mindre ju närmare genombrottslasten flytningen äger rum.

Analys av profilerna har visat att deformationen i samtliga fall utom S 140 varit av typen

$$\frac{w}{P} = C_1 + C_2 \ln r \qquad (32)$$

I fallet S 140 uppbäres avvikelsen dock av endast ett mätvärde. Redan vid så låg last som 6,4 ton (S 140) skedde krypning; detta motsvarar maximala dragspänningen 5,6 kp/cm² vid isens underyta, beräknad enligt ekvation 9 a. Det förhållandet att krypprofilen har den ovan angivna formen innebär att den lyder differentialekvationen

$$\frac{d^2 w}{dr^2} = - \frac{1}{r} \frac{d w}{dr} \qquad (33)$$

Detta kan uttryckas i krökningarna i radiell resp. tangentiell led, för vilka vid axialsymmetrisk böjning gäller

$$K_r = - \frac{d^2 w}{dr^2} ; \qquad K_\theta = - \frac{1}{r} \frac{dw}{d r} \qquad (34)$$

Differentialekvationen 33 kan därför omskrivas som $K_r = - K_\theta$. Enligt plasticitetsläran är då flytvillkoret (jfr p. 24) en kurva vinkelrät mot linjen $\dot{K}_r = -\dot{K}_\theta$ (55). Böjmomentkombinationerna representerande flytning anges då av $-M_r + M_\theta = M_o$; $M_r < 0$. Detta är vad Meyerhof förutsätter gälla i avståndsintervallet $c_R > r > d$. För deflektionen gäller enligt Meyerhof uttrycken 17 a-b. Flytprofilen i S 240 vid 26,4 ton visar att utanför nolldeflektionsradien positiva deflektioner förekomma i motsats till vad Meyerhof förutsätter. Liknande iakttagelse kan göras i S 320 på 9,2 tonsnivån. Meyerhofs modell är således såtillvida giltig för den rent plastiska deformationen som deformationsmodellens form överensstämmer med de observerade profilerna. Däremot råda i verkligheten överhöjningar till skillnad från vad Meyerhof förutsätter.

Meyerhofs modell förutsätter att flytning sker i enlighet med Trescas flytvillkor, dvs. då maximala skjuvspänningen uppgår till $\frac{1}{2} \sigma_c$. Den diskuterar emellertid icke krypningens tidsförlopp, vilket en för den plastiska deformationen praktiskt tillämplig modell måste göra. En sådan bör nämligen leda fram

till upplysningar beträffande den för t.ex. parkering tillgängliga tidsperioden. Tidigare har presenterats en annan modell, byggd på antagandet att endast de vertikala skjuvspänningarna kunna orsaka flytning: Kerrs modell (uttrycken 24-26). Genom anpassning av de experimentella profilerna till Kerr-profiler ha λ-värden för de olika försöken kunnat utvärderas, se tab. 3:1. λ-värdena ligga inom intervallet 0,02-0,30 m^{-1} med medelvärdet 0,15 m^{-1}.

Krypningens tidsvariation skall enligt Kerr följa ettdera av de båda uttrycken 26 a - b. Underlag finnes för ett studium av överensstämmelsen mellan teori och praktik i de krypregistreringar, som utfördes främst vid B-försöken 1961, men även vid de G-försök, som icke ledde till genombrott samt de G-försök, då viss tid förflöt innan de tomma pontonernas fyllande kom igång. Även i 1959 års material finnas några uppmätta krypförlopp: dels i S-försöken då profiländringen följdes vid konstant last under någon tid, dels i P-försöken, i vilka krypningen av någon punkt följdes under en eller ett par timmar. Data angående krypförsöken givas i tab. 2:2; tidsförloppen återgivas i fig. 3:9.

Tillförlitligheten är emellertid olika de två vintrarna. I 1961 års data har, till skillnad från i 1959 års, korrektion skett för istäckets egensvängningar. Observationstidpunkterna äro i senare fallet ofta så glesa, att stor nivåändring kan ha inträffat mellan successiva mättillfällen, vilket kan göra vissa krypförlopp helt missvisande. 1961 års data åter äro behäftade med fel som uppskattats till maximalt ± 8 mm i totala deflektionen (jfr p. 43). Huvuddelen av detta fel torde dock ligga i den elastiska delen av deflektionen i samband med pålastningen (denna del är icke återgiven i fig. 3:9).

I samtliga B-försök, dvs. vid lasterna 12 resp. 16,4 ton, voro tidsförloppen retarderande och deflektionshastigheten efter ca 20 min. så låg, att den ej alltid kunnat skiljas från noll. Endast försök 2:9 B följdes under längre tid (107 min.). Konstant deflektion uppnåddes i detta försök efter ca 80 min. Retarderande förlopp konstaterades också vid de två G-försök där maximilasten 36,4 ton icke ledde till genombrott. I försök 1:3 (G)[1] var krypningen ringa och jämvikt uppnådd efter ca 120 min., i försök 2:6 (G) slogo fem ringsprickor upp successivt under krypningens gång, men detta till trots uppnåddes jämvikt efter ca 140 min. Krypningen uppgick i sistnämnda försök till totalt 6 mm/ton, vilket bör jämföras med 1,5 mm/ton i förra fallet. Förklaringen till denna stora skillnad ligger i skillnaden i deformationstillstånd: i försök 1:3 (G) hade deformationstillstånd 2 uppnåtts i och med att radiella sprickor uppkommit på istäckets undersida (tydliga knakningar vid 23 tons last); i försök 2:6 (G) ägde krypningen rum under övergång från skede 2 till skede 3. Förklaringen till att krypningen i dessa två fall var retarderande trots den höga lasten ligger i istemperaturen. I fig. 3:11 visas temperaturprofiler för istäcket vid nämnda försök. I försök 1:3 (G) var istemperaturen under $0^{o}C$ praktiskt taget ända ned till isens undersida, i försök 2:6 (G) sjönk temperaturen successivt under försökets gång till följd av fallande lufttemperatur; temperaturfallet omfattade endast isens övre del, i undre delen hade isen fortfarande temperaturen 0°. Denna jämförelse belyser den utomordentligt stora betydelse, som isens temperatur har på dess deformationsegenskaper och på dess bärighet.

Istemperaturens stora betydelse framgår likaledes vid en jämförelse mellan krypförloppen 2:6 - 2:8, genomförda vid 12 tons last och 0° temperatur i istäcket och försöken 1:2 - 1:4, utförda vid 16,4 tons last och negativ temperatur i större delen av istäcket ($-1,5^{o}C$ i isens mittskikt). Båda serierna avse en mätpunkt 5 m från belastningscentrum samt ca 20 minuters

---

[1] Parentesen kring G anger att genombrott ej inträffade.

kryptid. I förra fallet uppgick genomsnittliga deflektionen efter detta tidsintervall till 41 mm, i senare fallet till endast 37 mm trots 4,4 tons högre last. Reducerat till 12 tons last motsvarar detta en maximideflektion av 12/16,4 · 37, dvs. 27 mm. Påpekas bör dock att dessa värden kunna vara behäftade med fel, motsvarande kanske hälften av det tidigare uppskattade maximifelet för sammanlagda elastiska och plastiska deflektionen, ±8 mm. Skillnaden mellan de två seriernas maximideflektioner efter 20 minuters krypning torde därför vara signifikant.

I fig. 3:9 presenteras jämväl krypförloppen från försöken S 140, P 180 och P 260. Förloppen te sig icke retarderande trots de låga lasterna; emellertid kunna de såsom redan påpekats icke läggas till grund för några konklusioner beträffande tidsförloppens egenskaper med hänsyn till att nivåändringar i istäcket mellan de glesa observationstidpunkterna kunnat helt ändra deras utseende.

Icke retarderande krypförlopp konstaterades endast vid vårisförsöken S 300, S 320 och S 340, utförda vid numerärt låga laster men som följd av isens dåliga hållfasthet likväl nära genombrottslasten. Huruvida dessa förlopp äro lineära eller, som Kerrs modell förutsätter, accelererande kan med hänsyn till vad nyss nämnts beträffande felkällor icke konstateras. Av dessa försök representerar i varje fall de två förra deformationsskede 3: ringspricka konstaterades nämligen vid 13 resp. 8 ton (krypförsöken ägde rum vid 13,2 resp. 9,2 ton). I det senare fallet saknas liknande observationer.

Från de försök med retarderande förlopp, vid vilka tidsförloppet var exponentiellt och konstant deflektion hunnit uppnås, har tidskonstanten k^2 i Kerrs uttryck 26 a evaluerats. De värden som därvid erhållits framgå av tablå 3.

Tablå 3. Tidskonstanten i några retarderande krypförlopp

Försök	Last ton	Mätningens varaktighet min	k^2 min^{-1}
2:9 B	16,4	107	0,034
1:3 (G)	36,4	234	0,018

Slutsatser och diskussion: Krypförsöken ha visat att den genom ren krypning vid konstant last erhållna deformationsprofilen innanför ca 10 m radie från belastningscentrum kan approximeras med såväl Meyerhofs som Kerrs modeller. Utanför denna radie förekomma i verkligheten i vissa fall överhöjningar, vilka saknas i båda modellerna. Styvhetsparametern λ i Kerrs modell, vars medelvärde var 0,15 m^{-1}, och som är ett mått på isplattans styvhet (ju större λ desto böjligare platta) kan jämföras med λ-värden erhållna vid ryska krypförsök inom intervallet $0{,}004 \leq \lambda \leq 0{,}19$ m^{-1} med medelvärdet 0,1 m^{-1} (22). Tidsmässigt ha krypförloppen från deformationsskedena 1 och 2 varit retarderande, från skede 3 fortgående mot genombrott.

Krypförsöken leda till slutsatsen att isen under konstant last deformeras som om flytning sker i kristallgränserna i en utsträckning, som motsvarar viskositetskoefficientvärdet $2 \cdot 10^{10}$ poise. Vid balk- och tungböjförsöken i samband med de fysikaliska undersökningarna erhöllos η-värden av storleksordningen 10^{13} poise. I detta fall har utvärderingen baserats på formler för ren böjning, dvs. deformation genom skjuvspänningar har helt försummats. Viskositetskoefficienterna äro därför icke jämförbara.

Den stora variationen av λ ($0{,}02 < \lambda < 0{,}30$ m^{-1}) mellan olika mätplatser medför att olika krypförlopp bli sinsemellan mycket olika. Detta framgår av fig. 3:9, där krypförloppen visats för varje belastning för sig; krypdeformationen är angiven per ton belastning. Uppenbart är att skillnaden mellan olika försök vid samma last är större än skillnaden mellan olika belastningar: efter 20 minuters krypning var deformationen 0,5 - 2 mm/ton oberoende av belastningen. Undantag utgör visserligen 6,4-tonsförsöken, där i stället 2 - 4 mm/ton kunnat iakttagas, men avvikelsen är endast skenbar och beror på belastningssättet. Vid försöken 2:2 och 2:4 är krypförloppet nämligen återgivet från det ögonblick, då pontonen nått belast-

ningsplatsen; i det inledande krypavsnittet är därför tillika med den plastiska deformationen även inkluderad hela den retarderat elastiska. I försöken vid andra belastningar är förloppet däremot återgivet från det att den långsamma belastningsökningen upphörde; endast en mindre del av deformationen torde därför i detta fall vara retarderat elastisk.

I detta sammanhang bör erinras om den av Hjelmström påpekade möjliga korrelationen mellan kryphastighet och genombrottslast (jfr p. 40). Kryphastigheten är uppenbarligen en funktion av parametrarna λ och k^2. Möjligt är att stor villighet i isen att krypa också medför relativt låg genombrottslast. Det föreliggande observationsmaterialet tillåter emellertid inga slutsatser i denna riktning, beroende på det ringa antalet försök och de stora absoluta felen i deformationens storlek. Ett fall finnes dock, där krypningen varit ringa och genombrottslasten högre än vid övriga försök, nämligen 1:3 (G). Låg istemperatur var här orsak till båda förhållandena.

3.23. Deformationsändring vid avlastning

I samband med plasticitetsförsöken både 1959 och 1961 följdes deflektionsändringen efter avlastning, dvs. efter bortforslandet av lasten. Data ang. dessa försök framgå av tabell 2:2. Försöken visa att full återgång till nollnivå ej skedde inom den tidsperiod mätningarna omfattade med undantag för försök P 360 under aprilperioden, då isen var av dålig kvalitet med förhållandevis ringa styvhet.

Studeras B-försökens avlastningsförlopp närmare, finner man att återgången till den vid observationernas upphörande kvarstående deformationsnivån sker exponentiellt: tidskonstanten är vid 0°-ig is ca 0,5 min^{-1}, vid is med temperaturen $-1,5^{\circ}$ i mittskiktet 0,8 min^{-1}. Detta visar, liksom maximideflektionen vid de tidigare diskuterade krypförsöken, hur redan en sådan ändring av istemperaturen ger istäcket större styvhet. Av jämviktsskäl finnes dock anledning förmoda att återgång till nollnivån skulle ha observerats även för vinterisen, såvida observationerna fått fortgå tillräckligt lång tid.

3.3 Gränslastformel

Sedan tillämpliga modeller för isens deformation nu diskuterats, fordras för utväljande av en lämplig gränslastformel kännedom om isens hållfasthet vid de belastningsförsök, varom här är fråga. I samband med de fysikaliska mätningarna (39:1,40) utfördes mätningar av isens böjhållfasthet (se fig. 1:1) genom provbelastning av dels ur isen upptagna balkar, vilka belastades i centrum eller i tredjedelspunkterna, dels i isen frisågade konsolbalkar, vilka ändbelastades. Kraften anbragtes så att dragspänningar erhöllos i isens undre del. Belastningshastigheten var sådan att brott uppnåddes efter några minuter. Samtliga mätningar voro utförda vid istemperaturer nära 0°. Som medelvärde för samtliga vinterisbestämningar, vid vilka brott uppnåddes, erhölls värdet $6{,}4 \pm 0{,}8$ kp/cm² (95% konfidensintervall). Tages hänsyn till att brott i vissa fall ej uppnåddes, ligger medelvärdet för böjbrottgränsen över detta värde. Böjhållfasthetsvärdena äro beräknade under antagande av elastiskt böjmoment. Någon signifikant skillnad mellan stöpis och kärnis kunde icke konstateras vid mätningarna med dessa provkroppar. Vid de försök som utfördes med mindre provkroppar (små provbalkar resp. ringar) erhölls dock tydlig skillnad: stöpisens hållfasthet var lägre än kärnisens (se fig. 1:1). Resultatet sammanhänger, som tidigare påpekats, med att sannolikheten för att felställen skall förekomma i det maximalt belastade snittet i provkroppen ökar snabbare med kroppens dimensioner för kärnis än för stöpis, beroende på den avsevärt mindre kristallstorleken i senare fallet. I förevarande fall är det resultatet från makroförsöken som bör betraktas som representativt. I formeln för isens teoretiska gränslast under de båda försöksvintrarna torde därför böjbrottgränsen 6,5 kp/cm² kunna betraktas som representativ.

I det föregående har konstaterats att isen vid kontinuerligt ökande belastning deformerats approximativt i enlighet med följande tablå:

Tablå 4. Modellgiltighet i olika deformationsskeden. Långsam belastningsökning

deformationsskede	modell	verknings-radie ℓ (m)	slutgräns
1	Wyman	6,5	radiella under-kantssprickor
2 a ytterdel:	Wyman		w/P-brytpunkt
2 a närmare centrum:	Nevel	6,5	w/P-brytpunkt
b	Nevel	$<$ 6,5	ringspr.
3	Nevel	successivt lägre ℓ-värde	genombrott

Brottslasten då radiella sprickor bildas vid isens underyta bör anges av uttrycket 9, gränslasten då första ringspricka slår upp av Nevels brottslast, båda beräknade med verkningsradievärdet 6,5 m, vilket svarar mot elasticitetsmodulen 25.100 kp/cm² (momentan + retarderad elasticitet enligt balkbelastningsförsöken (39:1)). Gränslasten för det slutliga genombrottet bör även den erhållas från Nevel men efter insättande av ett lägre värde för verkningsradien ℓ, motsvarande sekantmodulen vid den använda låga belastningshastigheten. Denna verkningsradie kan uppskattas på följande sätt: i de båda särskilt studerade försöken S 200 och S 240 motsvarade deflektionsprofilerna i slutskedet i området innanför ca 7 m radie verkningsradien $\ell = 3$ m. Vi förutsätta att σ/ε-kurvan kan uppdelas i två steg, det första med E-modulen 25.100 kp/cm² tillämpligt upp till brytpunktslasten, det senare med E-modulen 1100 kp/cm² (motsvarar $\ell = 3$ m) och tillämpligt upp till brott. Kvoten mellan genombrottslasten och brytpunktslasten ligger enligt det föregående i intervallet 1,2 till 2,2 (jfr fig. 3:6) vilket ger medelvärdet 1,7. Gränsspänningen mellan de två σ/ε-intervallen antages därför svara mot 1/1,7, dvs. 0,6 av brottgränsen. Detta leder till verkningsradien 4,3 m. Ovanstående resonemang leder till följande belastningsvärden för de olika brottsstadierna:

Brottsskede	Gränslast-formel	Verknings-radie	Gränslast-värde	
radiella sprickor	Wyman	$\ell = 6{,}5$	$P_U = 5{,}1\ h^2$	(35 a)
första ringspricka	Nevel	$\ell = 6{,}5$	$P_R = 10{,}8\ h^2$	(35 b)
slutligt genombrott	Nevel	$\ell = 4{,}3$	$P_G = 12{,}7\ h^2$	(35 c)

Eftersom även Meyerhofs deformationsprofiler visat sig tillämpliga bör också dennes gränslastformel vara tillämplig. Till detta finnes anledning återkomma i anslutning till en senare diskussion av olika gränslastformler (se avsnitt 3.44).

3.4 Sprickbildning och genombrott

3.41 Radiella underkantssprickor

I samband med vissa belastningsförsök ha tydliga knakanden i isen kunnat höras, vilka hänförts till uppkomst av radiella underkantssprickor i istäcket. I några fall ha dykare kunnat konstatera stjärnformiga sprickor på isens undersida. Fenomenet har inträffat vid nedan angivna belastningsvärden.

Tablå 5. Radiella underkantssprickor

Försök	Belastn.värde P_U/h^2 (kp/cm²)
S 40	5,4
S 40	12,0
S 60	9,4
1:3 (G)	10,4

Enligt det föregående borde radiella underkantssprickor ha börjat utbildas vid genomsnittliga belastningsvärdet 5,1 kp/cm² (uttryck 35 a). Tabellen visar att belastningsvärdet i verkligheten varierat mellan 5,4 och 12,0 kp/cm². Emellertid svarar knakandet icke med säkerhet mot något entydigt skede i utbildandet av de radiella underkantssprickorna. Sprickorna utbildas ju successivt och knakandet bör därför kunna härröra från både tidiga och sena skeden av denna sprickbildning, vilken bör tänkas försiggå stegvis. Resonemanget bekräftas av att i försök S 40 två olika knakanden kunnat höras, varav det första torde

ha motsvarat ett tidigt skede av sprickbildningen och det andra ett senare skede.

3.42 Ringsprickor

I samband med 1959 års försök gjordes endast översiktliga observationer av ringsprickornas utseende och enbart i vissa fall noterades tidpunkterna för deras uppkomst. Under 1961 års försök gjordes observationerna noggrannare. Samtliga observationer ha sammanställts i tabell 2:1. Skisser över iakttagna sprickor under 1961 återgivas i fig. 3:10.

I ett idealt istäcke skulle sprickorna ha förväntats slå upp i ordning utifrån inåt. Observationerna (totalt 5 försök) ge icke stöd härför, men isen var till följd av rikligt förekommande köldsprickor ojämn till sin kvalitet. Detta framgår av skisser i fig. 3:10, där även sprickorna före belastningarna återgivas.

I följande tabell ha sammanställts belastningsvärden, svarande mot första ringsprickans uppkomst samt beräknade och observerade värden för största ringsprickeradien.

Tablå 6. Ringsprickors uppkomst

	Försök	Belastn.-värde P_R/h^2 (kp/cm²)	Verknings-radie (m) ur E-modul (ekv. 4 b)	Största ringsprickeradie c_R (m) Observ.	Beräkn. Assur (ekv. 20)	Beräkn. Joh. (ekv. 15)
vinteris	S 40	>12,4	6,9	-	14,3	9,4
	S 240	9,2	6,5	10,6	13,5	9,1
	2:2 G	13,0	7,5	11,3	16,5	10,0
	2:4 G	14,5	7,5	13,2	16,5	10,0
	2:6 (G)	15,8	7,5	13,6	16,5	10,0
	2:8 G	10,2	7,5	12,0	16,5	10,0
	1:3 (G)	>16,5	7,5	-	16,5	10,0
	Medelvärde					
	a) vinteris 0°	11,9				
	b) " samtl.	>13,2				
våris	S 300	8,8	4,9	7,4	10,2	7,5
	S 320	5,3	4,9	5,5	10,2	7,5

Tabellen visar, att första ringspricka slår upp vid starkt varierande belastningsvärde. Enligt det tidigare skulle ringsprickan i genomsnitt ha förväntats uppkomma vid belastningsvärdet 10,8 kp/cm² på vinteris (uttryck 35 b); på våris givetvis tidigare. I verkligheten iakttogs detta skede för nollgradig is vid det genomsnittliga belastningsvärdet 11,9 kp/cm². Speciellt höga belastningsvärden erfordrades vid två av de försök, vid vilka istemperaturer under 0° förekommo, försöken 2:6 (G) och 1:3 (G) (jfr diskussionen av krypningen vid 36,4 tons last, p. 55). Vid det tredje försöket med negativ istemperatur, S 40, drevs belastningen ej längre än till 12,1 kp/cm².

Jämförelse mellan observerade och beräknade ringsprickeradier visar att Johanssons formel 15 för vinteris leder till 10-30% för låga radier, Assurs formel 20 till 20-40% för stora radier. Det representativa radievärdet ligger således ungefär mitt emellan de ur Assurs resp. Johanssons uttryck beräknade värdena. Båda beräkningarna ha då baserats på enligt formel 4 b beräknade verkningsradier, varvid E-modulen hämtats från de fysikaliska balkförsöken.

3.43 Genombrott

De belastningsvärden, som svara mot genombrott resp. - i de fall då belastningen icke ledde till genombrott - maximal last, framgå av tab. 2:1 och ha sammanställts i nedanstående tablå. Där anges också stöpishalten, förtrafikeringens omfattning samt ett mått på belastningstiden, t_{ekv} (se närmare nedan, avsnitt 3.442).

Tablå 7. Genombrott

	Försök	Gränsl. värde P_G/h^2 (kp/cm²)	Belastn. tid t_{ekv} (min.)	Stöpishalt α	Förtrafikering belastn. värde (kp/cm²)	Förtrafikering ant. pass.
Genombrott vinteris 0°	S 60	11,5	44,6	0,56	1,4	12
	S 80	11,3	13,2	0,52	1,5	150
	S 100	13,0	26,4	0,53	1,5	150
	S 120	17,6	25,9	0,37	4,0	4
	S 140	13,4	45,6	0,39	5,1	4
	S 200	15,0	16,9	0,38	4,2	100
	S 240	20,4	23,0	0,41	5,6	21
	2:2	16,5	46,0	0,19	-	-
	2:4	16,1	33,8	0,24	-	-
	2:8	17,2	31,6	0,17	-	-
	Medel	15,2				

	Försök	Gränsl. värde P_G/h^2 (kp/cm²	Belastn. tid t_{ekv} (min.)	Stöpis-halt α	Förtrafikering belastn. värde (kp/cm²)	ant. pass.
Ej genombrott vinteris < 0°						
	S 40	>12,0	65,0	0,36	5,1	4
	2:6	>15,8	255	0,15	-	-
	1:3	>16,5	199	0,26	-	-
Våris						
	S300	9,5	20,0	0,47	-	-
	S320	6,1	26,4	0,54	-	-
	S340	3,8	36,7	0,43	-	-

För gränslastvärdet vid de försök, som ledde till genombrott, erhålles medelvärdet 15,2 kp/cm². Detta värde kan jämföras med det skattade värdet 12,7 kp/cm² (uttryck 35 c).

Speciellt stora variationer i gränslastvärdet förekommo under marsförsöken 1959 under det att februariförsöken gåvo mera samlade värden. Jämföras februariförsöken 1959 med 1961 års försök (också utförda under februari) och inskränkes jämförelsen till försök med istemperaturen 0°, visa 1959 års försök ett lägre medelvärde än 1961 års: 11,9 resp. 16,6 kp/cm². Skillnaden är signifikant på 97,5%-nivån; den diskuteras nedan p. 70 ff.

I tre fall uppnåddes icke genombrott: S 40, 2:6 (G) och 1:3 (G), i de två sistnämnda trots 36,4 tons last. I samtliga dessa försök var isens temperatur under 0°.

Tre av försöken S 300-340, utfördes på våris, dvs. is som genom instrålning uppluckrats i kristallfogarna. Vid dessa tre genombrott utstansades det slutliga hålet efter lastens form och icke såsom vid övriga genomlastningar cirkulärt. Gränslastvärdet var avsevärt lägre än vid vinterförsöken.

3.44 Diskussion av genomlastningsförsöken

Den genomsnittliga genombrottslasten vid kontinuerligt ökande belastning motsvarar 15,2 kp/cm². Detta gäller nollgradig is med stöpishalter varierande mellan så vida gränser som 15 och

56%, vilket torde utgöra ett för svenska förhållanden representativt intervall. Undersökningen av isens deformation har visat att Nevels brottslastkriterium bör vara tillämpligt ända upp till belastningens slutfas såvida ett relativt lågt värde väljes för verkningsradien ℓ (4,3 m). Detta innebär helt enkelt att man för att ha rätt att betrakta isen som "elastisk" vid den aktuella långsamma pålastningen måste räkna med en sekantmodul i stället för med den rena elasticitetsmodulen. Det härur skattade värdet för brottslasten, erhållet efter insättning av böjhållfasthetsmedelvärdet 6,5 kp/cm², är 12,7 kp/cm². Tidigare har påpekats att Nevel underskattar gränslasten genom att helt bortse från inbördes påverkan mellan angränsande kilar. Perssons formel bör ge bättre värde: med verkningsradien 4,25 m leder den till skattningen 15,2 kp/cm², vilket överensstämmer med det experimentellt erhållna medelvärdet för genombrottslasten.

Emellertid avse samtliga gränslastformler rätteligen den last då första ringspricka slår upp. De olika formlernas angivelse härav sammanställas nedan; i samtliga fall har antagits ℓ = 6,5 m; i de idealplastiska modellerna har vidare antagits att flytgränsen σ_c = brotthållfastheten σ_B, dvs. 6,5 kp/cm².

Tablå 8. Ringsprickebelastning enligt olika modeller

Formel	Ekv.	P_R/h^2 (kp/cm²)	Antaget gränsmoment
Nevel	-	10,6	elastiskt
Meyerhof	12	10,3	"
Persson	16	13,2	"
Assur	19	24,4	plastiskt
Meyerhof	13	23,3	"
"	18	23,3	"

Försöken ge för motsvarande belastningsvärde medelvärdet 11,9 kp/cm². Nevels och Meyerhofs angivelser för radiellt sprucken, elastisk platta stämma således relativt väl med det på observationer baserade genomsnittsvärdet. Däremot ger Perssons formel nu en viss överskattning av gränslasten.

De på plastisk modell baserade formlerna ge samtliga en grov överskattning av ringsprickelasten (motsvarande storleksordningen 100 %). Eftersom Meyerhofs idealplastiska platta tidigare visats vara en modell tillämplig för isens deformation under last praktiskt taget ända upp till brott, borde motsvarande gränslastformel 18 också vara tillämplig. Enligt den tidigare diskussionen av denna modell bör verkningsradien därvid reduceras till ca 4 m. Detta motsvarar i det aktuella belastningsfallet relativa belastningsradien 0,44, vilket enligt fig. 1:3 leder till ett gränsmoment motsvarande 0,058 av gränslasten. Med det tidigare antagandet att krypgränsen σ_c motsvarar böjhållfastheten σ_B, dvs. 6,5 kp/cm², erhålles med plastiskt gränsmoment gränslastvärdet P/h^2 28 kp/cm². I genomlastningsförsöken hade ringspricka i genomsnitt uppkommit vid P/h^2 12 kp/cm². Meyerhofs idealplastiska modell leder till detta gränslastvärde först om krypgränsen reduceras med 11/28, dvs. till 2,5 kp/cm². Böjhållfasthetsvärdet 6,5 kp/cm² var bestämt genom balkbelastningsförsök, genomförda med några minuter upp till brott. Här ifrågavarande genomlastningsförsök krävde i stället ca $\frac{1}{2}$ timme upp till brott. Att krypgränsen vid så långsam belastning svarar mot endast 40 % av böjhållfastheten i förra fallet verkar icke orimligt. Emellertid har Meyerhof, som tidigare nämnts, påpekat att kryphållfastheten vid mycket långsam belastning kan vara så låg som 25 % av nämnda böjhållfasthet. Detta ger anledning förvänta att σ_c-värdet och därmed gränslastvärdet P/h^2 kan bero av belastningens varaktighet. Sistnämnda förhållande har iakttagits av Assur (3); på basis av experimentella data har denne visat att ett samband råder mellan det belastningsvärde som medför brott och belastningens varaktighet dvs. parkeringstiden. Han har också funnit att sedan första ringspricka uppkommit en viss "nådatid" kvarstår, vilken är längre ju lägre belastningsvärdet är. Tyvärr saknas i Assurs artikel närmare uppgift om typ av is, istemperatur etc. Assurs data avse en belastningsradie omkring 6 ft, motsvarande 1,8 m, dvs. i stort sett samma belastningsradie som vid de svenska försöken kommit till användning.

Den föregående diskussionen har avsett modellgiltighet samt ett genomsnittsvärde för istäckets gränslast. Av praktiskt intresse är emellertid även bärigheten i det enskilda fallet. Undersökningen var upplagd så att inverkan på bärigheten av trafikering skulle kunna utrönas. Observationsmaterialet har därjämte studerats avseende inverkan på gränslastvärdet av belastningens varaktighet samt av stöpisandelen i istäcket.

3.441 Inverkan av stöpisandelen

Att stöpisandelen har betydelse för bärigheten har, som tidigare nämnts, ofta förutsatts; det har tagit sig uttryck i praxis att medräkna stöpisens tjocklek endast till halva dess verkliga värde. Såväl hållfasthetsmätningarna i anslutning till denna undersökning som de i litteraturen redovisade, vilka diskuterats i avsnitt 1.24, tyda emellertid på att någon signifikant skillnad i hållfasthet icke föreligger, då det provbelastade tvärsnittet är stort ($> 10^3$ cm^2). Det finnes således ingen anledning att på basis av hållfasthetsförhållanden tro att något stöpisberoende skall föreligga. Däremot skulle, såsom påpekats av Odqvist (53), ett sådant beroende uppträda såvida stöpisen och kärnisen hade olika deformationsegenskaper.

Såväl Nakayas som speciellt Hitchs i sektion 1.23 redovisade reaultat ge anledning förvänta lägre E-modul för stöpisen än för kärnisen. Isens elasticitetsmodul bestämdes vid de fysikaliska försöken genom böjning av ur istäcket utskurna balkar; vid utvärderingen förutsattes ismaterialet i balken vara homogent. Någon bestämning av E-modulvärdena för de två isskikten var för sig utfördes däremot aldrig. Följande värden erhöllos (39:1, 40).

Tablå 9. Elasticitetsmodul enligt fysikaliska försöken (istäcket förutsatt homogent)

År	Andel stöpis	E-modul (kp/cm^2)
1959	0,44	25100
1961	0,24	31300

Dessa värden visa att isen var styvare 1961, då stöpisandelen var lägre; detta överensstämmer med förväntningen att stöpis har lägre E-modul än kärnis. Möjlighet finnes att på basis av tablåns två värden beräkna motsvarande moduler för vardera istypen. Om E′ betecknar den E-modul, som framräknats med förutsättningen att materialet i balken varit homogent, kan man visa (appendix 2) att

$$E' = \zeta \cdot E_k \qquad (36\ a)$$

där E_k är kärnisens E-modul och ζ är en funktion av dels stöpisandelen α, dels kvoten mellan stöpisens E-modul E_s och E_k:

$$\zeta = 1 - \frac{\alpha\beta}{1 - \alpha\beta}(3 - 6\alpha + 4\alpha^2 - \alpha^3\beta) \qquad (36\ b)$$

där $\beta = 1 - E_s/E_k$ (36 c)

Förutsättes skillnaden mellan E-modulvärdena i tablå 9 bero på olika E-moduler i stöpis- resp. kärnisskikten, erhålles med uttrycken 36 relationen

$$E_s = 0{,}3\ E_k$$

Denna relation leder till följande E-värden för vardera istypen

kärnisen: $E_k = 48000$ kp/cm²

stöpisen: $E_s = 14000$ "

Kvoten mellan de två modulerna är avsevärt lägre än vad Hitch erhöll för kärnisskikt av olika kristallstorlek. Detta är dock knappast överraskande, eftersom stöpiskristaller äro avsevärt mindre än kärniskristallerna. Däremot äro kärnisvärdena oväntat höga vid jämförelse med Hitchs värden.

Enligt vad ovan framgått bör E′-värdet, dvs. det E-modulvärde som skulle ge samma deflektion vid samma yttre belastning om ismaterialet vore enhetligt, avtaga med tilltagande stöpisandel i istäcket. Detta leder till att vid oförändrad istjocklek verkningsradien ℓ (ekv. 4 b) också avtar med ökande α. Vid en och samma belastningsradie a ökar då relativa belastningsradien a/ℓ, vilket ger till följd att maximala böjmomentet vid en viss belastning

sjunker (fig. 1:3). Om vi benämna reduktionsfaktorn för detta $\varkappa$, dvs. $(M/P)_{\alpha} = \varkappa \cdot (M/P)_{\alpha=0}$, kommer gränslastvärdet att öka med faktorn $1/\varkappa$, såvida spänningsfördelningen förblir oförändrad. Vid här aktuella värden på belastningsradie och fattjocklek är $\varkappa$ av storleksordningen 0,9 eller större. Denna höjning av gränslast är därför högst 10% vid övergång från ren kärnis till 50% stöpis i istäcket.

Spänningsfördelningen över en sektion, sammansatt av två islager med olika E-modul är emellertid olik fördelningen vid enhetligt material, jfr fig. i appendix 2: böjspänningen i gränsen mellan kärnis och stöpis kommer att för låga stöpisandelar dominera över kantböjspänningen i stöpisen. Om för kvoten E_s/E_k förutsättes gälla det ovan erhållna värdet 0,3, råder nämnda förhållande upp till α ca 0,4. För låga α-värden är dragspänningen vid kärnisytan t.o.m. något större än dragspänningen vid ytan av en ren kärnissektion vid samma angripande moment. För större α-värden är däremot nämnda dragspänning genomgående lägre än kantböjspänningen i ren kärnis. Tryckspänningen vid kärnisens underyta är däremot vid samtliga α-värden större än vad den skulle varit i ren kärnis. Det förefaller därför inte uteslutet att närvaro av ett stöpisskikt kan skapa förutsättning för att brottet i sektionen startar som ett tryckbrott vid istäckets undersida i stället för som ett dragbrott vid dess yta. För att kunna avgöra förutsättningarna härför krävs emellertid bättre kännedom om isens tryckhållfasthet vid de sektionsarbetor som här äro aktuella. Utan kännedom om relationen mellan draghållfasthet och tryckhållfasthet är det inte möjligt att sluta sig till beroendet mellan gränslastvärdet vid brott och stöpisandelen i istäcket. Påpekas bör, att ovanstående resonemang baserats på förutsättningen att Bernouillis antagande gäller för isens böjning samt att samma E-modul råder för dragning och tryck. Detta innebär bl.a. att skjuvspänningarnas inverkan är helt försummad.

Speciella svårigheter torde i detta hänseende uppkomma, då stöpisandelen är så hög att skjuvspänningen i sektionen får sitt maximum nära fogen mellan stöpis- och kärnisskikten. Därvid

råder nämligen risk för glidning mellan skikten, varigenom gränslastvärdet kan reduceras.

I fig. 3:12 återgivas för vinteris gränslastvärdena vid genombrott som funktion av den rådande stöpisandelen. I stort visar diagrammet följande:

- 1961 års värden ligga samlade; de kännetecknas av låga α; ingen förtrafikering hade utförts på platsen för dessa försök
- 1959 års februarivärden ligga samlade men med låga gränslastvärden; de kännetecknas av höga α och hög trafikeringsintensitet före genomlastningen
- 1959 års marsvärden ligga starkt spridda; de kännetecknas av måttliga α (ung. 0,4) och varierande trafikeringsintensitet före genomlastningen.

Marsvärdesvariationerna ge möjlighet studera inverkan från andra faktorer än stöpisandelen, eftersom denna är relativt konstant inom denna grupp. Fyra försök föreligga med följande kännetecken (belastningstiden i tablån motsvarar den ekvivalenta belastningstid som definieras nedan i avsnitt 3.442):

Tablå 10. Analys av marsförsöken 1959

Försök	Avvikelse från gränslastmedelvärde 1961 (kp/cm²)	Omfattning av förtrafik (ant. pass.)	Belastningstid (min.)
S 240	+4	21	23
S 120	+1	4	25
S 200	-1,5	100	17
S 140	-3	4	50

Primärt framgår här inverkan av belastningstiden: vid ringa förtrafikering leder låg belastningstid till högt gränslastvärde och omvänt. Det enda försöket med intensiv förtrafikering, vilket med hänsyn till belastningstidens korthet borde haft högt gränslastvärde, har i stället lågt sådant. Detta kan tolkas så att hög

trafikeringsintensitet sänker gränslastvärdet. Inverkan av stöpisandelen går emellertid inte att bedöma ur fig. 3:12 med hänsyn till förhållandet att låga α enbart förekomma i kombination med låg trafikeringsintensitet, höga α enbart i kombination med antingen hög trafikeringsintensitet eller lång belastningstid.

3.442 Inverkan av belastningens varaktighet

Att samband bör råda mellan belastningens varaktighet och gränslastvärdet har tidigare omnämnts (p. 66). Det har också experimentellt konstaterats av Assur (3) och bekräftas ytterligare av de fåtaliga försöken i ovanstående analys. Varaktighetsberoendet sammanhänger med krypfenomenet: om krypning får pågå under en viss tidsperiod tillfogas materialet genom mikrosprickor o.dyl. desto större skada ju större lasten är. Sådan krypning leder därför till brott på en tidsperiod, vars längd avtar med ökande last.

I fig. 3:13 visas gränslastvärdet P_G/h^2 som funktion av belastningstiden. I diagrammet har även inritats det av Assur konstaterade sambandet. Eftersom belastningen vid försöken stegrats mer eller mindre kontinuerligt upp till brott, har som parameter valts en ekvivalent belastningstid t_{ekv} så definierad att samma tidsintegral skulle erhållits vare sig full last P_G påförts momentant och fått verka under tiden t_{ekv} eller lasten stegrats på det sätt som verkligen skett:

$$t_{ekv} = \frac{\int_0^T P(t)\,dt}{P_G} \qquad (37)$$

där P(t) anger den verkliga lasten, T den totala belastningstiden.

Punkterna i diagrammet kunna indelas i fyra olika grupper:

- flertalet vinterförsök med 0°-ig is ligga samlade längs en med Assurs kurva parallell linje, belägen ca 2 kp/cm² under densamma
- fyra försök ur samma kategori bilda emellertid en grupp för sig med lägre gränslastvärden
- vinterförsök med is under 0°C visa gränslastvärden avsevärt över Assurs kurva

- vårisförsöken från aprilperioden 1959 bilda en separat grupp med särskilt låga gränslastvärden.

Den avvikande gruppen av vinterförsök med 0°-ig is framgår av följande tablå. Med "normalkurvan" avses där den ovannämnda, 2 kp/cm² under Assurs kurva belägna kurvan för 0°-ig, obetydligt förtrafikerad vinteris.

Tablå 11. Analys av vinterförsök med låga gränslastvärden

Försök	Avvikelse från "normalkurvan" (kp/cm²)	Stöpisandel %	Omfattning av förtrafik (ant. pass.)
S 200	-5	0,38	100
S 100	-5	0,53	150
S 80	-9	0,52	150
S 60	-4	0,56	12

Jämförelse med tabell 1:3 visar att samtliga försök med hög trafikeringsintensitet ligga representerade i denna grupp. Det sista försöket, vid vilket trafikeringsintensiteten var låg, måste emellertid förklaras på annat sätt. Vid detta försök observerades efter genombrottet, att brott inträffat i fogen mellan kärnisen och stöpisen, så att kärnisflak och stöpisflak förekommo separat i vaken. Den inverkan som i detta fall föreligger torde därför härröra från skjuvspänningen i fogen mellan de två isskikten.

Vårisförsöken visa också ett med ökande belastningstid avtagande gränslastvärde. Emellertid kan en del av gränslastvärdets avtagande här bero på successivt försämrad iskvalitet mellan försökstillfällena.

3.443 Utmattning genom trafikering

Av den tidigare analysen har tydligt framgått, att gränslastvärdet undergått en sänkning i de fall trafikeringsintensiteten dagarna före genomlastningen varit hög. Lågt gränslastvärde har därvid konstaterats föreligga i samtliga de fall, då antalet passager varit 100 eller mer; däremot kunde ingen inverkan

iakttagas i det fall, då 21 passager förekommit, dvs. försök S 240, trots att utmattningsfenomen kunnat konstateras på annan plats längs banan, nämligen där nedväxling regelbundet verkställts i samband med vändningen efter utåtgående passager. Utmattningen hade där tagit formen av ett antal bågformiga sprickor med 1-1½ m inbördes avstånd i förening med skjuvsprickor längs de båda bandspåren. Sprickorna voro utåt konvexa och av samma typ som i samband med de dynamiska försöken konstaterats slå upp framför ett fordon, framfört med hastighet nära den kritiska (jfr nedan under 4.5).

Materialet är inte tillräckligt stort för att visa, huruvida belastningsintensiteten i samband med trafikeringen har någon betydelse för utmattningsfenomenet, vilket i och för sig vore rimligt. Belastningsvärdet varierade mellan 1,4 och 5,6 kp/cm². 100 passager med belastningsvärdet 4,2 kp/cm² förefaller att ha medfört lika stor sänkning av gränslastvärdet som 150 passager vid 1,5 kp/cm² belastningsvärde. I båda fallen framfördes fordonen med hastigheten ca 30 km/h (tab. 2:3).

Intressant är att konstatera att i fig. 3:13 punkterna representerande försöken S 200, S 100 och S 60 ligga på en gemensam kurva under det att försök S 80 ligger under denna kurva. Detta kan eventuellt tyda på att i sistnämnda fallet brott skett i fogen mellan stöpis och kärnis, vilken effekt i så fall bör ha adderats till utmattningseffekten. Observationer saknas dock.

3.45 Diskussion av krypförsöken

Frågan hur länge en på istäcket anbragt last kan stå parkerad utan risk för genombrott beror av den uppkommande krypdeformationen i istäcket; anledning finnes att förutsätta att krypbrott uppkommer vid en viss töjning, oberoende av kryphastigheten. På detta förhållande tyda ryska försök av Kobeko et al.[1] Kryphastigheten är enligt Kerrs i föreliggande undersökning diskuterade modell vid konstant last proportionell mot belastningen. Parkeringstiden bör följaktligen avtaga vid ökande

[1] Kobeko, P.P. & Shishkin, N.E. & Marey, F.I. & Ivanova, N.S. Plastic deformation and viscosity of ice. 1945. Se referat i (38) p. 131.

belastningsvärde, såsom Assurs data visat (3). I fig. 3:13 ha inlagts även data från de svenska krypförsöken på vinteris. Belastningsvärden och parkeringstider för försöken på 0°-ig vinteris äro som därav framgår genomgående så låga, att punkterna i diagrammet ligga under Assurs kurva. Samtliga krypförsök på vinteris ha uppvisat retarderande krypförlopp. I allenast ett fall på 0°-ig is har försöket fortgått så länge att jämviktsläge kunnat konstateras (2:9 B): det var uppnått efter ca 80 min. och övervakades i ca 30 min. därutöver. Motsvarande belastningsvärde var 7,3 kp/cm². Observationstiden torde dock få anses för kort för att bedöma huruvida jämvikten verkligen skulle bibehållits eller om krypning skulle startat ånyo för att i ett senare skede leda till genombrott.

Data från försök 1:3 (G) på is av temperatur under 0° ger en punkt högt över Assurs kurva. Försök 2:6 (G), vilket ägde rum med negativ temperatur endast i istäckets övre hälft ger för data beträffande första ringsprickans uppkomst en punkt visserligen över men relativt nära Assurs kurva. Dennes förutsägelse angående nådatidens längd förverkligades dock icke: genombrott skulle varit att vänta ca 30 min. efter ringsprickans uppkomst, men ännu 125 min. därefter stod lasten kvar på isen; jämviktsläge var då uppnått. Förhållandet har i det föregående antytts orsakat av den under försöket avtagande istemperaturen (p. 55).

3.5 Sammanfattande slutsatser av de statiska försöken

De statiska belastningsförsöken, utförda på snöfri is nära smältpunkten och vid stöpishalter i intervallet 15-55% leda sammanfattningsvis till följande slutsatser:

<u>Isens deformation vid kontinuerligt men långsamt ökande last</u>

1. Isens deformation sker i tre olika skeden

- skede 1: Isen deformeras som en oändlig platta på elastiskt underlag; Wymans modell är tillämplig. Verkningsradien ℓ svarar mot det på basis av elasticitetsmodul samt rådande istjocklek beräknade värdet.

- skede 2: Isen deformeras som en delvis radiellt sönderskuren platta. Profilen antar en form motsvarande Nevels profil nära lasten och Wymans profil längre bort från densamma. Verkningsradien oförändrad.
- skede 3: Isen deformeras som en radiellt sönderskuren platta; verkningsradien blir successivt lägre då lasten ökar beroende på flytning vid stora spänningar. Verkningsradien börjar minska redan i slutdelen av skede 2. I senare delen av skede 3 uppkomma överhöjningar, medförande att den vertikala kraftjämvikten upphör; resultanten är då nedåtriktad och genombrott förestår.

2. I sambandet deformation-belastning för en punkt på $\frac{1}{2}$-1 verkningsradies avstånd från belastningscentrum framträder övergången till avtagande verkningsradie som en brytpunkt. Korrelation råder mellan brytpunktslasten och gränslasten.

Isens deformation vid konstant last

1. Isen deformeras under stående last i deformationsskedena 1 och 2 i enlighet med Kerrs modell för retarderande krypning, dvs. genom Newtonsk flytning i kristallgränserna. Profilen bestäms av längdparametern λ, som i genomsnitt varit ca 0,15 m^{-1} och tidskonstanten k^2, som varit ca 0,02 min^{-1}; mot dessa parametervärden svarar viskositetskoefficienten $2 \cdot 10^{10}$ poise.
2. I deformationsskede 3 ökar deflektionen nära belastningscentrum kontinuerligt, vilket leder till genombrott.

Gränslaster

1. Isens destruktion under successivt ökande last sker i analoga steg:
   - radiell sprickbildning under lasten
   - ringsprickor, successivt ökande i antal
   - slutligt brott, orsakat av skjuvspricka vid lastens kant.

2. Belastningsvärdet vid de olika brottsstadierna företer stora variationer:
   - radiella sprickor 5-12 kp/cm²;
   - första ringspricka 10-16 kp/cm²; medelvärde 11,9 kp/cm²
   - slutligt genombrott 11-20 kp/cm²; medelvärde 15,2 kp/cm²

3. Genomsnittliga belastningsvärden för de olika brottsstadierna ha för de aktuella belastningsförhållandena kunnat beräknas på följande sätt:
   - radiella sprickor Wymans ekvation 9
   - första ringspricka Nevels gränslast eller Meyerhofs ekvation 12
   - slutligt genombrott Perssons ekvation 16

4. Gränslasten har emellertid varierat med följande faktorer:
   - belastningens varaktighet: flertalet genomlastningsförsök på 0°-ig vinteris visa ett beroende av samma typ som visats av Assur men med något lägre gränslastvärden
   - trafikeringsintensiteten dagarna före: 100 passager medförde sänkning av gränslastvärdet ca 5 kp/cm² även vid så lågt belastningsvärde vid trafikeringen som 1,5 kp/cm². 20 passager utförda med belastningsvärdet 5,6 kp/cm² inverkade icke på gränslastvärdet på försöksplatsen, men väl vid banänden, där sänkningen var katastrofal. 10 passager eller lägre medförde ingen skönjbar inverkan
   - vid hög stöpishalt har gränslasten kunnat sänkas som följd av skjuvning i gränsen mellan isskikten.

5. Våris har lägre gränslastvärden som följd av försämrad iskvalitet.

6. Redan en liten sänkning av istemperaturen under 0°C medför såväl starkare som styvare is.

4. Bearbetning och resultat av de dynamiska försöken

Omfattningen av de dynamiska försöken har angivits i avsnitt 2.222 och framgår av tab. 2:4. Deflektionsmätningen skedde i en fix mätpunkt i samband med trafikering av de tre banorna. Istjockleken uppmättes aldrig men torde ha varierat kring ett medelvärde av ca 48 cm. Fordonsvikterna motsvarade belastningsvärdena 1,6 resp. 3,3 kp/cm²; strömtrafiken genomfördes med det högre värdet.

De dynamiska försökens deflektionsregistreringar äro, liksom de statiska, behäftade med variationer i nollnivån till följd av nivåändringar i istäcket. Vid bearbetningen av strömtrafikregistreringarna har korrektion utförts med ledning av de statiska belastningsförsöken genom utnyttjande av samtidigt utförd registrering på 12-punktsskrivaren av isnivån i obelastade mätpunkter. På grund av variationer i isens svängningar mellan olika lokaler på isen är denna korrektionsmetod dock endast approximativ (jfr p. 45). Korrektion av övriga trafikeringsförsök har utförts genom att antaga att nollnivån under ett försök ändrats med konstant hastighet. I det följande redovisas först de olika avsnitten av resultatanalysen - amplitudförstoringen, strömtrafikförsöken, inverkningsradien, dämpningen - varefter olika tillämpningar diskuteras.

4.1 Vågamplituder

Deflektionsvågen i försök A, B, D och E visas i fig. 4:1. (Nolltidslinjen motsvarar tidpunkten, då en punkt mitt emellan främsta och bakersta hjulparen passerat kontakten.) Figuren visar tydligt hur vågen genom resonans successivt ändrat form vid ökande fordonshastighet. Härvid har bogvågen tryckts samman alltmer, samtidigt som dess amplitud ökat. I fig. 4:2 visas vågens amplitud som funktion av hastigheten för de båda banorna. Med amplituden avses nivåskillnaden mellan högsta och lägsta deflektionsnivå.

Eftersom belastningen i detta fall snabbt förts fram över isen har man anledning vänta att elasticitetsmodulens värde skall

överstiga det ur de fysikaliska mätningarna bestämda värdet som inkluderar även retarderad elasticitet (tablå 9). Om man förutsätter att ekvation 22 skall gälla för resonanskurvorna i fig. 4:2 a, kan man få en uppfattning om storleken av E-modulen. För dämpningsfaktorn gäller enligt ekvation 22 (ur fallet $v = v_c$, då $\bar{w} = \bar{w}_{max}$)

$$c = \frac{\bar{w}}{2\,\bar{w}_{max}} \qquad (38)$$

Relationen mellan maximideflektionerna måste vara densamma som mellan de två lasterna, dvs. 7,7/3,8 = 2,0. Den omskrivna cirkelns radie, belastningsradien, är nämligen lika för de två fordonen, a = 2,3 m. Maximideflektionerna kan då ur figuren approximeras till 2,7 resp. 1,35 cm. I nedanstående tablå återgives vilodeflektionerna beräknade genom superposition av deflektionerna från vart och ett av fordonens hjul; belastningen har antagits punktformig och motsvarande resp. hjultryck. Beräkningen har skett enligt ekvation 6 a. Tablån upptager vidare de motsvarande c-värdena beräknade enligt formeln 38 för de tre olika E-värdena.

Tablå 11. Vilodeflektion (mm) och dämpningsfaktor vid olika E-värden

E-modul	Last 3,8 ton		Last 7,7 ton	
kp/cm²	$\bar{w}$	c	$\bar{w}$	c
30.000	5,9	0,22	12	0,22
50.000	4,9	0,19	10	0,18
90.000	3,8	0,14	7,7	0,14

I fig. 4:2 a har inritats resonanskurvan enligt ekvation 22 för dessa tre c-värden. Den kritiska hastigheten har ur ekvation 21 beräknats till 29,4 km/h. Av figuren framgår att resonanskurvan motsvarande dämpningen 0,22 för båda fordonen ligger över mätvärdena; det mellersta c-värdet återigen ger relativt god anpassning till data för den tyngre bilen men ligger

för högt i förhållande till den lättare bilens data. Det sistnämnda c -värdet slutligen ger relativt god anpassning till den lättare bilens data men sämre i förhållande till den tyngres. Slutsatsen blir då att istäckets E-modul bör ligga över värdet 50.000 men under 90.000 kp/cm^2.

För bana T 1 y erhålles enligt formel 21 den kritiska hastigheten 35 km/h. Uppenbart är att i mätpunkten maximal amplitud uppträtt vid en avsevärt högre hastighet, nämligen ca 42 km/h. Mätpunkten ligger emellertid 29 m från bancentrum, varför ekvation 22 uppenbarligen ej är giltig.

4.2 Utmattning

Strömtrafikserien F tillkom i avsikt att undersöka, huruvida en successiv amplitudtillväxt kommer till stånd genom utmattning. Som framgår av fig. 4:3, där samtliga passager i N-riktning resp. S-riktning inlagts i kronologisk ordning, kunde dock ingen sådan utmattning skönjas under 7,7-tonsvagnen. N-riktning motsvarade trafik mot grundare, S-riktning mot djupare områden. Strömtrafikförsöken visa vidare, att tydlig skillnad i vågbild råder mellan trafik i motlut (N-riktning) resp. medlut (S-riktning). Amplituden mellan bogvågens topp och belastningstratten är densamma, men aktervågen har större amplitud i motlut än medlut. Vidare är våglängden ca 25 m kortare i motlut (83 resp. 108 m). Motlut motsvarar avtagande våghastighet, medlut tilltagande.

4.3 Inverkningsradie

Av fig. 4:1 framgår, att inverkningsradien bakom fordonet ökat med hastigheten. Framför fordonet är inverkningsradien i stort sett oberoende av fordonshastigheten. Förhållandet kan studeras närmare i fig. 4:4 a-b, där inverkningsradien för ändamålet är angiven som radien till den punkt där vågamplituden motsvarar 10 resp. 5 % av maximala amplituden. Bakom fordonet ökar denna radie relativt snabbt med fordonshastigheten även över kritiska hastigheten: vid 30 km/h är inverkningsradien motsvarande 10 resp. 5 % ca 200 resp. 350 m. Motsvarande radier framför fordonet äro ca 70 resp. 150 m. Vid mycket låga hastigheter är

ifrågavarande avstånd ca 20 m såväl framför som bakom fordonet.

4.4 Dämpningen

För fastläggande av hur nära två parallella banor kunna placeras t.ex. vid möte eller omkörning har vågamplitudens avtagande med ökat avstånd från bancentrum betydelse. Som framgår av fig. 4:5 som återger nämnda samband från tre olika försöksserier (1959, 8,5 ton bandfordon; 1961 7,7 ton resp. 3,8 tons hjulfordon. 1959 års värden hämtade ur Hjelmströms diagram i litt.ref. (39:2))avtar amplituden A_r approximativt exponentiellt med ökande avstånd r, dvs. i enlighet med uttrycket

$$A_r = A_o \, e^{-\mu r} \qquad (39)$$

där A_o är amplituden i banan och μ är en reduktionsfaktor, som ligger i intervallet 0,03-0,04 m^{-1}. Reduktionen bör vara en funktion av istäckets styvhet. Sannolikt är därför att istemperaturen likaväl som stöpishalten har betydelse för faktorns storlek.

4.5 Diskussion och slutsatser

Vid <u>rörlig last</u> har erhållits förväntad amplitudförstoring genom resonans. Verkningsradien ℓ antar vid rörlig last ett högre värde än vid statisk last beroende på att σ/ε-kurvan är brantare vid hög belastningshastighet. Detta medför ett lägre värde på relativa belastningsradien och bör då leda till att gränslastvärdet för rörlig last underskrider det värde som vid de statiska försöken erhållits för stillastående last, även om någon amplitudförstoring ej föreligger. Elasticitetsmodulen har uppskattats till mellan 50.000 och 90.000 kp/cm². Om här accepteras medelvärdet 70.000 kp/cm² blir belastningsvärdet vid brott enligt Nevels kriterium ca 10 kp/cm² för de använda fordonens belastningsradier (2,3 m). Av vad som sagts i avsnitt 1.32 följer vidare att vid resonanshastigheten reduktionsfaktorn 2,5 skulle tillämpas för gränslasten. Detta leder till det extremt låga gränslastvärdet ca 4 kp/cm². Vid den istjocklek, som rådde 1961, motsvarar detta gränslastvärde

ca 9 tons belastning, vilket ligger något över den vid de dynamiska försöken använda större lasten, 7,7 ton. Vid 1959 års istjocklek däremot motsvarar detta ej mer än 6,7 tons last; trafikering med 8,5-tons fordonet medförde också att cirkulära sprickor slogo upp framför lasten, då den framfördes med hastigheten 40 km/h; denna hastighet ligger något över den kritiska, vilken uppskattats till ca 30 km/h. Emellertid var denna sprickbildning ej omedelbart kritisk, eftersom fordonet utförde ett tiotal passager på samma bana efter denna sprickbildning (jfr 3.443).

Av ovanstående torde framgå, att man, så länge belastningsvärdet vid här ifrågavarande belastningsradier ej överskrider gränsvärdet ca 4 kp/cm² kan trafikera ett nollgradigt istäcke av god kvalitet även vid den kritiska hastigheten. Överskrides detta värde torde trafik sannolikt ändå kunna ske men sprickbildning uppstår, varigenom ett visst osäkerhetsmoment tillkommer och risken för utmattning ökar. Vid låga fordonshastigheter kan isen trafikeras med upp till 2,5 ggr större belastningsvärden. I det aktuella fallet då istjockleken var 47 cm skulle detta ha motsvarat ca 22 ton.

Assur har för dynamisk belastning föreslagit E-modulvärdena 60.000 kp/cm² för kärnis och 45.000 kp/cm² för stöpis (3). För det aktuella sammansatta istäcket motsvarar detta ett E′-värde enligt uttrycken 36 av ca 53.000 kp/cm² (α = 0,24, β = 0,25). Detta är väl lågt i förhållande till det tidigare estimerade värdet ca 70.000 kp/cm².

Försöken ha givit vid handen att större aktsamhet bör iakttagas vid trafik in mot en strand än vid utfart från densamma med hänsyn till aktervågens större amplitud. Inverkningsradierna i banled äro betydliga (flera hundratal meter) nära den kri-

tiska hastigheten. De äro större bakom än framför fordonet. I sidled sker en utdämpning av vågrörelsen så att på 100 m avstånd endast 5 % av maximiamplituden kvarstår och på 150 m avstånd endast 1 %. Då dämpningsfaktorn kan väntas vara en funktion av istäckets styvhet, så att ökad styvhet medför ökad dämpning, är det sannolikt att större dämpning och mindre inverkningsradie i sidled föreligger vid istemperaturer under $0^{\circ}C$. Eftersom vidare stöpisen, enligt vad som tidigare framgått, är böjligare än kärnisen torde en ökning av stöpisskiktets procentuella andel av istjockleken medföra ökade inverkningsradier i sidled.

5. Undersökningens allmänna slutsatser. Slutdiskussion.

Resultaten från de svenska belastningsförsöken på Storsjöns is ha i det föregående redovisats under diskussion av de statiska resp. dynamiska försöken var för sig. Försöker man nu inordna desamma i ett gemensamt sammanhang framstår följande helhetsbild.

Tre olika typer av brott kunna särskiljas: elastiskt brott av statisk typ, elastiskt brott av dynamisk typ samt plastiskt brott. I försöken finnas i själva verket företrädda endast de två senare typerna, men den förstnämnda måste uppenbarligen förefinnas mellan de studerade ytterligheterna. Det som bestämmer huruvida brottet i ett enskilt fall blir elastiskt eller plastiskt är pålastningshastigheten, dvs. med vilken snabbhet spänningen bringas att stiga upp till brotthållfastheten. Är denna snabbhet tillräckligt stor är spännings-töjningssambandet lineärt och det uppkommande brottet av elastisk typ. Genom modellformlerna har gränslasten erhållits uttryckt i gränsmomentet, vilket i det elastiska fallet motsvarar $\sigma_B \cdot h^2/6$. Brottgränsen σ_B är oberoende av pålastningshastigheten över gränsen 0,5 kp/cm^2·sek. (8). Sker spänningsökningen mindre snabbt, så att spänningstöjningssambandet är non-lineärt, är det uppkommande brottet i stället plastiskt (isen förutsättes här liksom i det föregående idealplastisk). I gränslastformeln skall då insättas det plastiska gränsmomentet $\sigma_c \cdot h^2/4$. Sambandet mellan krypgränsen σ_c och pålastningshastigheten är veterligen icke närmare undersökt. Här antages att den avtager från värdet σ_B vid spänningshastigheter nära 0,5 kp/cm^2 · sek till ca 1/4 därav vid mycket långsam spänningsstegring (28). Gränsmomentet och då också gränslasten är följaktligen en funktion av pålastningshastigheten: gränslastvärdet faller med avtagande pålastningshastighet. Elastiskt brott av dynamisk typ slutligen, uppkommer då resonans mellan böjvågen i istäcket och den i den underliggande vattenmassan genererade gravitationsvattenvågen leder till amplitudförstoring för böjvågen. Detta medför också spänningsförstoring och följaktligen en reduktion av gränslastvärdet.

Hur stor belastning som ett istäcke kan utsättas för bestämmes således förutom av istjocklek, belastningsradie och brotthållfasthet också av pålastningshastigheten; maximalt gränslastvärde erhålles då gränsmomentet är plastiskt men pålastningshastigheten och därför krypgränsen ännu hög. När en belastning väl anbragts på istäcket uppkommer fråga huru länge den utan risk för genombrott kan stå parkerad på isen. Detta beror av krypningen i istäcket under lasten; kryphastigheten är enligt vad som tidigare har framgått proportionell mot belastningen. Parkeringstiden bör följaktligen vara längre ju lägre belastningsvärdet är, dvs. är en funktion av belastningsvärdet såsom Assur angivit (3). Av stort intresse är givetvis om denna funktion har någon undre gräns, under vilken parkeringstiden är oberoende av belastningsvärdet. De svenska krypförsöken ha icke fortgått tillräckligt lång tid för att säkert ge svar på denna fråga. Slutligen kan nämnas att olika sambandskurvor torde gälla mellan parkeringstid och belastningsvärde vid olika istemperatur eftersom krypförloppet är temperaturberoende.

Schematiskt kan man tydligen återgiva de olika brottstyperna i ett diagram av det slag som antytts i fig. 5:1. Gränslastvärdet P_R/h^2 återgives där som funktion av pålastningstiden, för vilken valts en logaritmisk skala. De kortaste pålastningstiderna närmast origo motsvara de snabbaste fordonshastigheterna: vid fordonshastigheter över den kritiska hastigheten har resonansfenomenet upphört, enligt vad som omnämnts i avsnitt 1.32; det elastiska brottet bör där vara aktuellt. Vid ökande pålastningstid nås den kritiska hastigheten med dess maximala spänningsförstoring genom resonans med den underliggande vattenvågen. Gränslasten sjunker härigenom ned till ca 1/4 av det elastiska värdet. Vid ökande pålastningstid når man småningom det värde som motsvarar spänningsökningen 0,5 kp/cm², vid vilken övergång sker från elastiskt till plastiskt brott, medförande en stegring av gränslastvärdet med 50%. Samtidigt sker ett byte av deformationsmodell från elastisk (Nevel eller Meyerhof ekvation 12) till plastisk (Meyerhof ekvation 13 eller 18). Därvid sker en stegring av gränslastvärdet: vid relativa belastningsradien 0,25

från den elastiska modellens ca 10 kp/cm² till 150 % av den plastiska modellens värde enligt tablå 1, dvs. till ca 21 kp/cm². Vid därutöver ytterligare ökande pålastningstid sjunker krypgränsen och därför också gränslastvärdet ned till ca 1/4 av maximala plastiska värdet. (I det här beskrivna schematiska sambandet mellan gränslastvärde och pålastningstid har icke beaktats, att verkningsradien också varierar med belastningshastigheten.)

De statiska genomlastningsförsöken motsvara i detta schema en pålastningstid av ca 30 min. och ligga enligt vad undersökningen givit vid handen (avsnitt 3.5) på den plastiska delen av kurvan. De dynamiska försöken motsvara resonansintervallet. Genom att krypning i så stor utsträckning tilläts ske i samband med de statiska försöken såväl under som efter avslutad pålastning ha dessa försök kunnat diskuteras såsom krypförsök. Därvid har visats att mellan ekvivalenta belastningstiden råder analogt samband med gränslastvärdet som Assur påvisat mellan parkeringstid och belastningsvärde.

Målsättningen vid de svenska försöken har varit att inhämta närmare kännedom om isars bärighet under olika förhållanden och hur olika faktorer inverka på densamma. De hittills utförda försöken ha avsett vissa starkt avgränsade försöksbetingelser

- nollgradig is
- långsamt ökande last
- liten belastningsradie
- stöpishalter varierande mellan 15 och 55 %

Att försöken kommit att utföras på nollgradig is bör ha medfört

- ur vissa synpunkter särskilt gynnsamma förhållanden: låg verkningsradie och därför högt gränslastvärde för en viss lasttyp;
- ur andra synpunkter däremot ogynnsamma betingelser: krypningen bör ha varit gynnad och utdämpningen av deflektionsvågen under dynamisk last låg.

Att särskild tonvikt kommit att läggas vid belastningsförsök med långsamt ökande last har berott på praktiska omständigheter. Detta

fall torde kunna ha visst intresse för bedömning av ett istäckes förmåga att uthärda virkeslaster, som tillföras avläggsplatsen successivt. I realiteten har emellertid fallet med rörlig trafiklast större aktualitet. De slutsatser som ovan kunnat dragas beträffande bärigheten i sistnämnda fall baserar sig uteslutande på teoretiska resonemang, för hastighet nära den kritiska dock underbyggt av en observation av sprickbildning i isen.

Teoretiskt har belastningsradien en icke oväsentlig betydelse för gränslastens storlek. Den vid försöken använda lastutbredningen var vald i lägre delen av det för aktuella transporter giltiga intervallet. Inom skogshanteringen torde i stället belastningsradier kring 4 m vara mera normala.

Med hänsyn till utredningens resultat och de här framförda synpunkterna på representativiteten förordas följande inriktning för fortsatta försök: Eftersom pålastningshastigheten visat sig vara av primär betydelse för gränslastvärdet böra nya storskaleförsök anordnas med ur praktisk synpunkt mera realistisk belastningshastighet. Krypförsök böra därvid utföras med avsevärt längre parkeringstider. Med hänsyn till temperaturens stora betydelse, som i denna undersökning tydligt kommit fram i vissa detaljer, är det viktigt att storskaleförsöken utvidgas till is av lägre temperatur. Därjämte böra försök utföras även med avsevärt större belastningsradie. Fältförsöken böra vidare kompletteras med systematiska studier av isens spännings-töjningskurva, dennas variation med isens temperatur och belastningshastigheten. Med hänsyn till skillnaden i deformationsegenskaper mellan kärnis och stöpis böra båda typerna studeras i nämnda avseenden. Därvid bör också beaktas att ett kärnistäcke kan ha olika egenskaper vid vertikal resp. horisontell c-axelorientering. Slutligen behöver temperaturberoendet hos isens hållfasthet studeras, lämpligen för stora provkroppar.

Stockholm den 20 mars 1963

M. Falkenmark

M. Falkenmark
t.f. 1:e statshydrolog

1961 års deformationsmätningar: kalibrering och utvärdering

Istäckets vertikalrörelser överfördes via en i bottnen förankrad wire till en potentiometer. Vid varje belastningsplats voro symmetriskt i förhållande till bancentrum utplacerade tvenne potentiometergivare. Längs samma bana förekommo fem par givare. Givarna voro samtliga inkopplade till en Philips 12-punktsskrivare PR 3210 A/00. Kopplingsschema återges i fig 2:4. Det förenklade schemat, återgivande inkopplingen av ett potentiometerpar visas i diagram dels i det enklare fall då givarna voro symmetriskt placerade så att de inkopplade motstånden voro lika (fig. b) dels vid förekomst av excentricitet dvs. givarna osymmetriskt placerade i förhållande till bancentrum (fig. a). Skrivaren är inkopplad vid L^o; närbild härav återges i fig. c.

z betecknar det variabla motståndet i potentiometern
R hela potentiometermotståndet = 5000 Ω
Δ motståndsskillnad p.g.a. excentrisk placering av mätstolparna
} på provplatsen

R_1 motstånd = 3300 Ω

L^o = variabelt motstånd, sammansatt av motståndet 3000 Ω och shuntmotståndet 150 Ω samt ett variabelt på 5000 Ω

V = batterispänning = 6,0 volt

I = strömmen genom skrivaren

Tillämpning av Kirchhoffs lagar på de olika grenarna av fig. a leder till följande allmänna uttryck för skrivarströmmen I (21):

$$I = \frac{f(z)\left[1 - f_1(\Delta)\right]}{g(z)\left[1 + \frac{f_2(\Delta)}{g(z)}\right]} = \frac{f(z)}{g(z)}\left[1 + f_3(\Delta)\right] \qquad (1)$$

där $f(z) = \frac{Vz}{R}$

$$g(z) = \frac{z}{2}\left(1 - \frac{z}{R}\right) + \frac{R_1}{2} + L^o$$

$$f_1(\Delta) = \frac{\Delta^2 (R - z)}{z^2 (R-z) + RR_1 z}$$

$$f_2(\Delta) = \Delta^2 \frac{R + 2R_1 + 2L^0 + \frac{2z^2}{R} - 2z - \frac{\Delta^2}{R}}{2R\left(\frac{z^2}{R} - z - R_1\right)}$$

$$f_3(\Delta) = \frac{1 - f_1(\Delta)}{1 + \frac{1}{g(z)} f_2(\Delta)} - 1$$

Utslaget på skrivarpapperet är 0,125 cm/mV. Spänningen över skrivaren är enligt fig. c $150 \cdot I \cdot 10^3$ mV. Skrivarutslaget S blir då $18{,}75 \cdot 10^3 \cdot a$ cm. De två parallellkopplade mätpotentiometrarna ger 11,5 Ω/cm, varför sambandet mellan skrivarutslag och nivåändringen δ (cm) får formen

$$S = 5{,}19 \cdot 10^3 \frac{\delta}{L + 115\delta \cdot F} \left[1 + f_3(\Delta)\right] \qquad (2)$$

där $F = (1 - 0{,}0462 \cdot \delta)$.

Kalibreringen utfördes genom registrering av utslaget vid en vridning av potentiometertrissorna motsvarande en båglängd av 5 cm i det spår, i vilket den bottenförankrade wiren löpte. Värdet av motståndskombinationen L för de olika potentiometerparen har bestämts med ledning härav. De härigenom erhållna L-värdena sammanställas nedan.

Motståndet L Ω

Dag	pot.komb:	2-7	3-8	4-9	5-10	6-11
18/2		5500	5700	3400	7500	5800
19/2		"	"	3100	"	"
20/2		-	"	"	5200	"
21/2		-	"	"	"	"
22/2		-	"	3000	"	"
24/2		-	"	3500	"	"
25/2		-	"	"	"	"

Mätnoggrannhet

Skrivarinstrumentet har enligt fabrikanten mätnoggrannheten 0,25% och inställningsnoggrannheten 0,1% samt en balanseringstid av 1 sek. Vid de använda försöksförhållandena torde det dock ha givit avsevärt större fel. Följande felkällor föreligga: instrumentets tröghet, osäkerhet i kalibrering, batterispänningens inkonstans, felaktig placering av mätstolparna.

Av dessa äro de två första dominerande.

- Trögheten i nollinstrumentets inställningsförlopp, vilket i det aktuella fallet varit aperiodiskt, gör att inställningsfelet är systematiskt och negativt. Det skulle kräva ett stort arbete att fastställa felets storlek vid de olika försöken eftersom detta är beroende bl.a. av avståndet mellan successiva markeringar på diagrampapperet. Felet torde dock icke överstiga ±4 mm.

- Det genom kalibreringen bestämda L-värdet är icke fastlagt med större noggrannhet än ±100 Ω; detta motsvarar en osäkerhet i totala deflektionen vid belastning av ca ±2%. I vissa fall, då kalibrering icke skett samma dag som mätningen, eller då kalibreringen varit osäker, torde man böra räkna med osäkerheten ±300 Ω, motsvarande ±6%.

Batterispänningen har varierat maximalt ±0,4%. Detta leder till ett fel i deflektionsändringen motsvarande maximalt ±0,5%.

Till dessa instrumentfel komma fel orsakade genom felplacering av mätstolparna (excentrisk placering i förhållande till belastningscentrum resp. felplacering i förhållande till bannormalen genom samma punkt).

- Excentricitetsfelet uppgår till maximalt ±0,02%.

- Felplaceringen relativt normalen innebär ett fel i radien motsvarande maximalt 0,12 m, dvs. 2,4%. Deflektionsfelet genom felplacering är i förhållande till ovannämnda fel försumbart.

Sammanfattningsvis erhålles för B-försöken, där deflektionsändringen kunnat uppgå till 50 mm, ett maximalt fel av ±7 mm; för G-försöken med approximativt 200 mm deflektionsändring ett maximalt fel av ±16 mm.

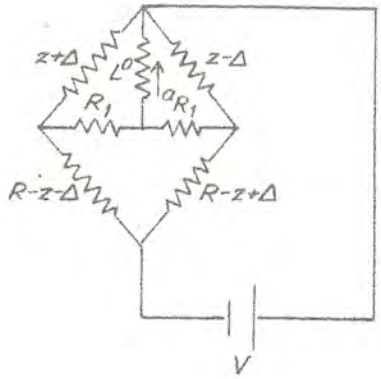


fig. a

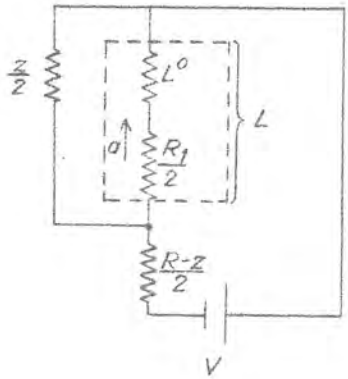


fig. b

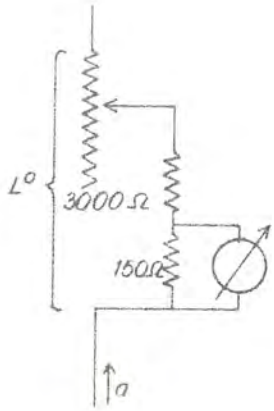


fig. c

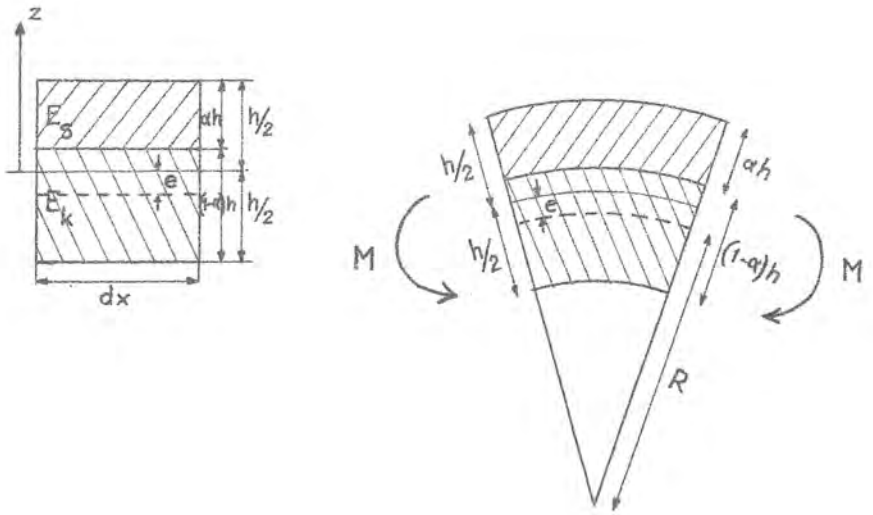
Figur: Schematiskt kopplingsschema för deflektionsmätningen
a) allmänna fallet: excentricitet orsakar motståndsskillnaden 2Δ mellan de två samhörande potentiometrarna
b) specialfallet Δ = 0
c) kopplingsschema för skrivarinstrumentet (voltmeter)

Böjning av balk, sammansatt av två skikt

Givet — Balk med rektangulärt tvärsnitt utsatt för ren böjning (böjmomentet M). Balken sammansatt av två fullständigt samverkande skikt: ett övre med tjockleken $\alpha \cdot h$ och E-modulen E_s, ett undre med tjockleken $(1 - \alpha) \cdot h$ och E-modulen E_k. $E_s = k \cdot E_k$; $k < 1$.

Sökt

1. Spänningsfördelningen över tvärsnittet.
2. Relationen mellan E_k och elasticitetsmodulen E' hos den balk av enhetligt material, som, angripen av samma böjmoment M, erhåller samma deformation.
3. Jämförelse av kantböjspänningarna i sammansatta balken resp. en balk av enhetligt material, båda åverkade av samma böjmoment M.



1. I fig. visas ett snitt i böjningsplanet (xz-planet) av balken, dels odeformerad, dels efter böjning till följd av momentet M, angripande i ändytorna av snittet. Koordinatsystem framgår av figuren. Det böjligare materialet förutsättes vara överst. Neutrala lagret, som ligger på ett avstånd e under mittlagret, dvs. det skikt i balken, vars längd förblir opåverkad, böjes därvid motsvarande en krökningsradie R. För töjningen av ett skikt på avståndet z från mittytan gäller

$$\varepsilon = \frac{z + e}{R} \tag{1}$$

För spänningen i övre resp. undre lagrets ytterkanter gäller

$$\sigma_s = E_s \frac{h/2 + e}{R} \tag{2 a}$$

$$\sigma_k = E_k \frac{-h/2 + e}{R} \tag{2 b}$$

Jämviktskravet för spänningarna över tvärsnittet:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}(1 - 2\alpha)} E_k \frac{z + e}{R}\, dz + \int_{\frac{h}{2}(1 - 2\alpha)}^{\frac{h}{2}} E_s \cdot \frac{z + e}{R}\, dz = 0$$

Integrering ger för neutrala skiktets sänkning uttrycket

$$e = \delta \cdot \frac{h}{2} \tag{3}$$

där

$$\delta = \frac{\alpha\beta(1 - \alpha)}{1 - \alpha\beta} \tag{4}$$

och $\beta = 1 - k$ (5)

Böjmomentet M motsvaras av

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}(1 - 2\alpha)} \sigma_k z \cdot dz + \int_{\frac{h}{2}(1 - 2\alpha)}^{\frac{h}{2}} \sigma_s z \cdot dz$$

Insättning av e och integrering ger

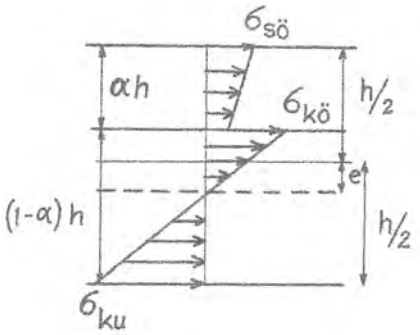
$$M = \frac{E_k\, h^3}{12\, R} \cdot \zeta \qquad (6)$$

där

$$\zeta = 1 + \alpha\beta\, \frac{\alpha^3\beta - 4\alpha^2 + 6\alpha - 3}{1 - \alpha\beta} \qquad (7)$$

I diagram 1 visas för k-värdet 0,3 funktionerna ζ och δ som funktioner av α.

De olika gränsspänningarna $\sigma_{sö}$, $\sigma_{kö}$ och σ_{ku} (se fig.) erhållas enligt uttrycken 2'a-b:



$$\sigma_{sö} = E_s \cdot \frac{\frac{h}{2} + \frac{1}{2}\delta h}{R} = E_s \cdot \frac{\frac{h}{2}(1 + \delta)}{R}$$

$$\sigma_{kö} = E_k \cdot \frac{\frac{h}{2} - \alpha h + \frac{1}{2}\delta h}{R} = E_k\, \frac{\frac{h}{2}(1 - 2\alpha + \delta)}{R}$$

$$\sigma_{ku} = -E_k \cdot \frac{\frac{h}{2} - \frac{1}{2}\delta h}{R} = -E_k \cdot \frac{\frac{h}{2}(1 - \delta)}{R}$$

Krökningsradien R erhålles ur uttrycket 6:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{12\, M}{E_k\, h^3} \qquad (8)$$

Insättning ger för gränsspänningarna

$$\sigma_{sö} = \frac{6\, M}{h^2}\, \frac{k\,(1 + \delta)}{\zeta} \qquad (9\ a)$$

$$\sigma_{kö} = \frac{6\, M}{h^2}\, \frac{1 - 2\alpha + \delta}{\zeta} \qquad (9\ b)$$

$$\sigma_{ku} = -\frac{6\, M}{h^2}\, \frac{1 - \delta}{\zeta} \qquad (9\ c)$$

2. Om en balk av enhetligt material och av samma dimensioner vore utsatt för samma böjmoment, och därvid deformerades till samma krökningsradie, måste för dess E-modul E′ gälla

$$M = \frac{E' \, h^3}{12 \, \rho} \tag{10}$$

Därför blir

$$E' = \frac{12 \, M \, R}{h^3}$$

Men för produkten M R gäller enligt ekvation 6

$$M \, R = \frac{E_k \, h^3}{12} \cdot \zeta$$

Insättning ger

$$E' = \zeta \cdot E_k \tag{11}$$

3. Av intresse är att jämföra extremspänningarna vid närvaro av båda materialen och av enbart det styvare vid ett och samma angripande böjmoment. I senare fallet gäller

$$\sigma_ö = - \sigma_u = \frac{6 \, M}{h^2} \tag{12}$$

Relationen mellan gränsspänningarna i de två fallen blir därför

$$\sigma_{sö} = \sigma_ö \cdot \frac{k \, (1 + \delta)}{\zeta} \tag{13 a}$$

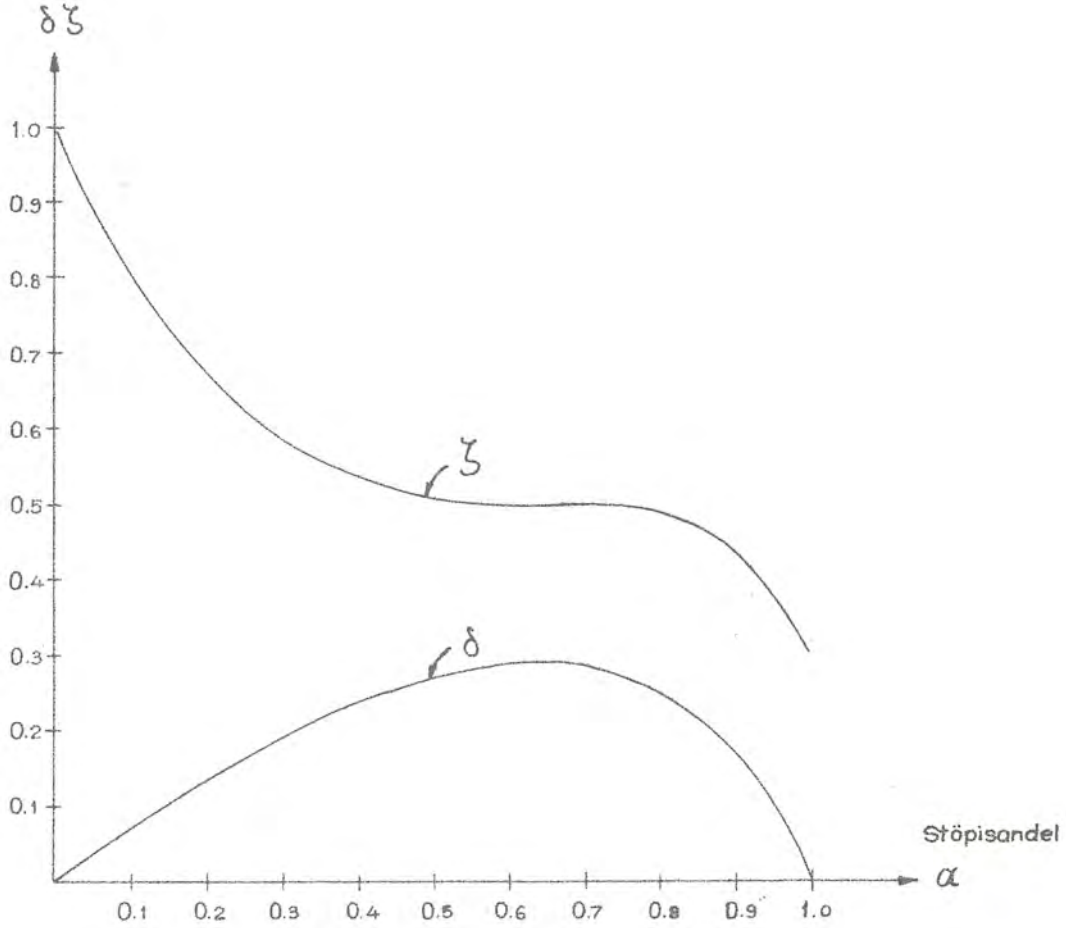
$$\sigma_{kö} = \sigma_ö \cdot \frac{1 + \delta - 2\alpha}{\zeta} \tag{13 b}$$

$$\sigma_{ku} = \sigma_u \cdot \frac{1 - \delta}{\zeta} \tag{13 c}$$

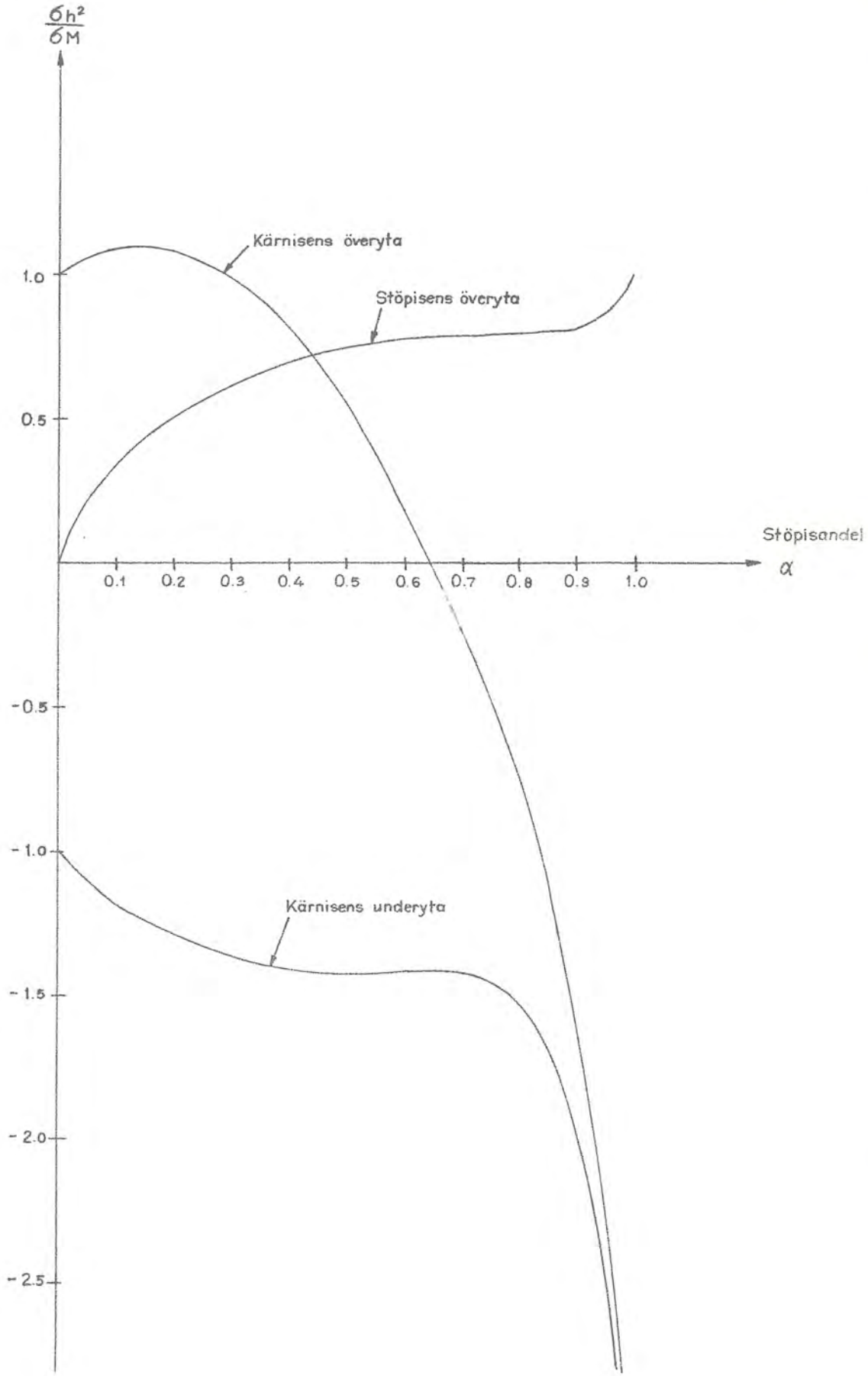
Dessa spänningar visas i diagram 2 som funktion av α (β antaget = 0,7). Man finner att om man med samma böjmoment angriper ett sammansatt tvärsnitt följande gäller (styvare materialet = kärnis; mindre styva stöpis)

1. Största dragspänningen uppträder vid kärnisens ök för $\alpha < 0{,}43$
2. Denna dragspänning är större än ök-spänningen i homogena balken för $\alpha < 0{,}3$
3. uk-spänningen är alltid större än uk-spänningen i homogena balken

S M H I H B I	Balk sammansatt av två material: Funktionerna δ och ζ E_s / E_k antagen = 0.3	Appendix 2 Diagram 1



S M H I H B I	Relativa böjspänningar i olika gränsskikt i balk sammansatt av två material E_s/E_k antagen = 0.3	Appendix 2 Diagram 2



BETECKNINGAR

A deflektionsvågens amplitud

" även: proportionalitetskonstant

a belastningsradie

B beteckning för krypförsök 1961

" även: proportionalitetskonstant

b relativ belastningsradie $= \frac{a}{\ell}$

C integrationskonstant

c dämpningsfaktor

c_R ringsprickeradie

D böjstyvhet för platta $= \frac{E\,h^3}{12\,(1-\nu^2)}$

d nollmomentradie

E elasticitetsmodul

E_s d:o stöpis

E_k d:o kärnis

E' d:o, skenbar, beräknad som om materialet vore enhetligt

e naturliga logaritmens bas

" även: neutrala skiktets sänkning under mittskiktet

F deformationsmodul

$f()$ funktion

G beteckning för genomlastningsförsök 1961

g tyngdaccelerationen

$g()$ funktion

H bottendjup

h istjocklek

I strömstyrka

I_1 modifierad Besselfunktion av andra slaget, första ordningen

K krökning $= \frac{1}{R}$

K_o modifierad Besselfunktion av andra slaget, 0:e ordningen

k kvot mellan stöpisens och kärnisens elasticitetsmoduler

α stöpisens andel av istjockleken

β $1 - \frac{E_{si}}{E_{ki}}$

Δ extra motstånd, föreliggande vid excentrisk placering av mätstolpar i förhållande till belastningscentrum

δ istäckets nivåändring

" även: relativa sänkningen av neutrala skiktet

ε töjning

ζ reduktionsfaktor

θ tangentiell koordinat

η viskositetskoefficient

λ styvhetsparameter

μ reduktionsfaktor för deflektionsvågens amplitud

ν Poissons tal

ρ täthet, vattnets

ρ_i d:o , isens

σ spänning

$\sigma_ö$ -"- vid överkant

σ_u -"- " underkant

σ_s -"- i stöpisen

σ_k -"- " kärnisen

$\sigma_{sö}$ -"- vid stöpisytan

$\sigma_{kö}$ -"- " kärnisytan

σ_{ku} -"- " kärnisens undersida

σ_c krypgräns

σ_{cB} krypbrottgräns

σ_B dragbrottgräns

τ skjuvspänning

φ funktion

k^2	tidskonstant för krypningens tidsförlopp
L	motstånd
ℓ	verkningsradie = $\left(\frac{D}{\rho \cdot g}\right)^{1/4}$
M_r, M_θ	böjmoment per breddenhet av tvärsnitt i en platta, vinkelrätt mot r resp. θ-axlarna
P	last
P_U, P_R, P_G	gränslaster avseende uppkomst av radiella underkantssprickor, ringspricka, resp. slutligt genombrott
P	även: beteckning för krypförsök 1959
p	konstant
q	belastning per ytenhet
R	motstånd
"	även: krökningsradie
r	radiell koordinat
S	beteckning för genomlastningsförsök 1959
"	även: instrumentutslag
s	konstant
T	retardationstid
t	tid
V	batterispänning
v	hastighet
w	deflektion
Z	motstånd
z	vertikal koordinat

R E F E R E N S E R

I nedanstående förteckning över referenser användas följande förkortningar:

ACAFEL	US Corps of Engineers, Arctic Construction and Frost Effects Laboratory New England Division, Boston, Mass.
CRREL	US Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, New Hampshire.
KATF	Kungl. Armétygförvaltningen, Stockholm.
SIPRE	US Army Snow Ice and Permafrost Research Establishment, Wilmette, Illinois.
SMHI	Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Institut, Stockholm.

Referenser i texten

(1) Ager, B. H:son & Samuelsson, B. Isens egenskaper och preparering av is för virkesavläggning. Några orienterande försök.

(Norrlands Skogsvårdsförbunds Tidskrift (1958):4)

(2) Assur, A. Airfields on floating ice sheets for routine and emergency operations.
1956
(SIPRE Report 36)

(3) -"- Traffic over frozen or crusted surfaces.

(1:st Internat. Conf. on the Mechanics of Soil-Vehicle Systems, Torino 1961)

(4) Black, L.D. Relative strengths of plates on elastic foundation.

(The Bearing Strength of Ice. A Symposium. Eng. Inst. of Canada, Transactions. vol 2, nr 3, 1958)

(5) Brill, R. & Camp, P.R. Properties of ice.
1961
(CRREL Research Report 68, 1961)

(6) Butkovitch, T.R. Ultimate strength of ice.
1954
(SIPRE Research Paper 11, dec. 54)

(7) Butkovitch, T.R. — Crushing strength of ice. 1955 (SIPRE Research Paper 15, 1955)

(8) -"- — Recommended standards for small-scale ice strength tests. 1958 (SIPRE Technical Report 57)

(9) -"- & Landauer, J.K. — The flow law for ice. 1959 (SIPRE Research Report 56, 1959)

(10) Frankenstein, G.E. — Strength data on lake ice. 1959 (SIPRE Technical Report 59)

(11) -"- — Strength data on lake ice. 1961 (SIPRE Technical Paper 80, jan. 1961)

(12) Glen, J.W. — The mechanical properties of ice. I. The plastic properties of ice. 1958 (Phil. Mag. Suppl. 7, 254 (1958))

(13) Gold, L.W. — Some observations on the dependence of strain on stress for ice. 1958 (Nat. Res. Council, Div. of Building Res., Research Paper 65)

(14) -"- — The cracking activity in ice during creep. 1960 (Nat. Res. Council, Div. of Building Res., Research Paper 103)

(15) -"- — Field study on the load bearing capacity of ice covers. 1960 (Nat. Res. Council, Div. of Building Res., Technical Paper 98)

(16) -"- & Black, L.D. & Trofimenkof, F. & Matz, D. — Deflections of plates on elastic foundation. 1958 (Eng. Institute of Canada, Transactions, vol 2 (1958):3)

(17) Halvorsen, L.K. — Determination of the modulus of elasticity of artificial snow ice in flexure. 1959 (SIPRE Research Report 31)

(18) Hitch, R.D. — Flexural strength of clear lake ice. 1959 (SIPRE Technical Report 65)

(19) Jellinek, H.H.G. — The influence of imperfections on the strength of ice.
1957
(Proc. Phys. Soc. LXXI, 5)

(20) Johansson, A. — Försök med armerade betongplattor på elastiskt underlag.
1947
(Betong 1947, hf 3)

(21) KATF — Muntlig kommunikation

(22) Kerr, A. — Plastic deformation of floating ice plates subjected to static loads.
1959
(SIPRE Research Report 57)

(23) Knight, C.A. — Studies of arctic lake ice.
1962
(Journal of Glaciology, vol 4, nr 33, 1962)

(24) Korunov, M.M. — Load-carrying capacity of ice for timber transport.
1956
(Nat. Research Council, Technical Translation 863 1960)

(25) Lagutin, B.L. & Shulman, A.P. — Methods of calculating the load carrying capacity of ice crossings.
1946
(Data on the problems of ice crossings. Ed. by B.L. Lagutin. ACAFEL, Translations of Russian literature, 1954)

(26) Lyons, J.B. & Stoiber, R.E. — Crystallographic orientation in lake and artificial ice.
1959
(Dartmouth College, Scientific Report, nr 2, oct. 1959)

(27) -"- — Orientation fabrics in lake ice.
1962
(Journal of Glaciology, vol 4, nr 33, 1962)

(28) Meyerhof, G.G. — Bearing capacity of floating ice sheets.
1960
(Proc. Am. Soc. Civ. Eng., vol 86, no EM 5, oct. 1960)

(29) Nakaya, U. — Visco-elastic properties of snow and ice in the Greenland Ice Cap.
1959
(SIPRE Research Report 46, 1959)

(30) Nevel, D.E. — Tables of Kelvin functions and their derivatives.
(SIPRE Technical Report 67, 1959)

(31) Nevel, D.E. — The narrow free infinite wedge on an elastic foundation.

(SIPRE Research Report 79, 1961)

(32) Perey, F.G.J. & Pounder, E.R. — Crystal orientation in ice sheets.
1958
(Canadian Journal of Physics, vol 36 (1958))

(33) Persson, B. — Beständighet och bärighet hos ett istäcke.
1948
(Svenska Vägföreningens Tidskrift (1948):8)

(34) Schoumsky, P.A. — Principes de glaciologie structurale. Traduction par J. Pietresson de Saint-Aubin et A.Bauer.
1957
(Annales du Centre d'Etudes et de Documentation Paléontologiques, nr 22, 1957)

(35) Segrell, B. — Bestämning av tryck- och böjhållfastheten för is samt studium av spännings-deformationskurvan och den spänningsberoende tids-deformationskurvan.
1961
(Kungl. Tekn. Högsk., Examensarbete i vattenbyggnad nr 177)

(36) Shulman, A.P. — Calculation of the load carrying capacity of ice crossings on the basis of the theory of central flexure of an elastic plate placed on an elastic foundation.

(Data on the problems of ice crossings. Ed. by B.L. Lagutin. ACAFEL, Translations of Russian literature, 1954)

(37) -"- & Kazanskii, M.M. — The theoretical and experimental bases for the tables of load carrying capacity of ice covers.
1954
(Data on the problems of ice crossings. Ed. by B.L. Lagutin. ACAFEL, Translations of Russian literature, 1954)

(38) University of Minnesota — Review of the properties of snow and ice.
Edited by H.T. Mautis.
1951
(SIPRE Report 4)

(39) SMHI, Isbärighetsförsök — Rapport över försök beträffande isars bärighet under trafikbelastning.
1960

(39:1) Nr 1: Falkenmark: Meteorologiska observationer och fysikaliska mätningar.

(39:2) Nr 2. Hjelmström: Redovisning av observationsmaterial och utförd bearbetning för fotogrammetriska och geodetiska mätningar av isens nedböjning vid statisk och dynamisk belastning under fältförsök vintern 1959.

(39:3) Nr 3. Falkenmark: Vibrationsmätning.
(39:4) Nr 4. Mellander: Rapport över trafikering vid isbärighetsförsök 1959.

(40) SMHI, Isbärighetsförsök — Rapport över försök beträffande isars bärighet. 1963
Nr 1: Falkenmark: Meteorologiska observationer och fysikaliska mätningar (under förberedande)

(41) Stearns, S.R. — Aircraft operation on floating ice sheets.
(Proc. Am. Soc. Civ. Eng., Journ. of the Air Trans. Div., vol 83, AT 1, 1957)

(42) Sundberg-Falkenmark, M. — Längdändringar i ett sjöistäcke och därav förorsakade förskjutningar. Mask.skr. Upsala 1960.

(43) Timoschenko, S. & Woinowsky-Krieger, S. — Theory of plates and shells. 1959

(44) Wilson, J.T. — Coupling between moving loads and flexural waves in floating ice sheets. 1955
(SIPRE Report 34)

(45) -"- & Horeth, J.M. — Bending and shear tests on lake ice. 1948
(Transactions, Am. Geoph. Union, vol 29, nr 6)

(46) -"- & Zumberge, J.H. & Marshall, E.W. — A study of ice on an inland lake. 1954
(SIPRE Report 5, 1954)

(47) Wold, K. — Temperatur-, is- og strålningsmålinger på Maridalsvatn vinteren 1954-55. 1955

(48) Wyman, M. — Deflections of an infinite plate. 1950
(Canadian Journ. of Research, vol 28, sec. A)

(49) Väg- och Vattenbyggnadsstyrelsen — Anvisning rörande intervägar över is m.m. Stockholm 18 okt. 1948. Revideringar 20 juli 1956.

(50) Zvolinskii, N.V. — On the problem of deformation of floating ice layers.
(Data on the problems of ice crossings. Ed. by B.L. Lagutin. ACAFEL, Translations of Russian literature, 1954)

Övriga referenser

(51) Anderson, D.L. & Weeks, W.F. — A theoretical analysis of sea-ice strength. (Trans. Am. Geoph. Union. Vol 39. Nr 4. 1958)

(52) Westergaard, H.M. — Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis. (Public Roads. Vol 7. Nr 3. 1926)

(53) Odqvist, F. — Muntlig kommunikation.

(54) Freudenthal, A.M. — The inelastic behaviour of engineering materials and structures. New York 1950

(55) Hodge, P.G. — Plastic analysis of structures. New York 1959

(56) Houwink — Elasticity, plasticity and structure of matter. New York 1958

(57) Jaeger, J.C. — Elasticity, fracture and flow. London 1956

(58) Bygg — Handbok för hus-, väg- och vattenbyggnad. Tredje upplagan. Huvuddel 1. Allmänna grunder Stockholm 1961

Tabell 2:1

Genomlastningsförsök: Datasammanställning

A. 1959

Försök nr	Dag	Plats	Istjocklek stöpis cm	Istjocklek kärnis cm	Istjocklek totalt cm	Stöpisandel %	Istemp. i mittlaget °C	Mätpkt antal	Mättillfällen antal	Laster och belastningsvärden: Radiella underkantssprickor P ton	Radiella underkantssprickor $\frac{P}{h^2}$ kp/cm²	Ringsprickor 1 P	Ringsprickor 1 $\frac{P}{h^2}$	Ringsprickor 2 P	Ringsprickor 2 $\frac{P}{h^2}$	Ringsprickor 3 P	Ringsprickor 3 $\frac{P}{h^2}$	Ringsprickor 4 P	Ringsprickor 4 $\frac{P}{h^2}$	Genombrott P ton	Genombrott $\frac{P}{h^2}$ kp/cm²	Ekviv. belastn. tid x) min.	Ringsprickeradier (m) 1	2	3	4	5	Anm.
										8	5,4																	
S40	17/2	3c	14	25	39	36	-0,4	7	19	18,2	12,0	>18,2	>12,0							18,2	12,0	65,0						
S60	18/2	3a	25	20	45	56	0	7	12	17,3	9,4									23,2	11,5	44,6	4,2	4,8	5,8			Ringspr. radier ej säkert kompl.
S80	19/2	2a	23	21	44	52	0	7	21											21,9	11,3	13,2	3,8	5,3				
S100	20/2	1a	24	21	45	53	0	7	23											26,4	13,0	26,4						
S120	18/3	9a/b	16	27	43	37	0	-	-											32,5	17,6	25,9	3,8	5,3	7,3	12,3		
S140	18/3	9c	15	23	38	39	0	25	7											19,4	13,4	45,6	5,1	8,6				
S200	19/3	8a/b	16	26	42	38	0	28	22											26,4	15,0	16,9						
S240	20/3	7b/c	16	23	39	41	0	22	24			15,4	10,1	22,4	14,7	29,0	19,1	30,4	20,0	31,0	20,4	23,0	10,6	5,6	8,6	4,6		Ringspr. i kronolog ordning
S300	15/4	1a/2a	18	20,5	38,5	47	0	15	20			~13	~8,8							14,0	9,5	20,0	3,4	4,2	7,4			
S320	15/4	2a/3a	21	18	39	54	0	15	16			~8	~5,3							9,2	6,1	26,4	3,1	4,1	5,5			
S340	16/4	3a/4a	16	21	37	43	0	15	14											5,2	3,8	36,7						
																												B. 1961
2:4G	19/2	2:4	11,5	36	47,5	24	0	1	Kontinuerlig registrering			32,7	14,5	33,7	14,9	35	15,5			36,4	16,1	33,8	3,6	7,2	9,3	13,2		
2:2G	19/2	2:2	9	38	47	19	0	1				28,8	13,0	35,7	16,1	36,4	16,5	36,4	16,5	36,4	16,5	46,0	9,4	11,3	4,8	2,5	1,6	
2:8G	21/2	2:8	8	38	46	17	0	1				21,7	10,2	25,5	12,0	31,5	14,8	36,4	17,2	36,4	17,2	31,6	6,8	4,7	9,6	12,0	2,1	
2:6(G)	22/2	2:6	7	41	48	15	-0,1	1				36,4	15,8	36,4	15,8	36,4	15,8	36,4	15,8	>36,4	>15,8	255	8,6	~9,6	10,6	13,6	12,5	6/7,1
1:3(G)	25/2	1:3	12	35	47	26	-1,1	1		23	10,4	>36,4	>16,5							>36,4	>16,5	199						Inga ringspr.

x) t. genombr. el. max.last (ekv. 37)

Tabell 2:2

A. 1959

Krypförlopp: sammanställning av data

Försök nr	Dag	Plats	Istjocklek stöpis cm	Istjocklek kärnis cm	Istjocklek totalt cm	Stöpisandel %	Istemp. i mittlagret °C	Belastning P ton	Belastning $\frac{P}{h^2}$ kp/cm²	Kryptid (=mätn. varaktigh.) min.	Mätpkt (avst. fr. belastn. centr.) m.	Max. deflektion mm	Kvarvarande defl. efter avlastn. (mm) 5	10	30	60 min.	Anm. R=ringspr.
S140	18/3	9c	15	23	38	39	0	6,4	4,4	60	7 mätpunkter	54[1]	-	-	-	-	
P180	19/3	2a/3a	21	23	44	48	0	15	7,8	141	3,0	33	-	-	-	-	
								0		73	"		36	28	18	16	
P260	20/3	vid östra delen av fotogr. bana	23	22	45	51	0	6,4	3,2	17	3,0	5	-	-	-	-	
								15	7,5	114	"	50	-	-	-	-	
								0	0	37	"		36	31	33	-	
P360	16/4	innanför 3a	uppgift saknas				0	3,2	2,3	156	1,7	ca15	-	-	-	-	
								0		90	"		4,5	-1	4	2	Efter $1\frac{1}{2}$ tim. är defl. 0
S300	15/4	1a/2a	18	20,5	38,5	47	0	9,2	6,2	7,5	15 mätp.	14[1]	-	-	-	-	
								13,2	8,9	3,0	"	27[1]	-	-	-	-	R fr. 13t.
S320	15/4	2a/3a	21	18	39	54	0	9,2	6,1	2,0	15 mätp.	64[1]	-	-	-	-	R fr. 8t.
S340	16/4	3a/4a	16	21	37	43	0	5,2	3,8	10	15. mätp.	28[1]	-	-	-	-	

1 Max.defl. avser r = 3,35 m

B. 1961

2:5B	18/2	2:5	~10	~38	~48	21	0	16,4	7,1	22	3,35	52	7	6	8	-	
2:4B	"	2:4	11,5	36	47,5	24	0	16,4	7,3	21	3,35	57	6	4	1	-	
2:3B	"	2:3	~10	~38	~48	21	0	16,4	7,1	24	3,35	46	7	7	3	5	
2:2B	"	2:2	9	38	47	19	0	16,4	7,4	20	3,35	52	7	6	4	-	
2:1B	"	2:1	6,5	40,5	47	14	0	16,4	7,4	28	3,35	48	12	7	-	-	
2:9B	20/2	2:9	9,5	38	47,5	20	0	16,4	7,3	107	5,0	97	-	-	-	-	
2:8B	21/2	2:8	8	38	46	17	0	12,0	5,7	19,5	5,0	30	-	-	-	-	
2:7B	"	2:7	~9	~38	~47	19	0	12,0	5,4	20	5,0	47	12	9	-	-	
2:6B	"	2:6	7	41	48	15	0	12,0	5,2	19	5,0	47	15	12	-	-	
1:4B	24/2	1:4	~14	~35	~49	29	-1,5	16,4	6,8	26	5,0	38	11	11	-	-	
1:3B	"	1:3	12	35	47	26	-1,5	16,4	7,4	21	5,0	39	8	-	-	-	
1:2B	"	1:2	13	37	50	26	-1,5	16,4	6,6	25	5,0	38	20	11	-	-	
1:1B	"	1:1	9	40	49	18	-1,5	16,4	6,8	31	5,0	33	9	3	-	-	Ponton tömmes på platsen
2:2G	19/2	2:2	9	38	47	19	0	6,4	2,9	20	3,35	-	-	-	-	-	
2:6(G)	22/2	2:6	7	41	48	15	-0,1	36,4	15,8	156	5,0	300	-	-	-	-	5 st R slog upp under krypningen
1:3(G)	25/2	1:3	12	35	47	26	-1,1	6,4	2,9	38	5,0	125	-	-	-	-	
								36,4	16,5	234	5,0		-	-	-	-	Inga R

Tabell 2:3

Data betr. förtrafikering av försöksplatserna

Försök	Fordon typ	Fordon vikt (ton)	hastighet (km/tim)	Belastn.värde vid trafik (kp/cm²)	Passager, antal Dag före försök 0	1	2	3	4	5
S 40	Raptgbil 915	2,9	30	1,9		2	4	4		
S 60	-"-	"	"	1,4			2	6	4	
S 80	-"-	"	" (äv. 55;60)	1,5			50	50	50	
S 100	Bandtraktor	3	7	1,5		50	50	-	50	
S 120	Lbil m. last	7,4	30	4,0	2	2				
S 140	-"-	"	"	5,1	2	2				
S 200	-"-	"	"	4,2		50	50			
S 240	Ikv m. last	8,5	"	5,6			21			
2:4 G	--	--	--	--	----------					
2:2 G	--	--	--	--	----------					
2:8 G	--	--	--	--	----------					
2:6(G)	--	--	--	--	----------					
1:3(G)	--	--	--	--	----------					

Tabell 2:4

Dynamiska belastningsförsök 1961

Försök nr	Dag	Bana	Last (ton)	Hastighet (km/tim)[1]	Mätpkt avst.fr. bancentrum	Riktning	Temp. i istäcket (max. o. min.) °C
A 1	23/2	T1 i	7,7	~10	6 m	N	-5° t 0° kl 10
A 2				15,7		N	Steg under dagen
A 3				18,6		S	
A 4				18,8		N	
A 5				23,5		N	
A 6				28,4		N	
A 7				32,7		N	
A 8				31,8		S	
B 1	23/2	T1 y	7,7	10,0	29 m	N	- " -
B 2				13,6		N	
B 3				18,6		S	
B 4				17,6		N	
B 5				22,5		N	
B 6				28,0		N	
B 7				32,3		S	
B 8				32,7		N	
C 1	24/2	T 2	7,7	30-35	98 m	S	-4° t 0°
C 2				15-20		S	
D 1	22/2	T1 i	3,5	9,7	6 m		-1° t 0°
D 2				11,2		S	
D 3				16,4		S	
D 4				19,5		S	
D 5				23,7		S	
D 6				30,9		S	
D 7				29,6		N	
D 8				37,2		S	
D 9				~ 35		S	
D 10				~ 35		S	
D 11				~ 35		S	
D 12				34,3		N	
D 13				34,8		S	
E 1	24/2	T1 y	3,5	12,8	29 m	S	-6° t 0° kl 10
E 2				18,6		S	Snabb stigning i
E 3				21,8		S	ytskiktet under
E 4				26,4		S	närmaste timmar-
E 5				29,6		S	na
E 6				27,3		S	
E 7				29,6		N	
E 8				33,8		S	
E 9				35,4		N	
E 10a				38,6		S	
E 10b				37,2		S	
E 11				45,0		S	
E 12				48,0		S	

[1] Anges med decimal då hastigheten bestämts med ledning av registrerade signaler från bankontakterna. Värden utan decimal gäller den avsedda hastigheten.

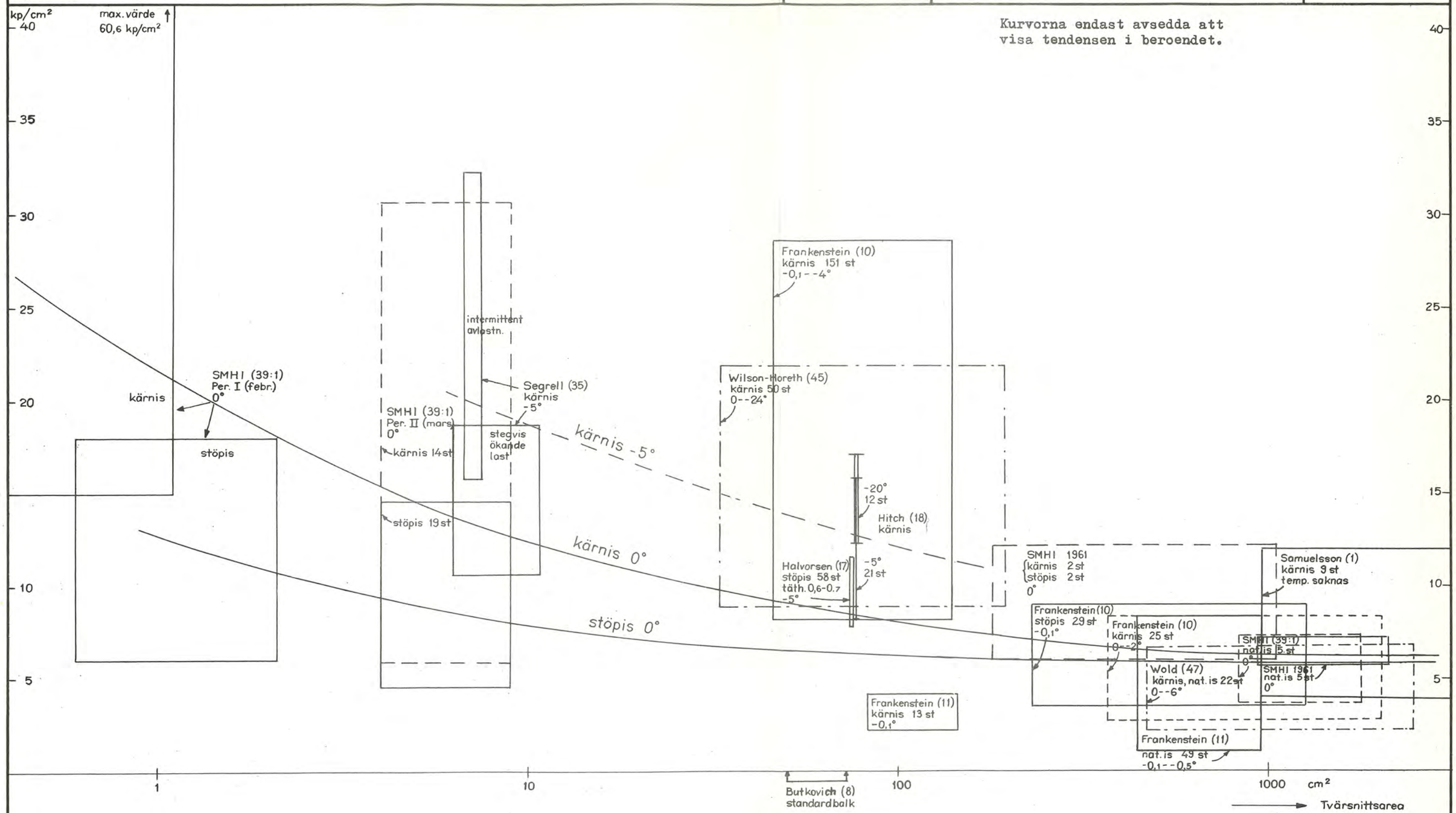
Tabell 3:1

Plastiska deflektionsprofilernas anpassning till Kerrs modell

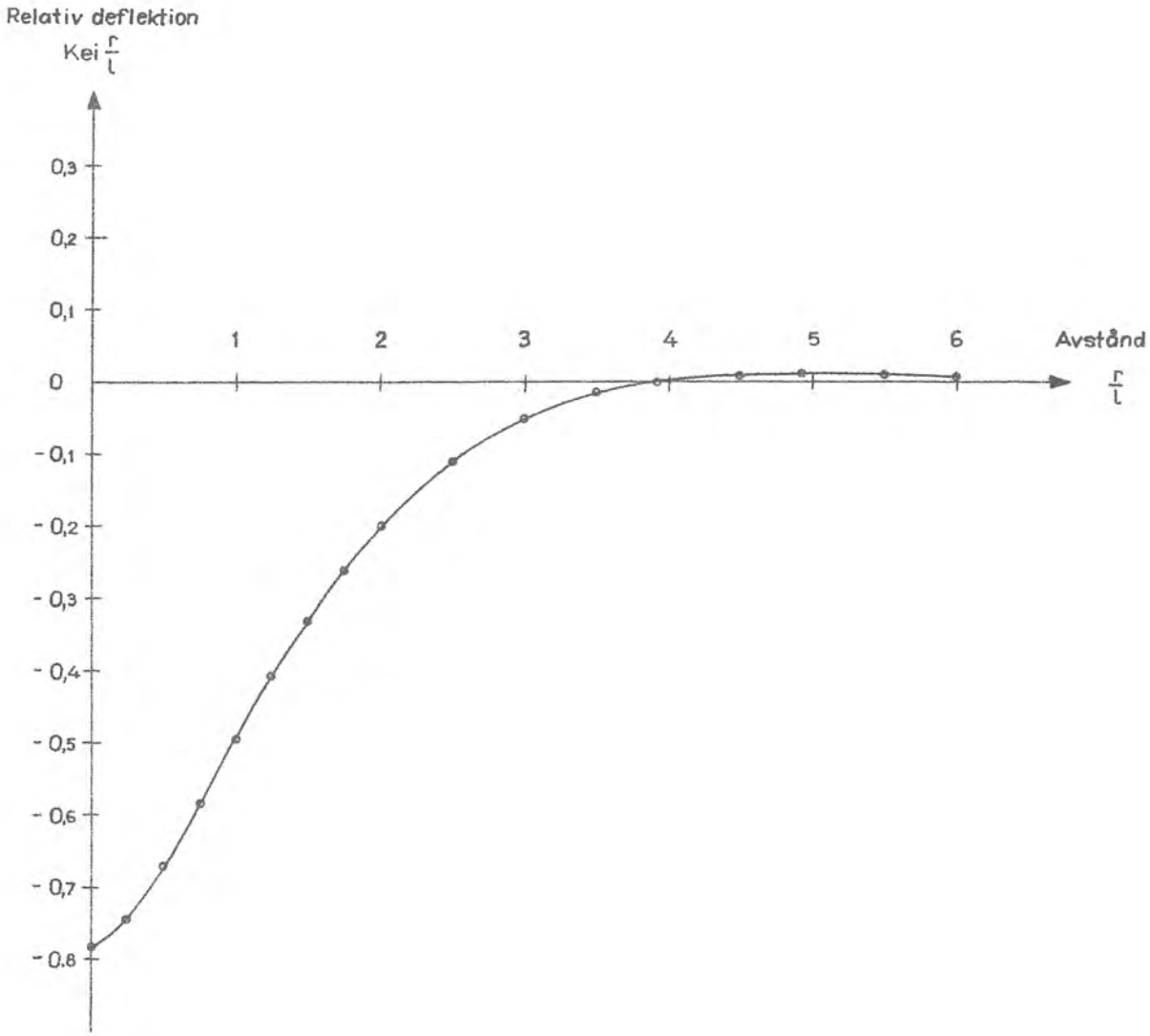
(samtliga uppmätta delprofiler)

Försök	Last ton	Tidsintervall min.	λ m^{-1}
S 40	13,2	6	0,30
	18,2	31	0,03
S 140	6,4	20	0,12
	6,4	20	0,17
	6,4	20	0,16
S 200	6,4	15	0,13
	16,4	2	0,15
	26,4	0,5	0,26
	26,4	1	0,26
S 240	16,4	2	0,18
	26,4	4,5	0,17
S 300	9,2	3	0,09
	9,2	4	0,02
	9,2	7	0,07
	9,2	~9	0,06
	13,2	~1	0,17
		~3	0,16
S 320	9,2	1	0,17
	9,2	1,5	0,17
	9,2	2	0,16
S 340	3,2	1	0,21
	3,2	~3	0,15
	5,2	~1	0,16
	5,2	~4	0,14
	5,2	10	0,14
Medelvärde			0,15

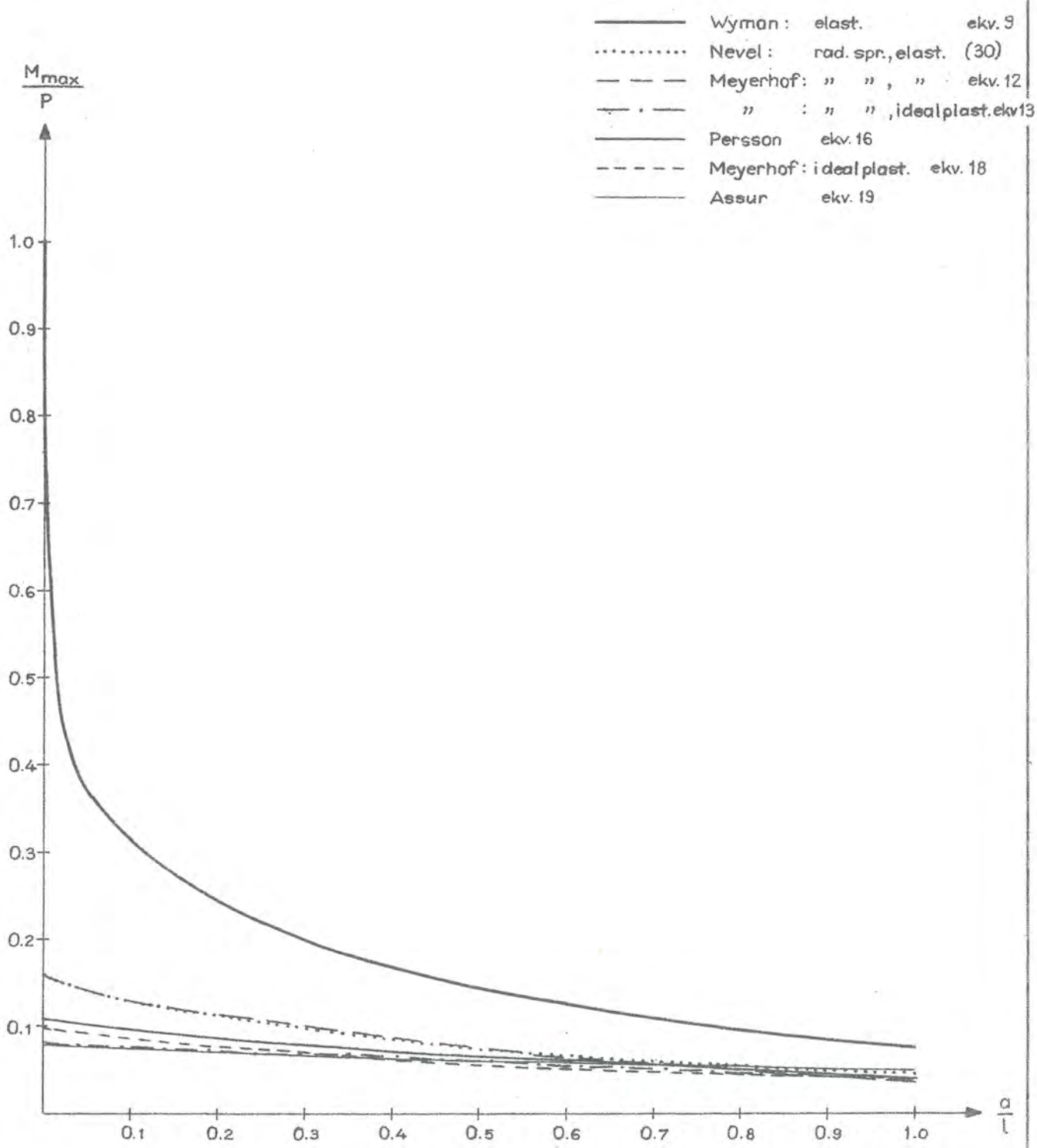
S M H I H B I	Böjhållfasthet för is enligt olika bestämningar	Fig. 1:1 Isförsök, Storsjön Teori



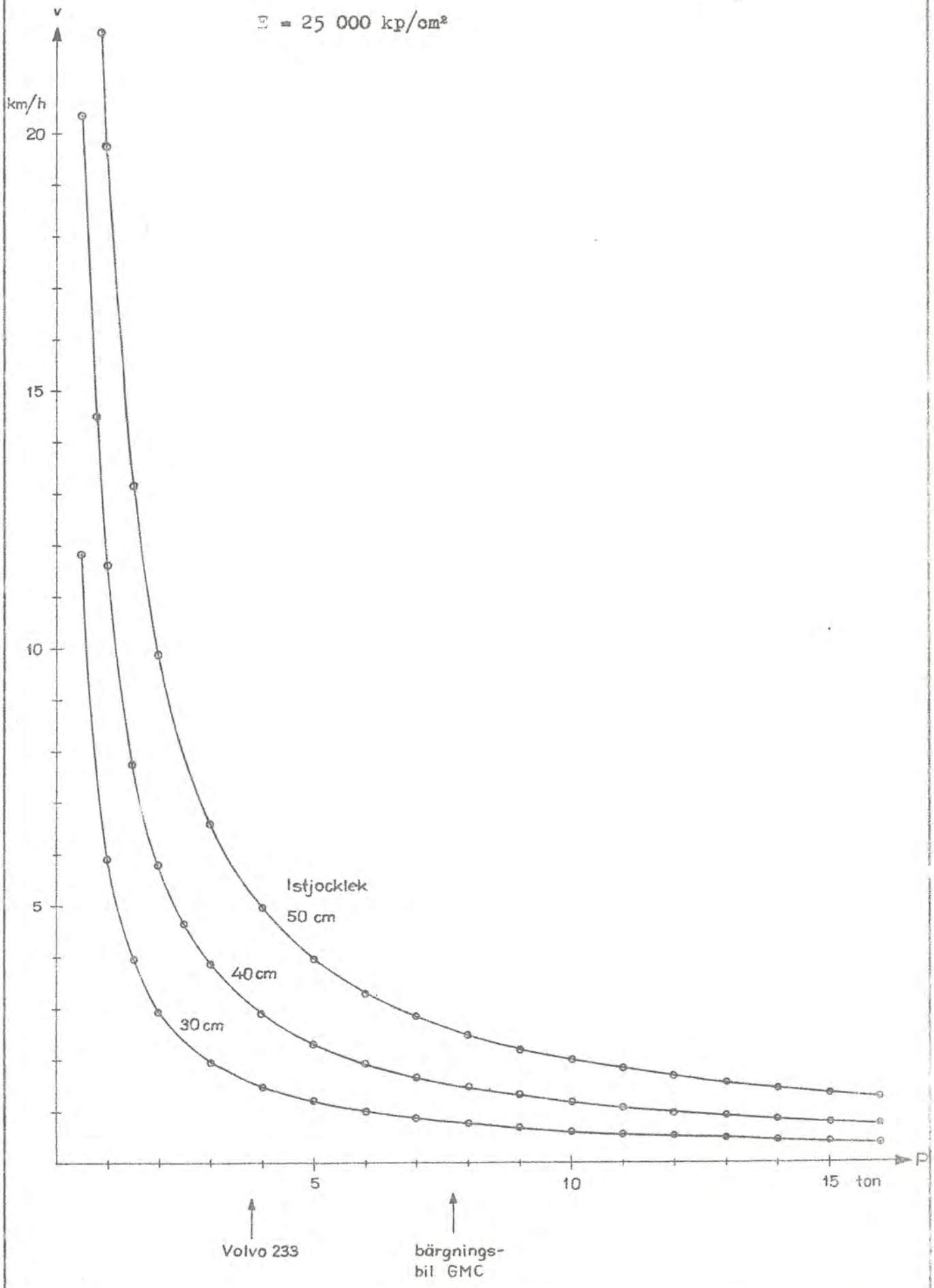
S M H I H B I	**Deflektionsprofil** för punktlast enligt Wyman	Fig. 1:2 Isförsök, Storsjön Teori



S M H I H B I	Gränsmomentets variation med belastningsradien enligt olika modeller (platta på elastiskt underlag)	Fig. 1:3 Isförsök, Storsjön Teori



S M H I H B I	Fordonshastighet medförande spänningsstegringen 0,5 kp/cm²·sek. i isytorna. Wymandeflektion förutsatt.	Fig. 1:4 Isförsök, Storsjön Teori



SMHI
HB 1s

Fig. 2:1

Storsjön
Kungsgårdsviken

Karta över försöksområdet

Skala 1:10 000

100 0 100 200 300 400 500 m

Försöksplatser 1959

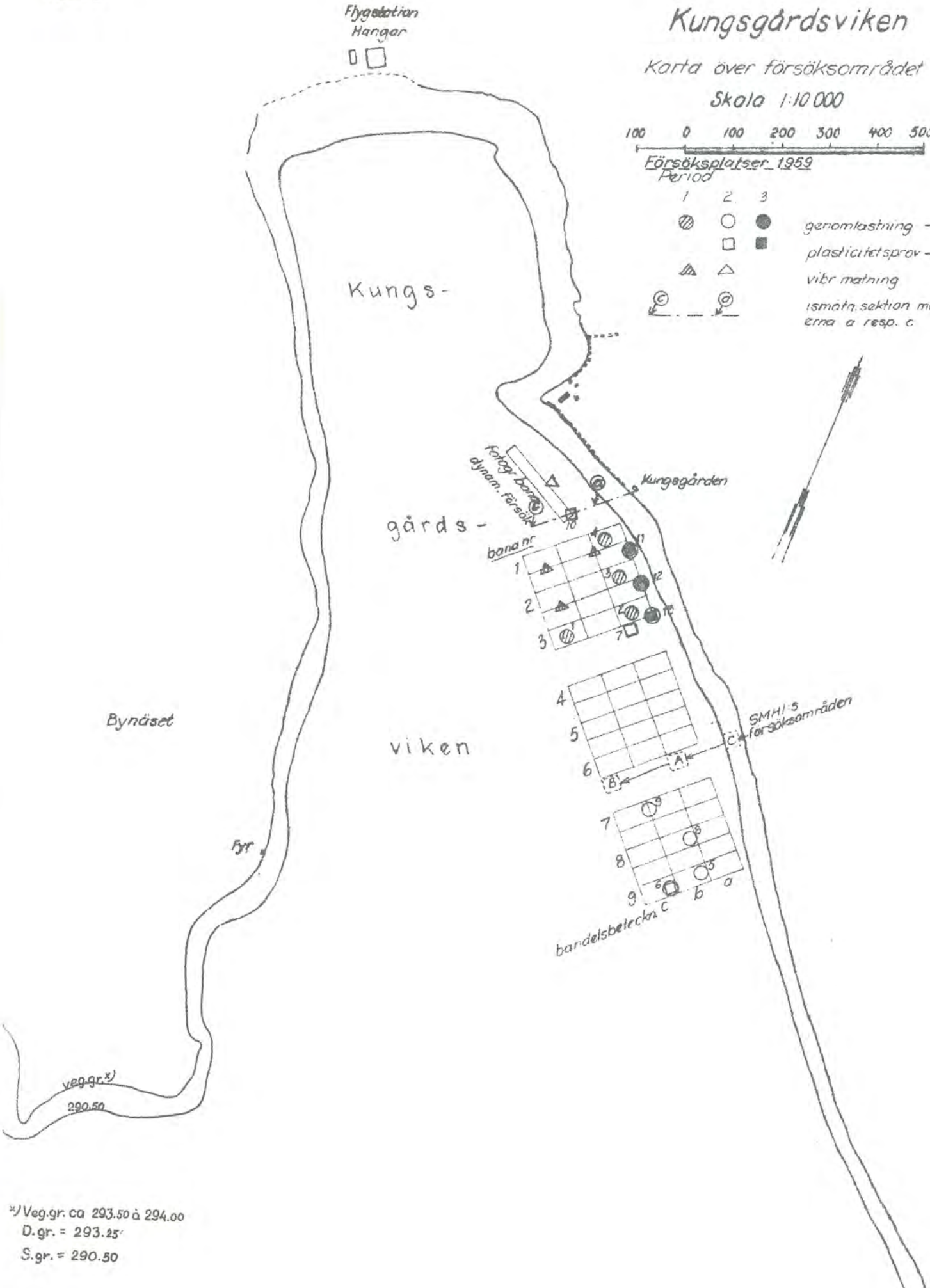
Period 1 2 3

genomlastning → S-försök

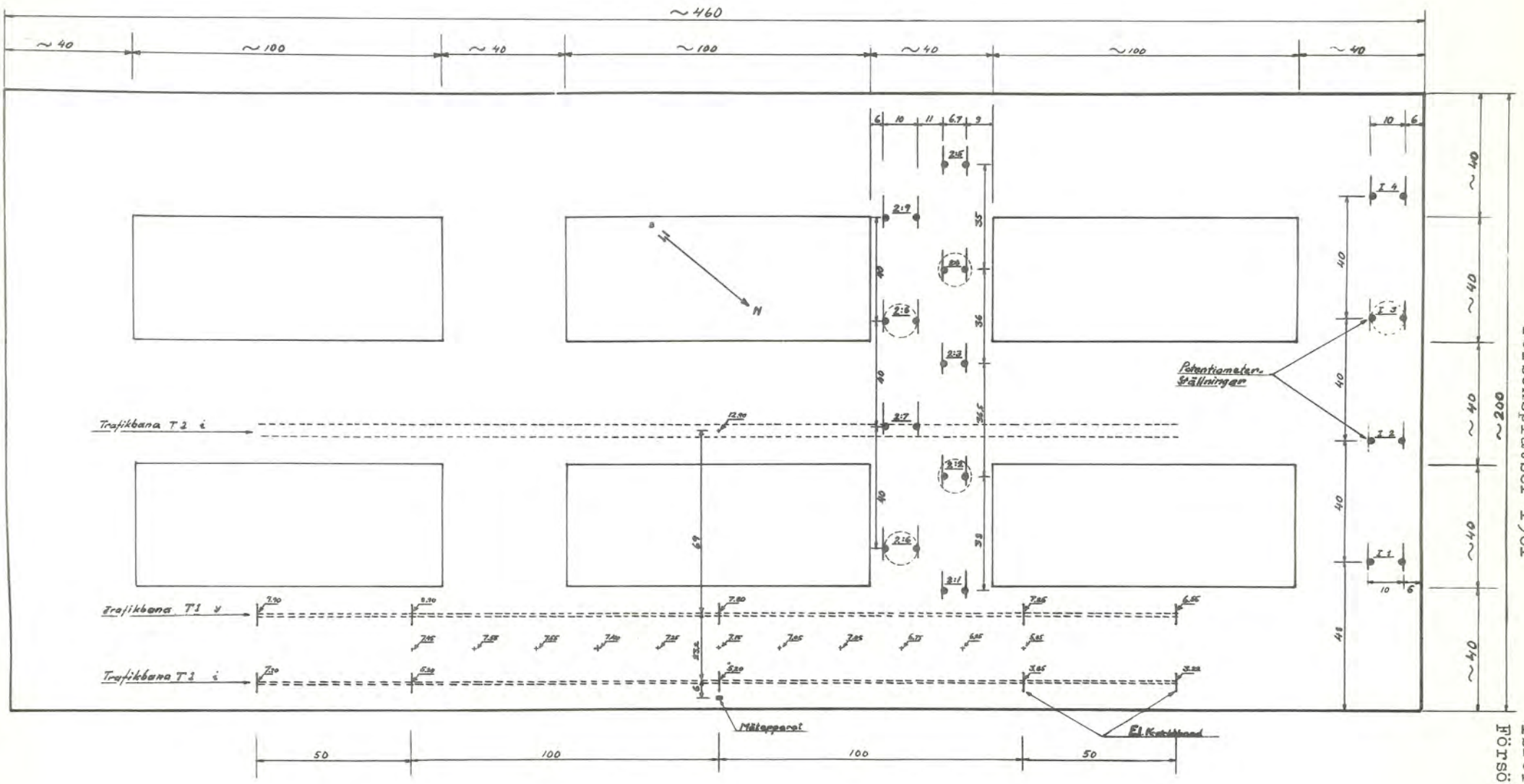
plasticitetsprov → P-försök

vibr matning

ismätn. sektion med punkterna a resp. c



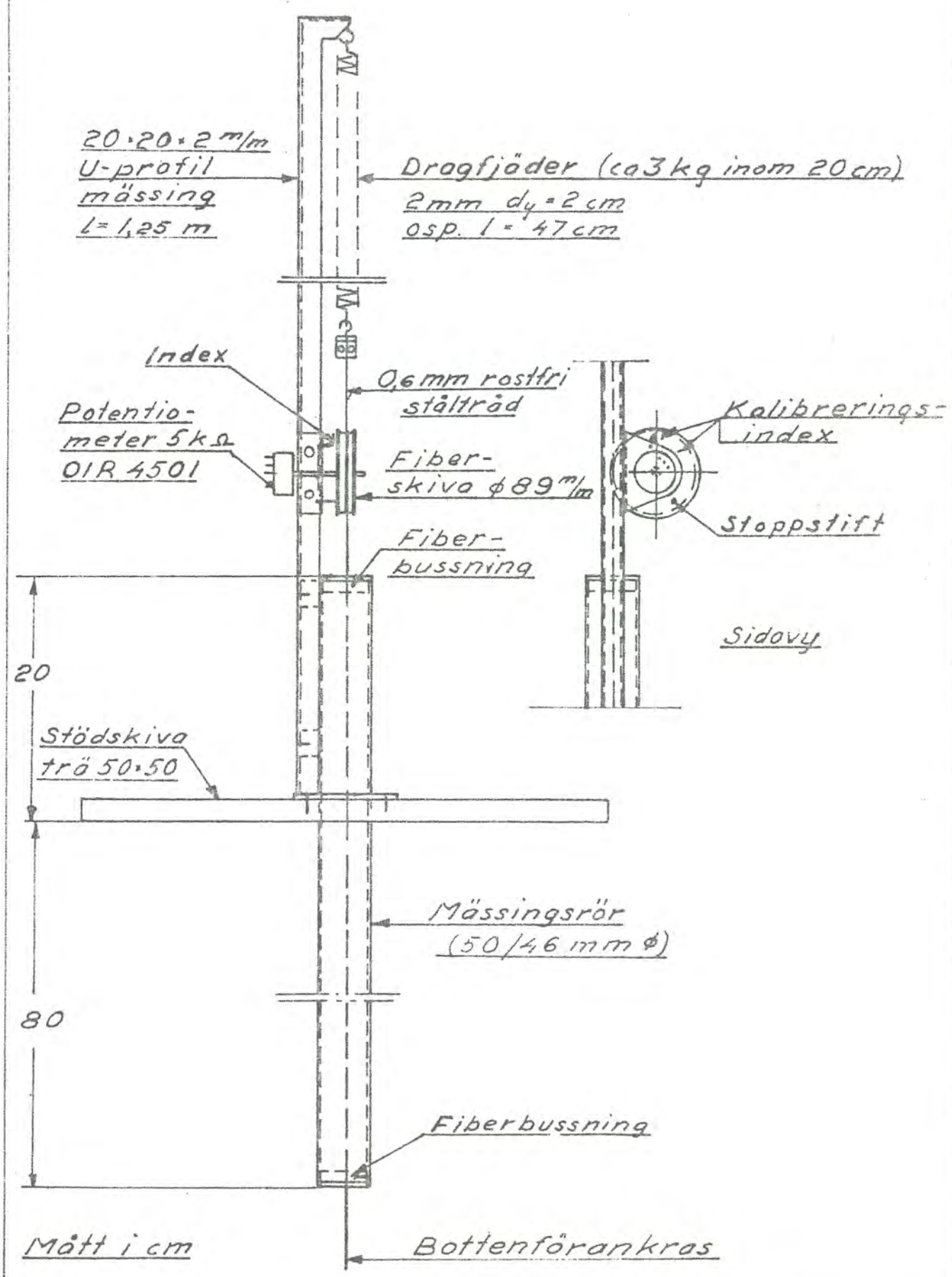
x) Veg.gr. ca 293.50 à 294.00
D.gr. = 293.25
S.gr. = 290.50



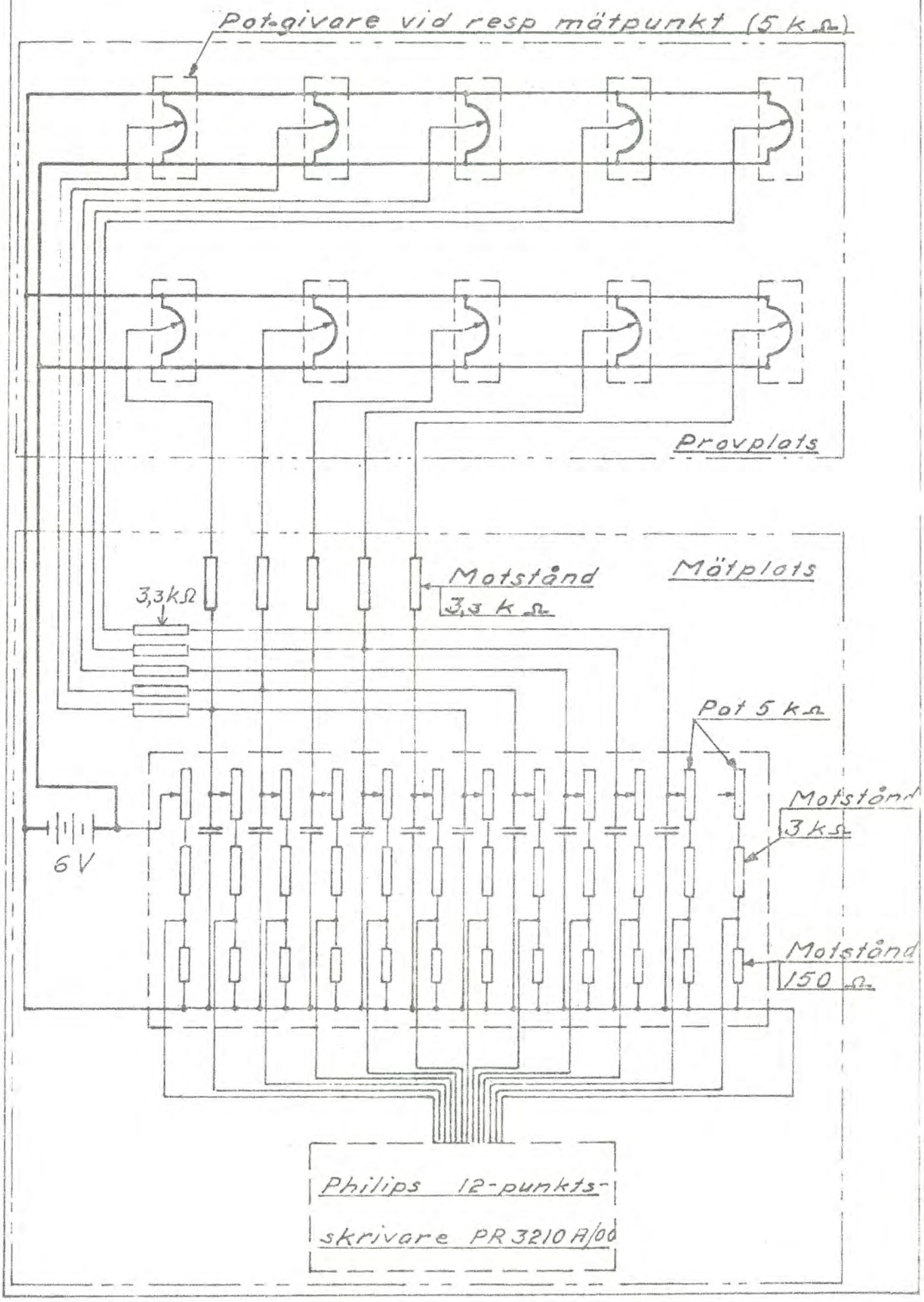
Försöksplatser 1961

Fig. 2:2
Isförsök, Storsjön
Försökens utförande

SMHI HBI	Potentiometergivare för isförsök 1961	Fig. 2:3 Isförsök, Storsjön Försökens utförande

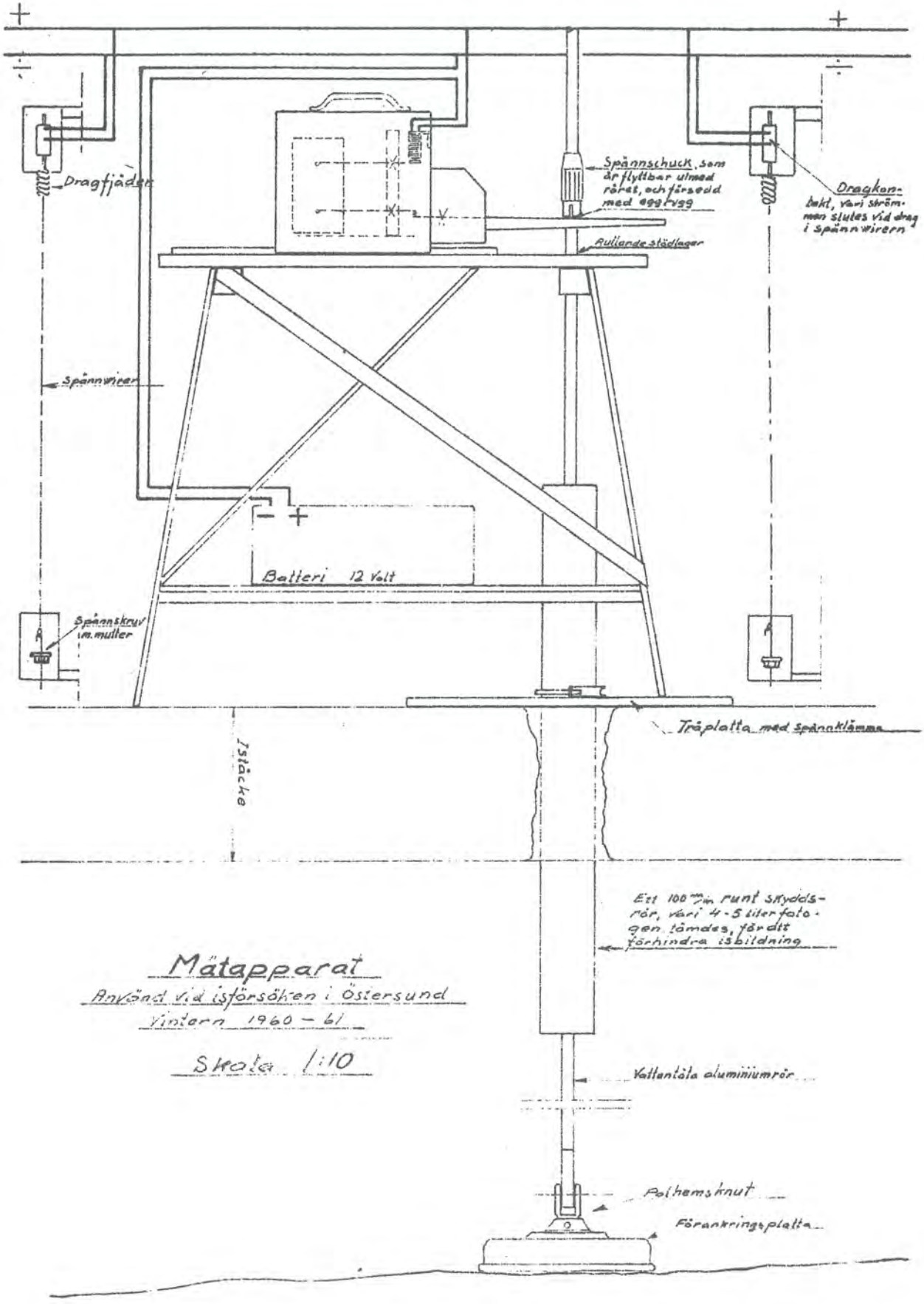


SMHI HBI	Kopplingsschema över potentiometergivare vid isförsök 1961	Fig. 2:4
		Isförsök, Storsjön
		Försökens utförande

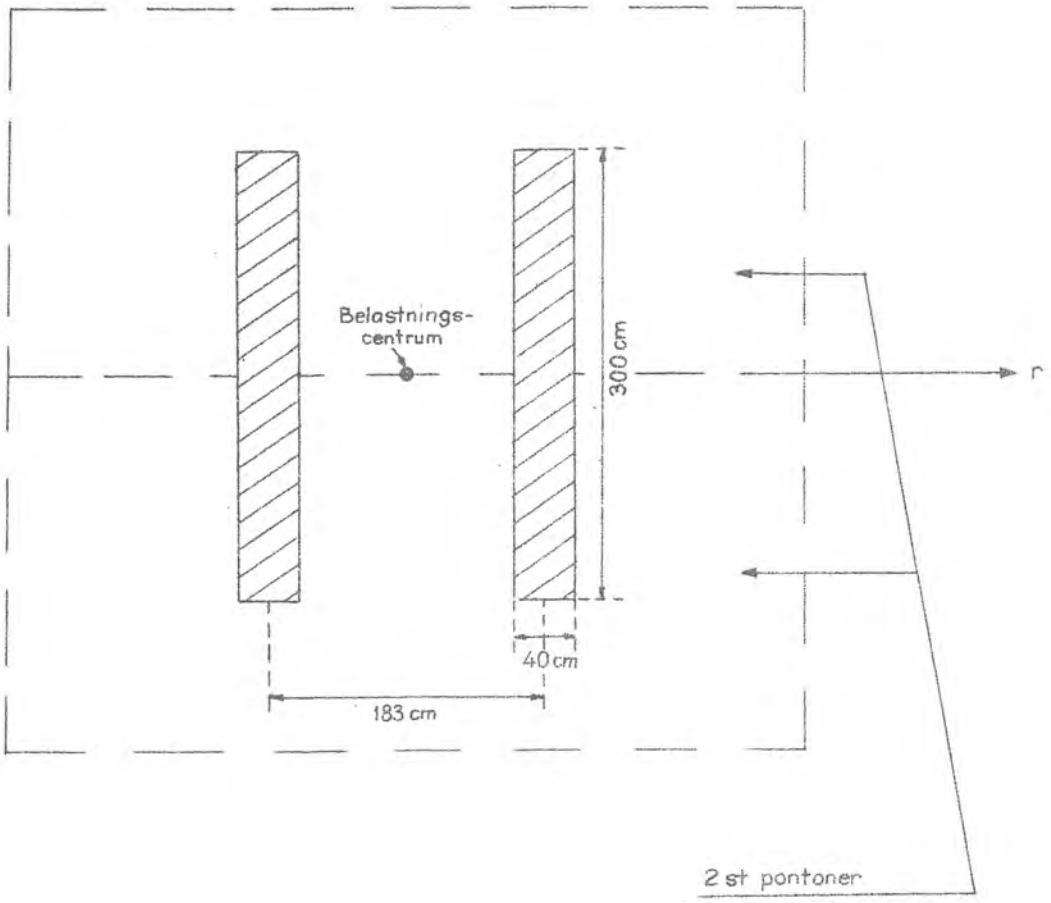


Deformationsmätning vid
1961 års dynamiska försök:
mätanordning.

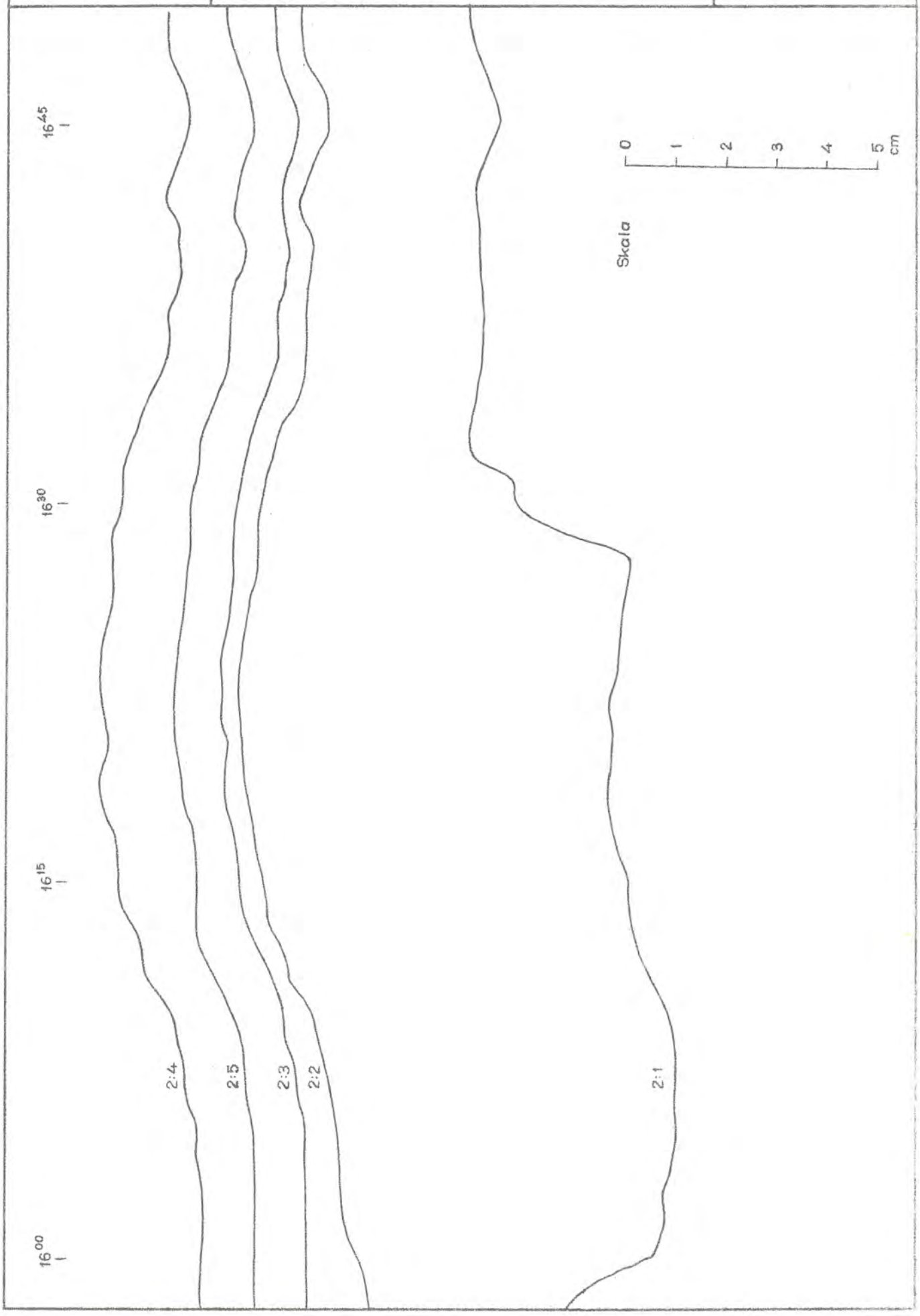
Fig. 2:5
Isförsök, Storsjön
Försökens utförande



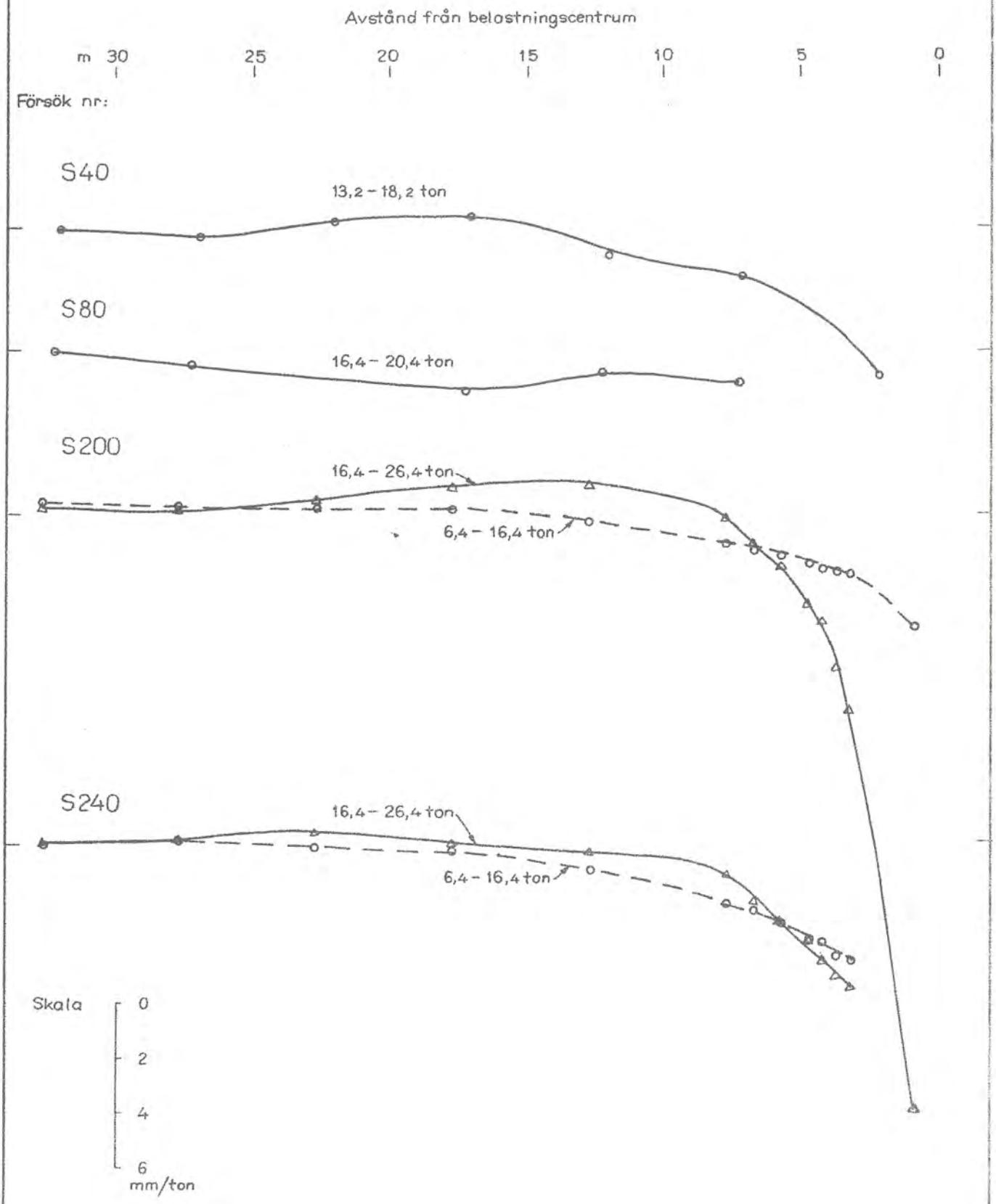
S M H I H B I	Belastningsunderlagets dimensioner	Fig. 2:6 Isförsök, Storsjön Försökens utförande



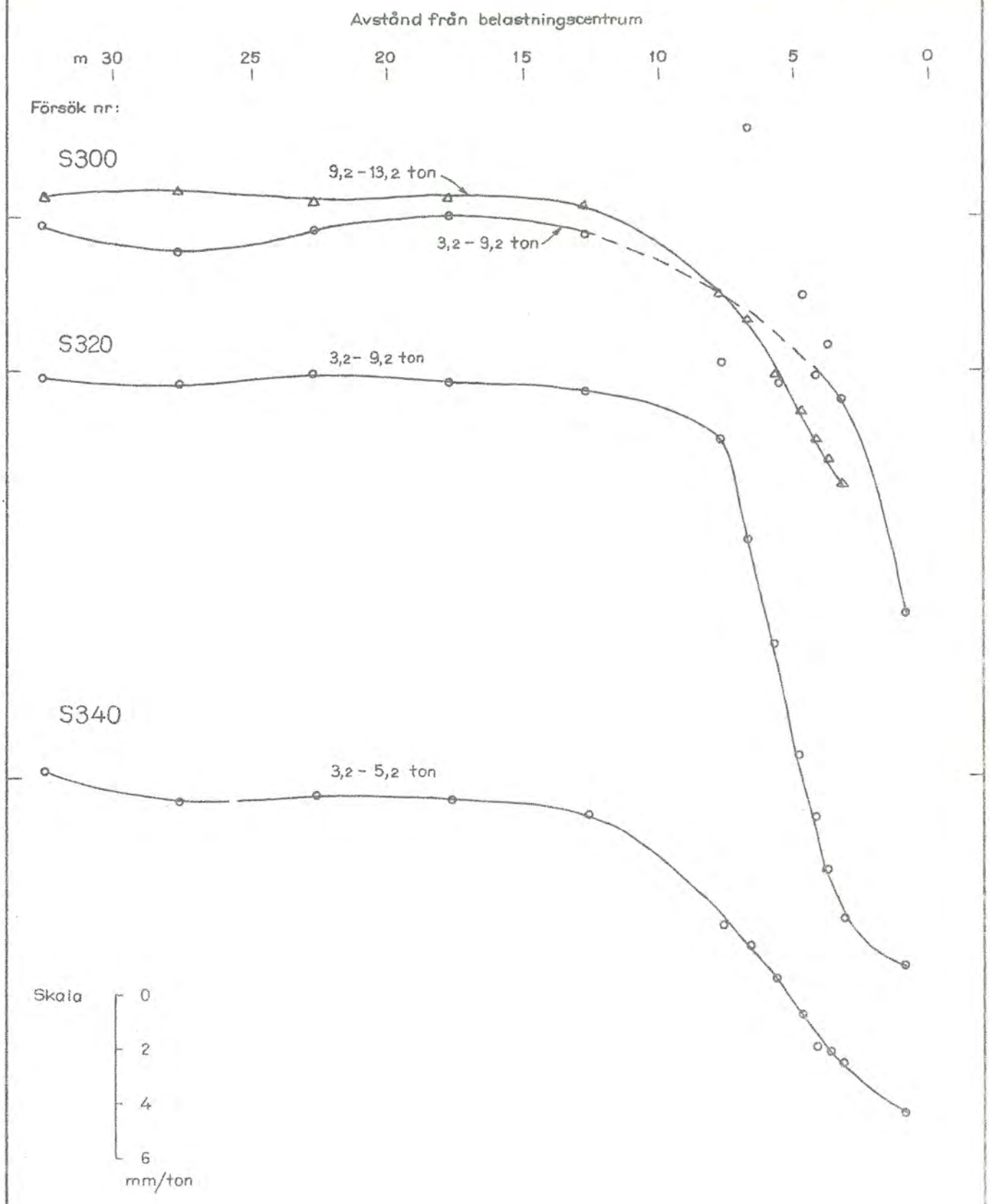
S M H I H B I	Isens egensvängningar Försök 2:1 B	Fig. 3:1 Isförsök, Storsjön Statiska försök



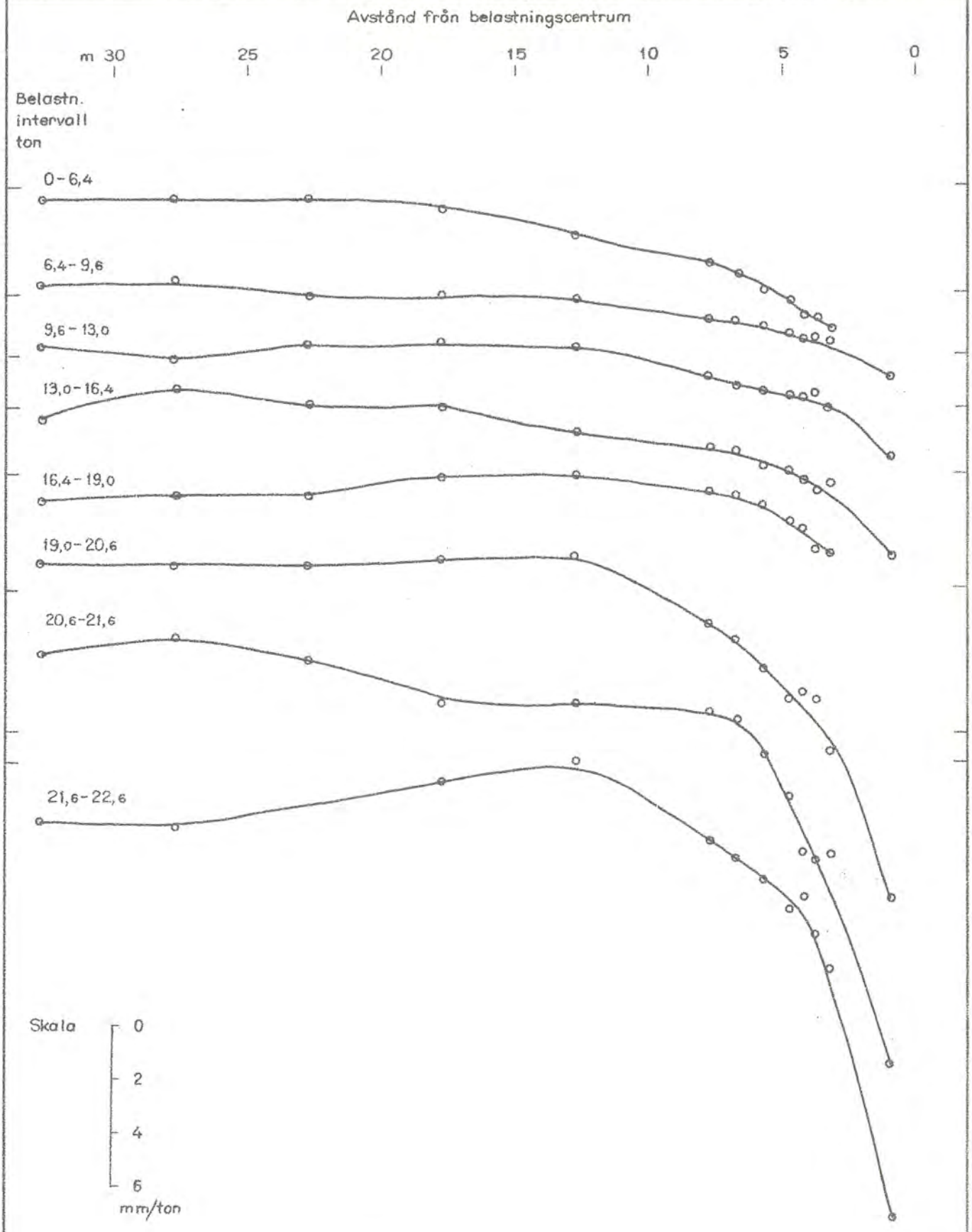
S M H I H B I	Istäckets deflektionsprofil (kontinuerligt ökande last)	Fig. 3:2a Isförsök, Storsjön Statiska försök



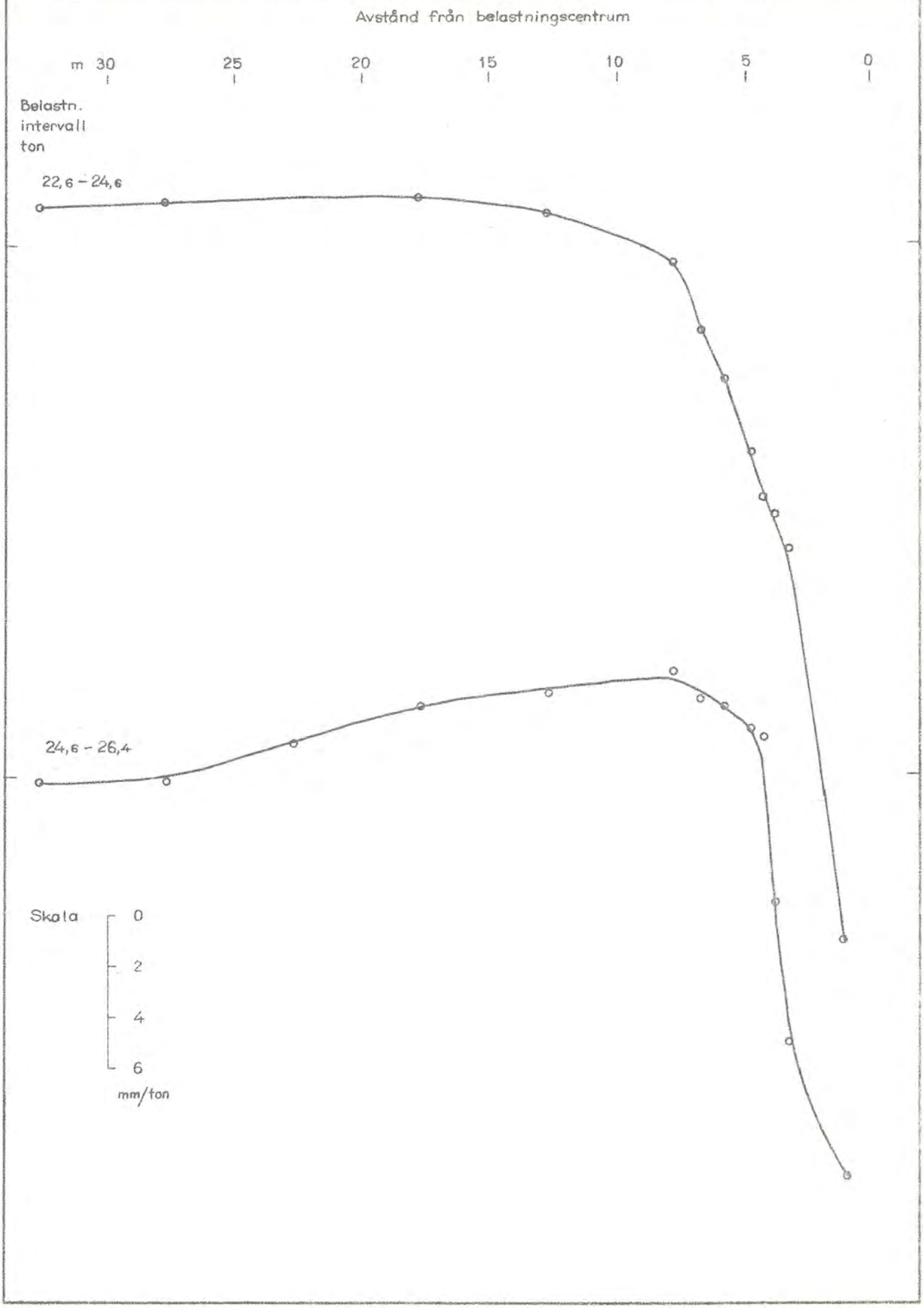
S M H I H B I	Istäckets deflektionsprofil (kontinuerligt ökande last)	Fig. 3:2b Isförsök, Storsjön Statiska försök



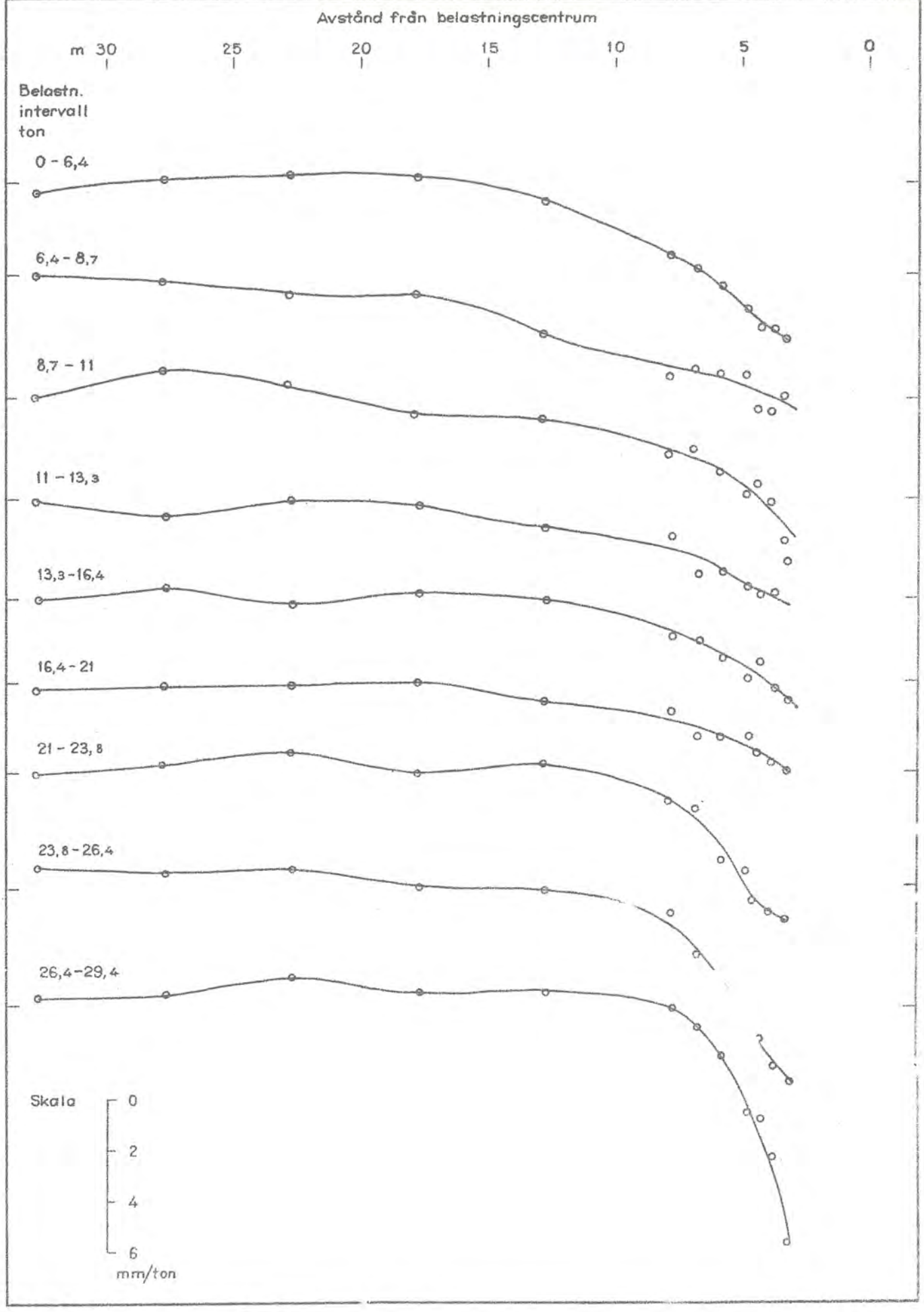
S M H I H B I	Istäckets deflektionsprofil i olika belastningsintervall (kontinuerligt ökande last) Försök S 200	Fig. 3:3a Isförsök, Storsjön Statiska försök



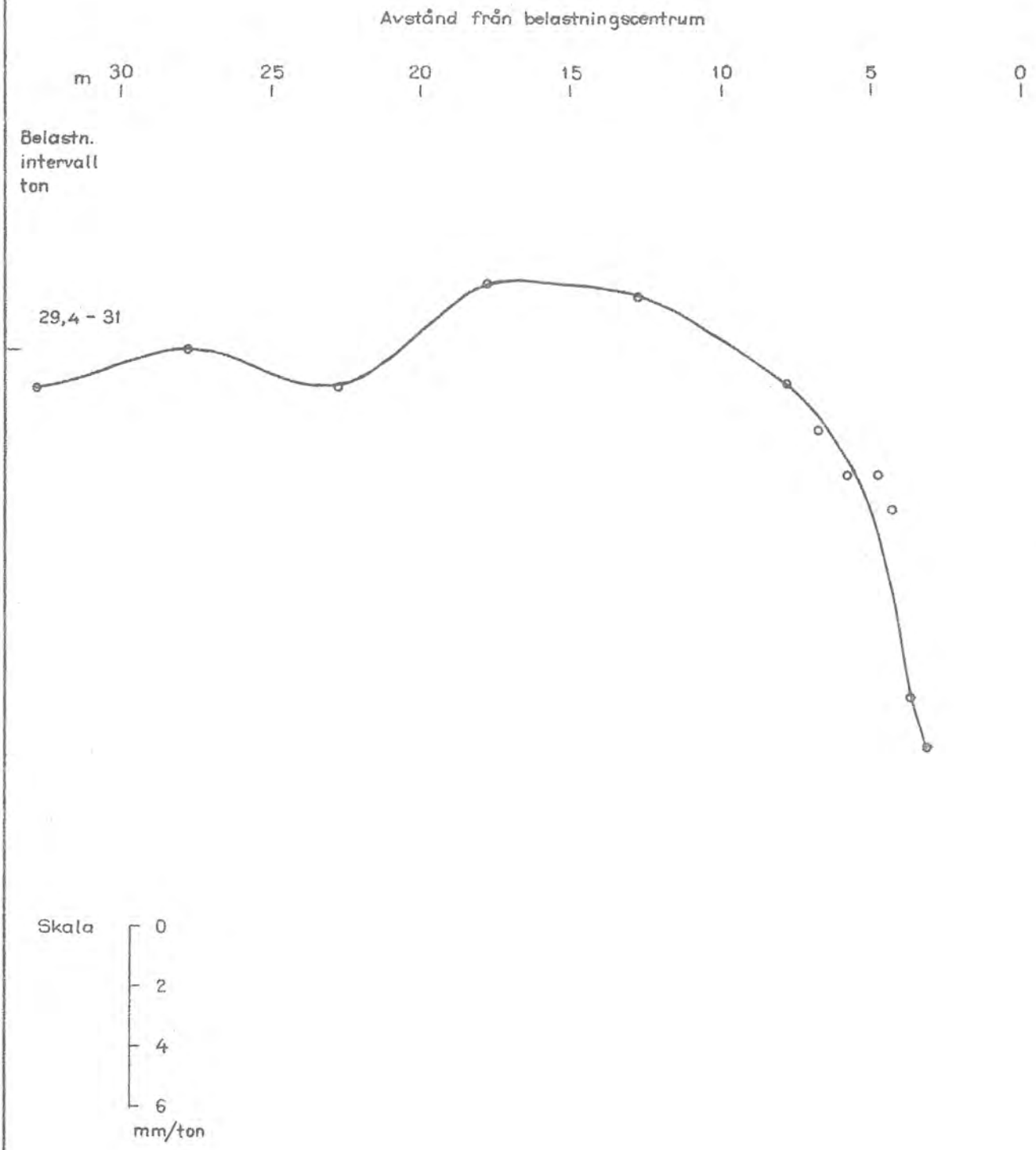
S M H I H B I	Istäckets deflektionsprofil i olika belastningsintervall (kontinuerligt ökande last) Försök S 200	Fig. 3:3b Isförsök, Storsjön Statiska försök



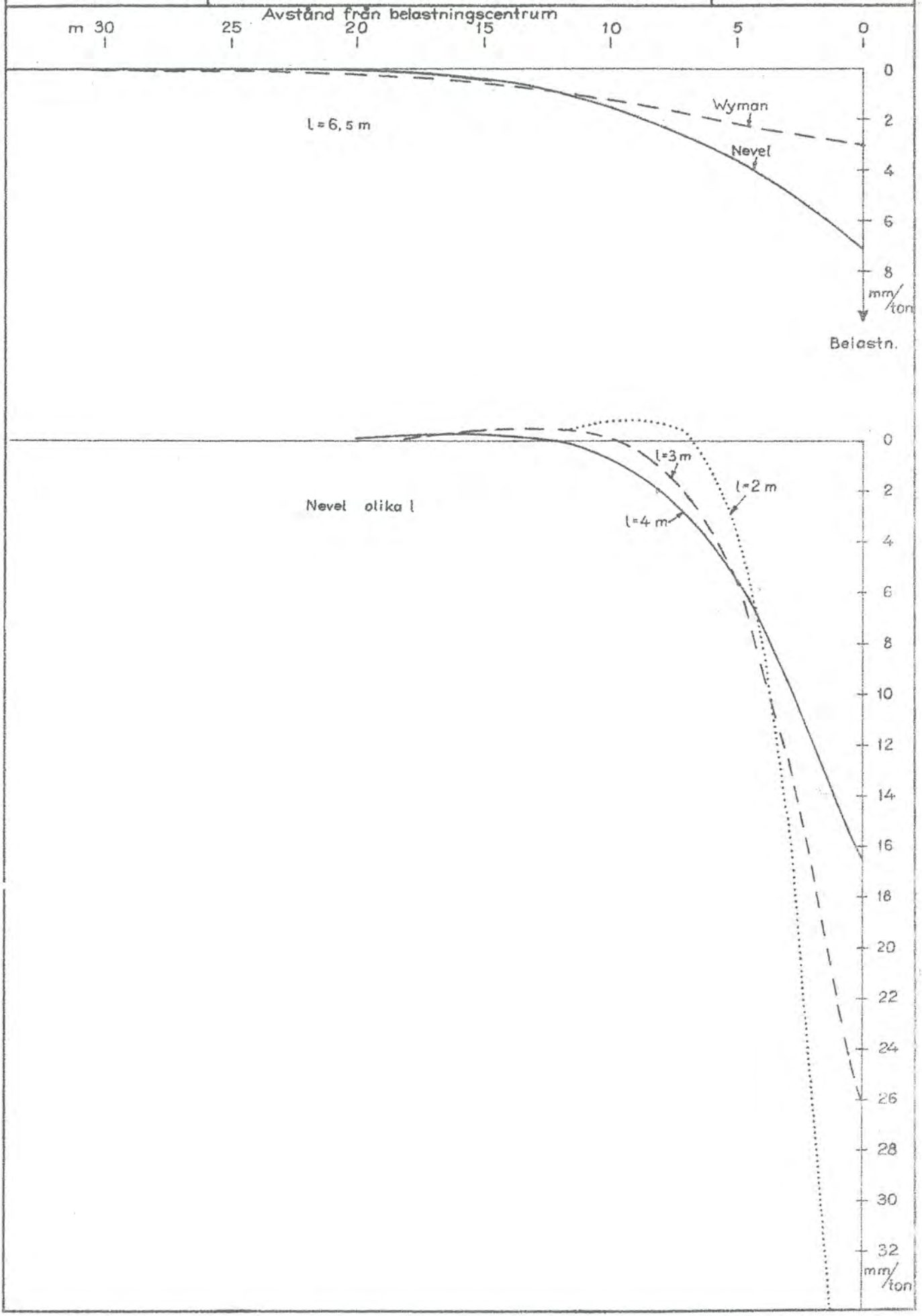
S M H I H B I	Istäckets deflektionsprofil i olika belastningsintervall (kontinuerligt ökande last) Försök S 240	Fig. 3:3a Isförsök, Storsjön Statiska försök



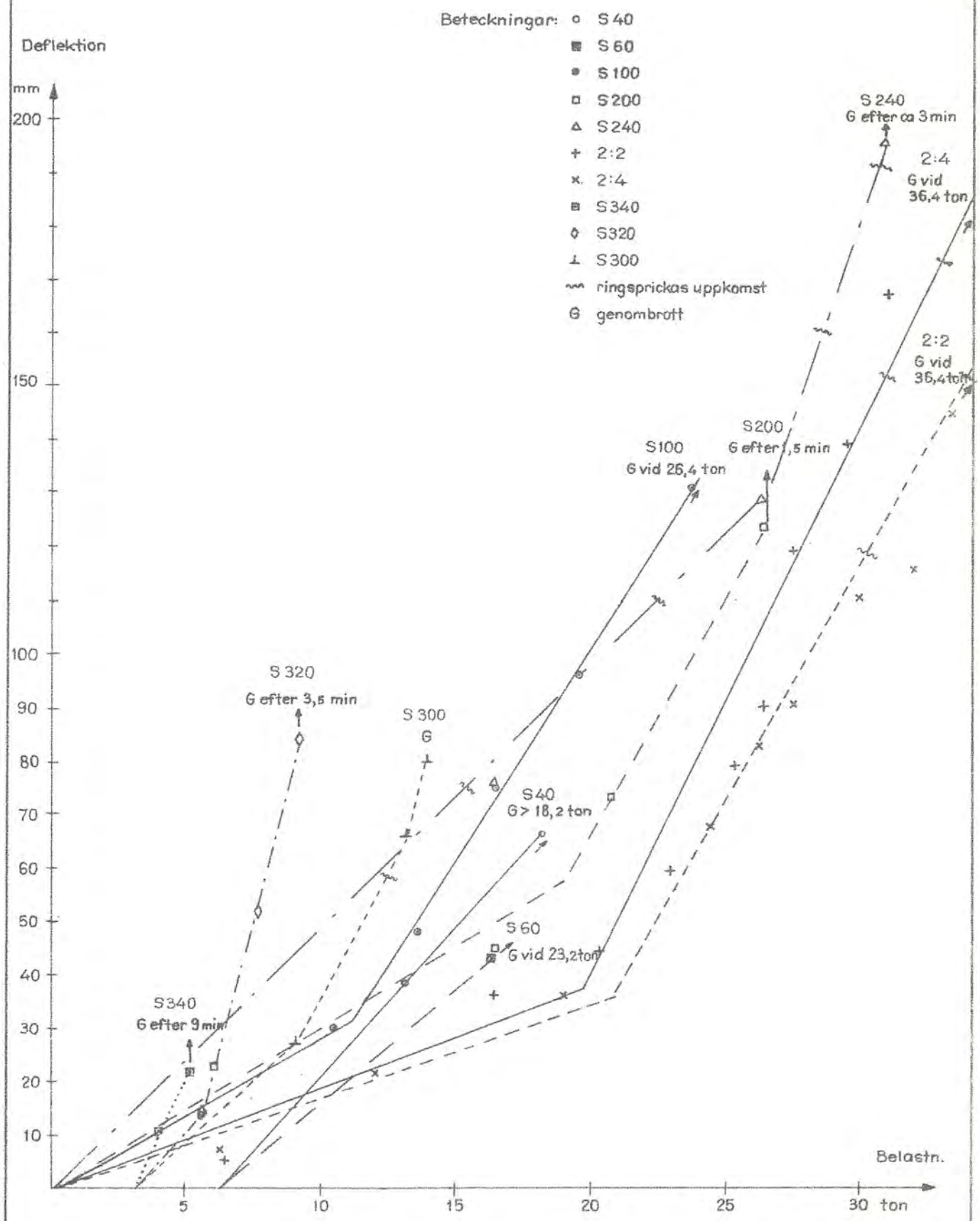
S M H I H B I	Istäckets deflektionsprofil i olika belastningsintervall (kontinuerligt ökande last) Försök S 240	Fig. 3:3d Isförsök, Storsjön Statiska försök



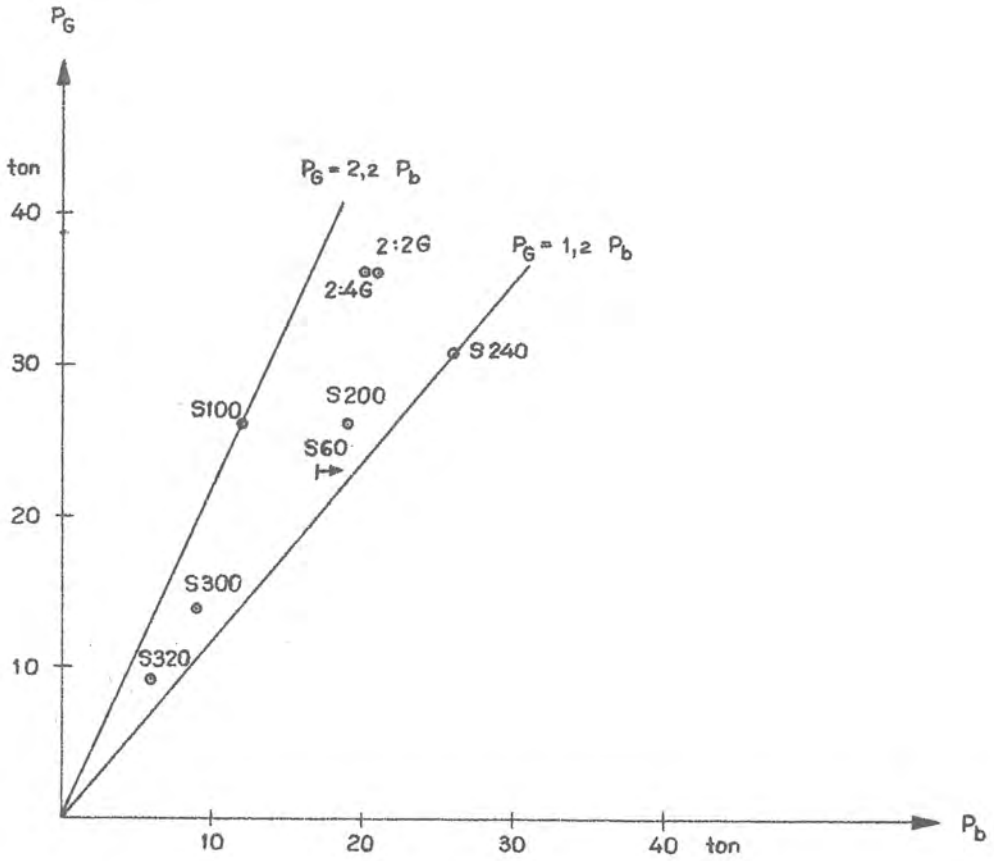
S M H I H B I	Teoretiska deflektionsprofiler av elastisk platta på elastiskt underlag	Fig. 3.4 Isförsök, Storsjön Statiska försök



S M H I H B I	Elastiska deflektionen som funktion av lasten r = 3,35 m	Fig. 3:5 Isförsök, Storsjön Statiska försök

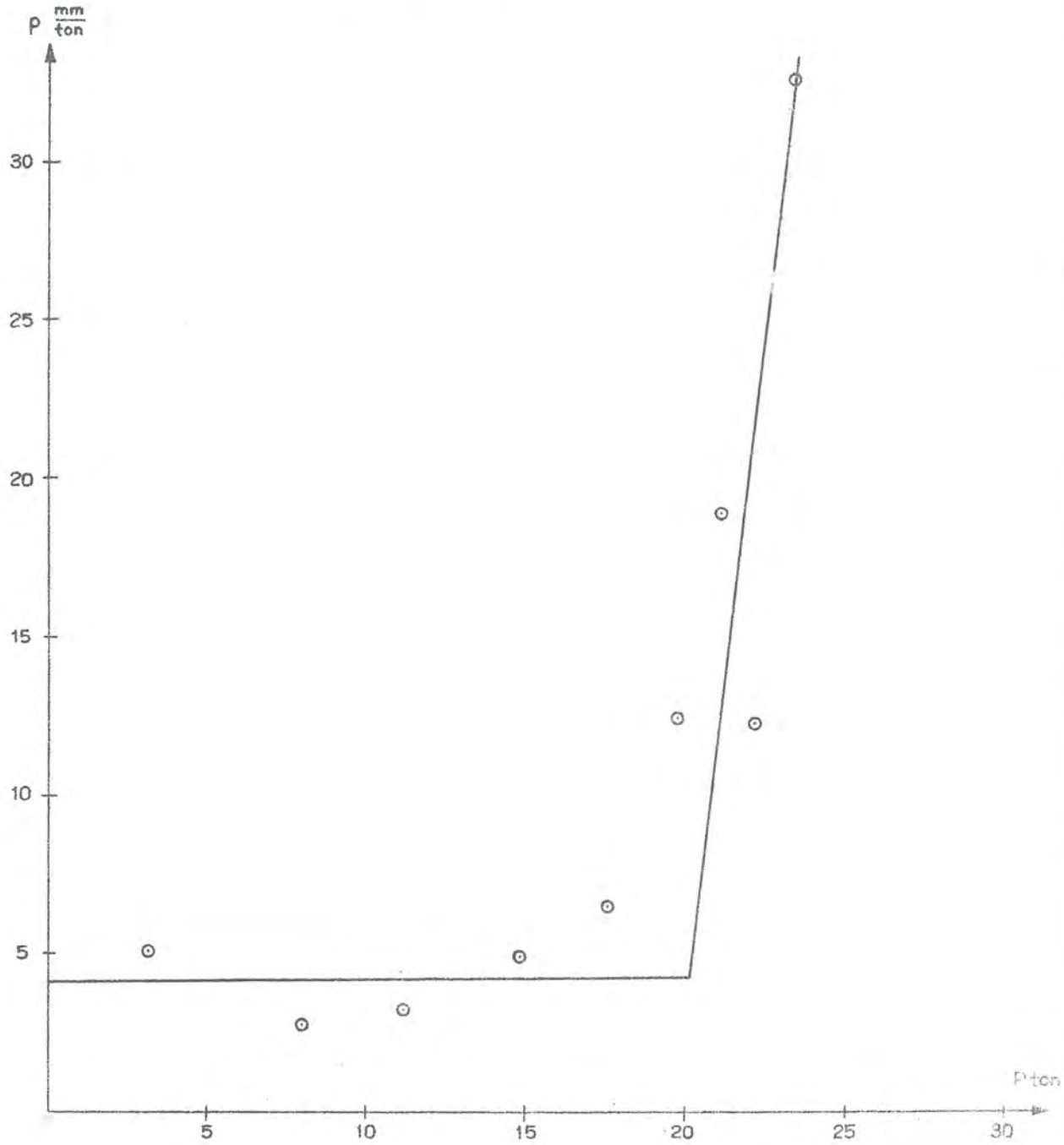


S M H I H B I	Gränslasten (P_G) som funktion av brytpunktslasten (P_b) r = 3,35 m	Fig. 3:6 Isförsök, Storsjön Statiska försök

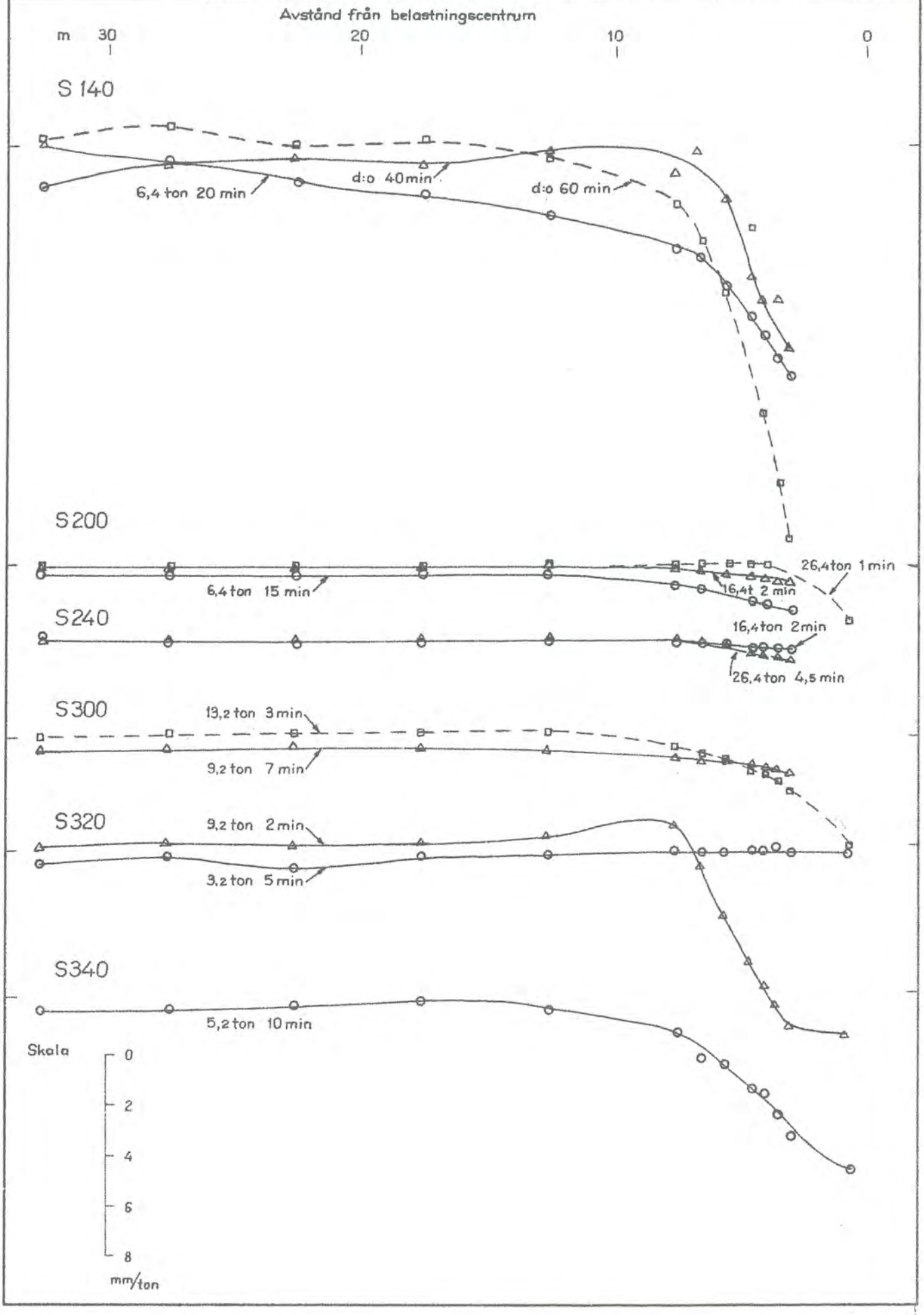


S M H :: H B I	Anpassning till Meyerhofs modell av "elastiska" profilerna från försök S 200	Fig. 3:7 Isförsök, Storsjö Statiska försök

$$p = \frac{\frac{\Delta W_o}{\Delta P}}{{}^{10}\log e \left(1 + \ln \frac{C_R}{d}\right)}$$



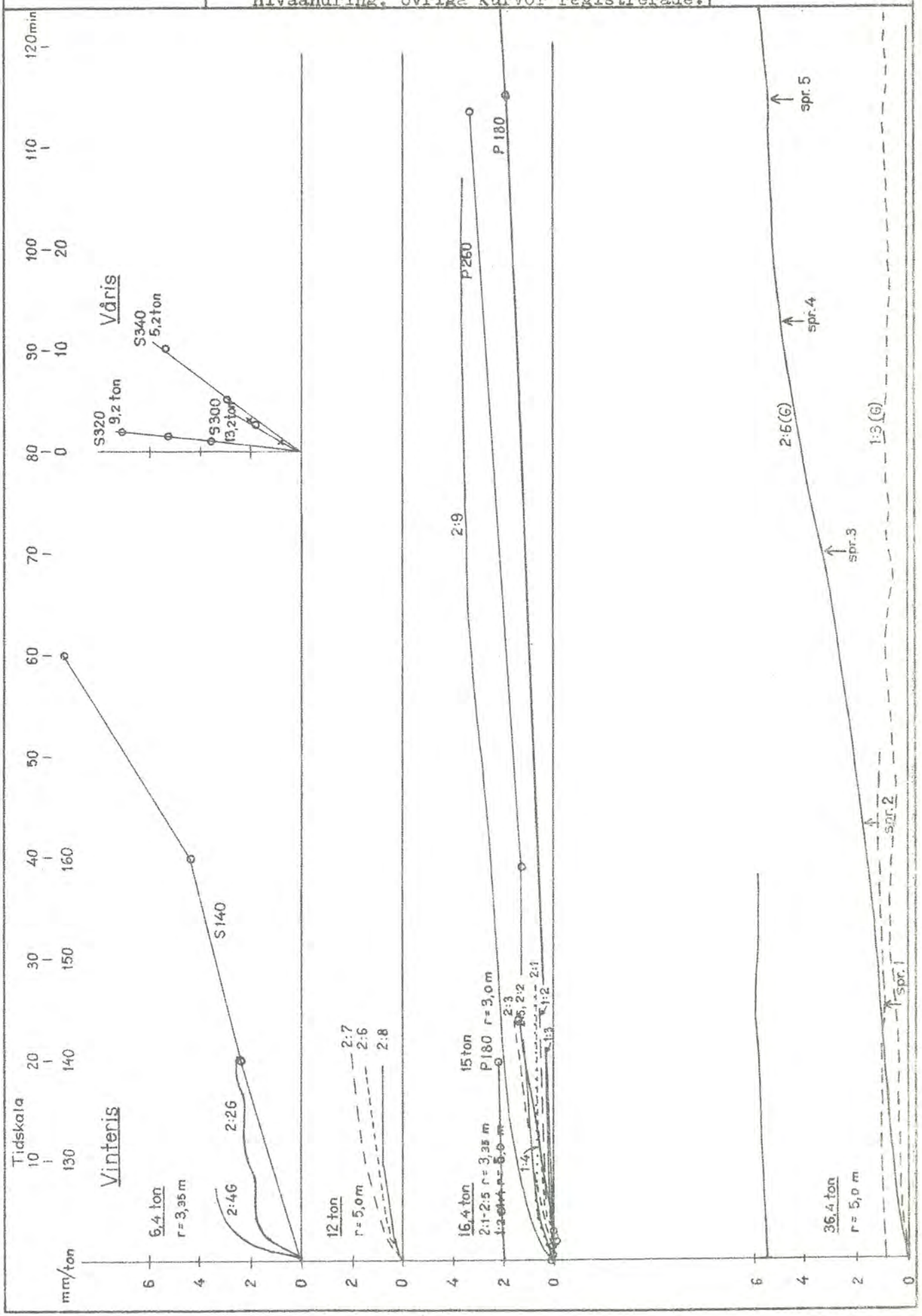
S M H I H B I	Istäckets deflektionsprofil (statisk last)	Fig. 3:6 Isförsök, Storsjön Statiska försök



S M H I
H B I

Deformationsändring under statisk last (krypförlopp)
S140 o. P260-kurvorna baserade på enstaka (utritade) observationer av lastens nivåändring. Övriga kurvor registrerade.

Fig. 3:9
Isförsök, Storsjön
Statiska försök

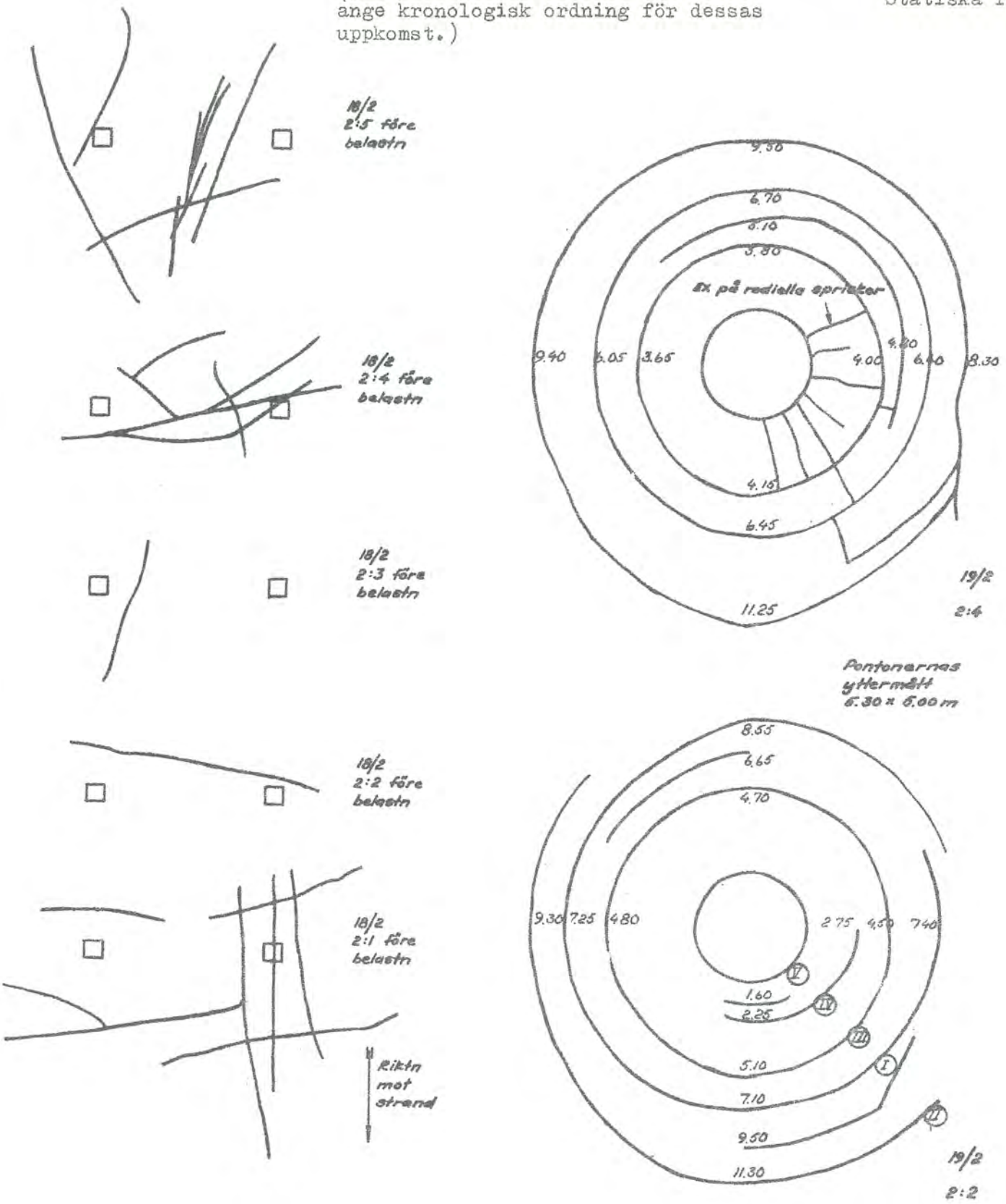


SMHI
HBI

Sprickor och ringsprickor vid belastningsplatserna 1961

(Romerska siffror vid ringsprickorna ange kronologisk ordning för dessas uppkomst.)

Fig. 3:10a
Isförsök, Storsjön
Statiska försök



S M H I
H B I

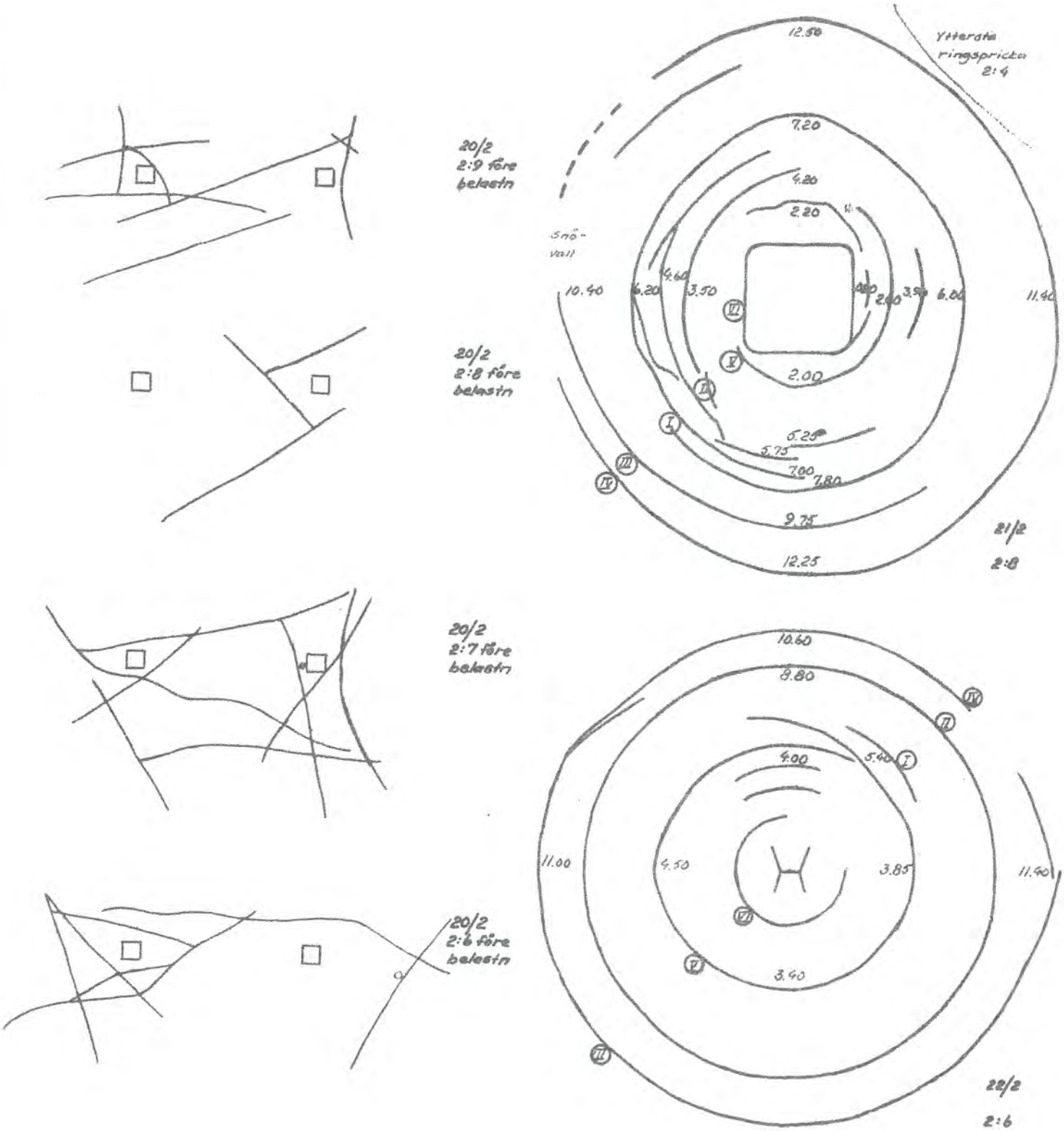
Sprickor och ringsprickor vid belastningsplatserna 1961

(Romerska siffror vid ringsprickorna ange kronologisk ordning för dessas uppkomst.)

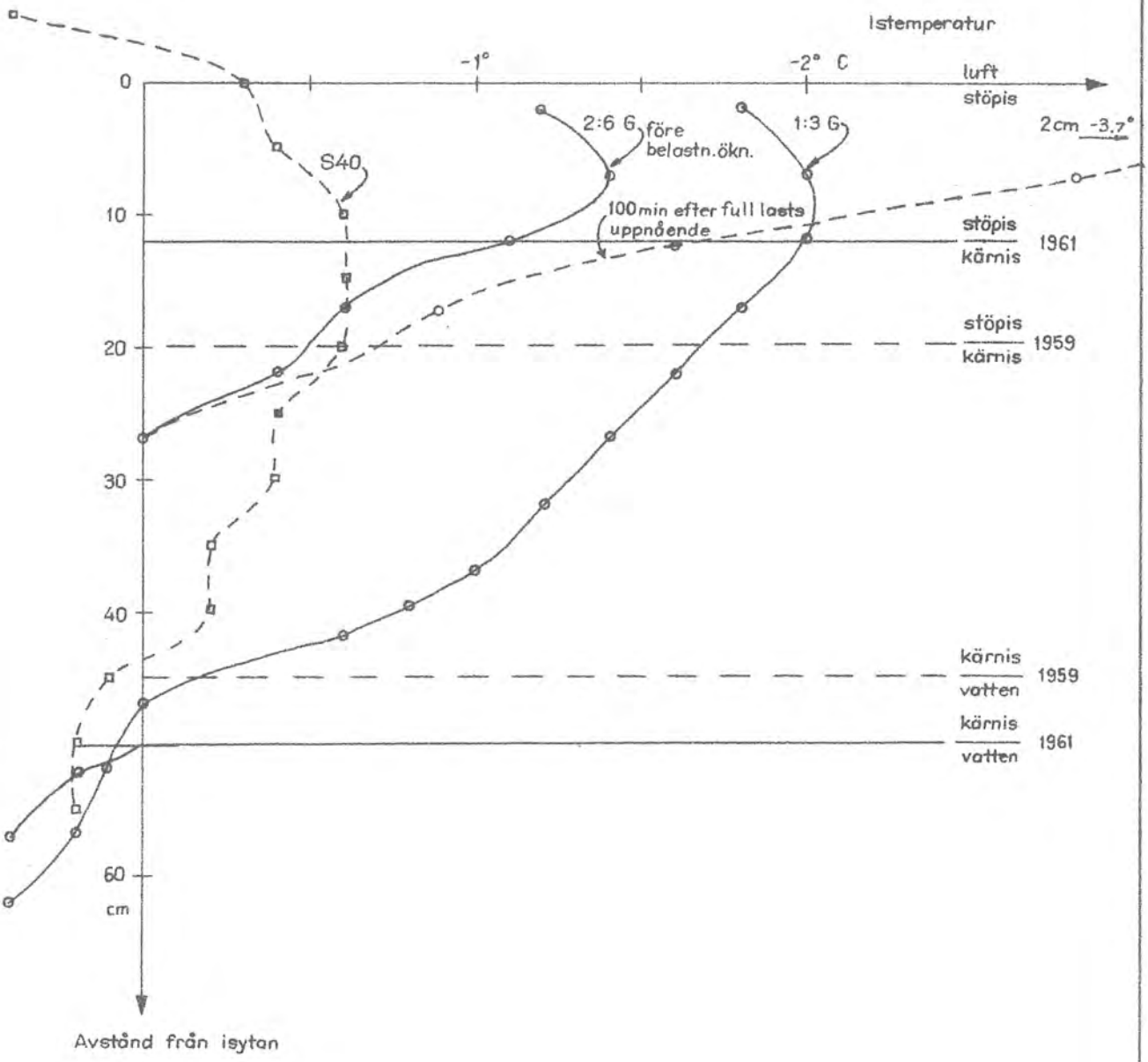
Fig. 3:10b

Isförsök, Storr

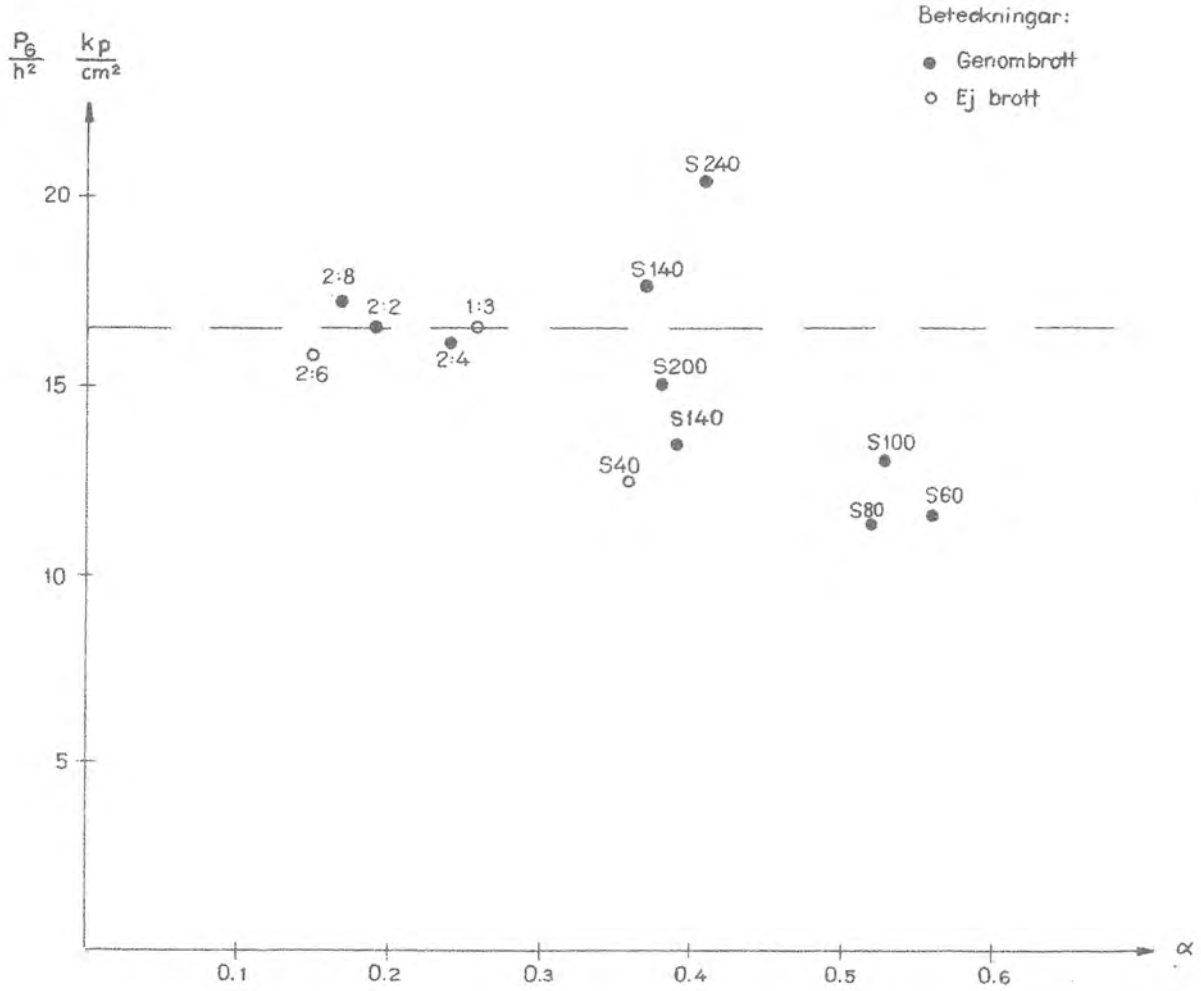
Statiska försök



S M H I H B I	Istemperaturen vid försöken S 40, 2:6 G och 1:3 G	Fig. 3:11 Isförsök, Storsjön Statiska försök

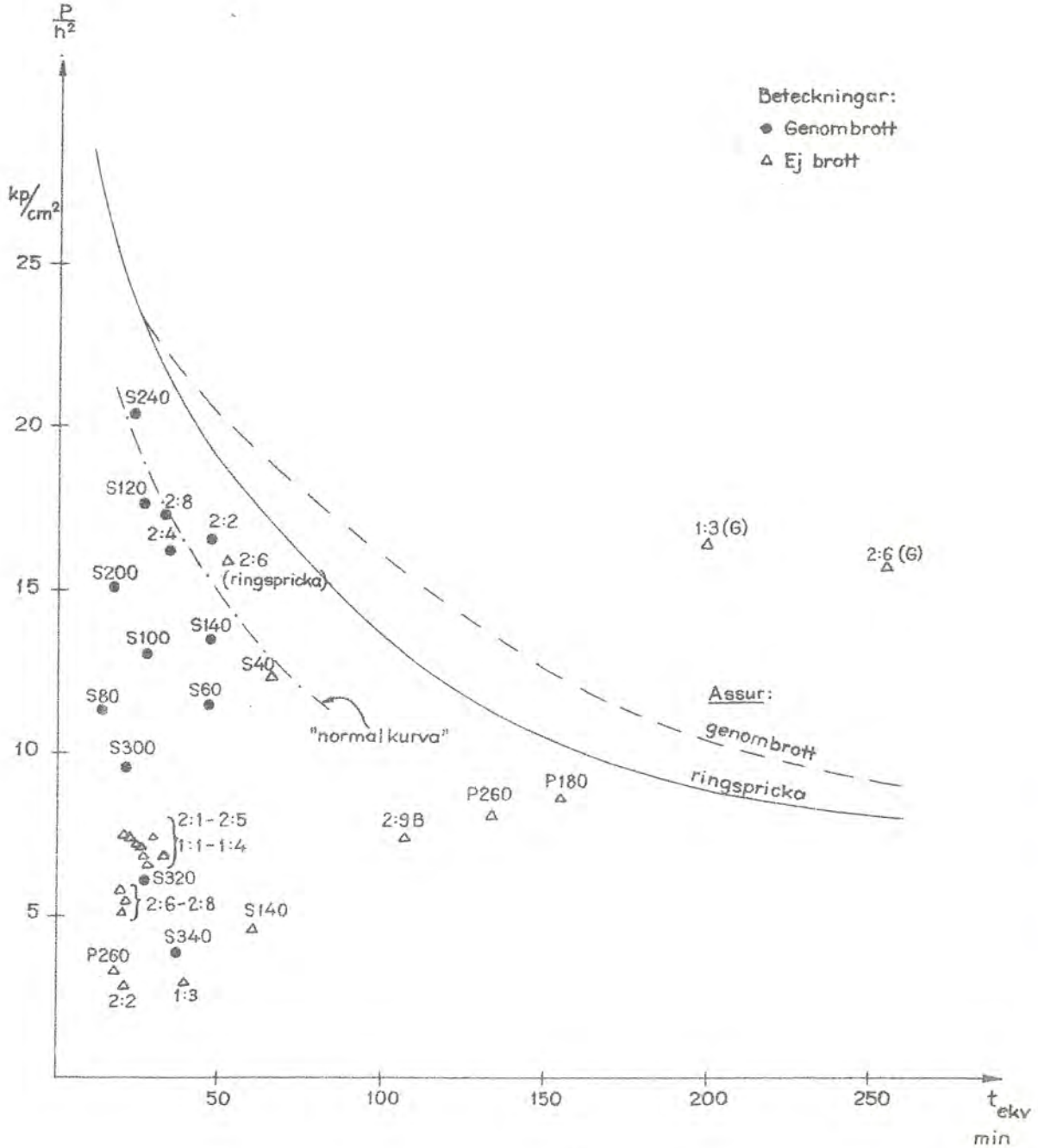


S M H I H B I	Gränslastvärden vid genombrott (max. last) som funktion av stöpisandelen i istäcket.	Fig. 3:12 Isförsök, Storsjön Statiska försök

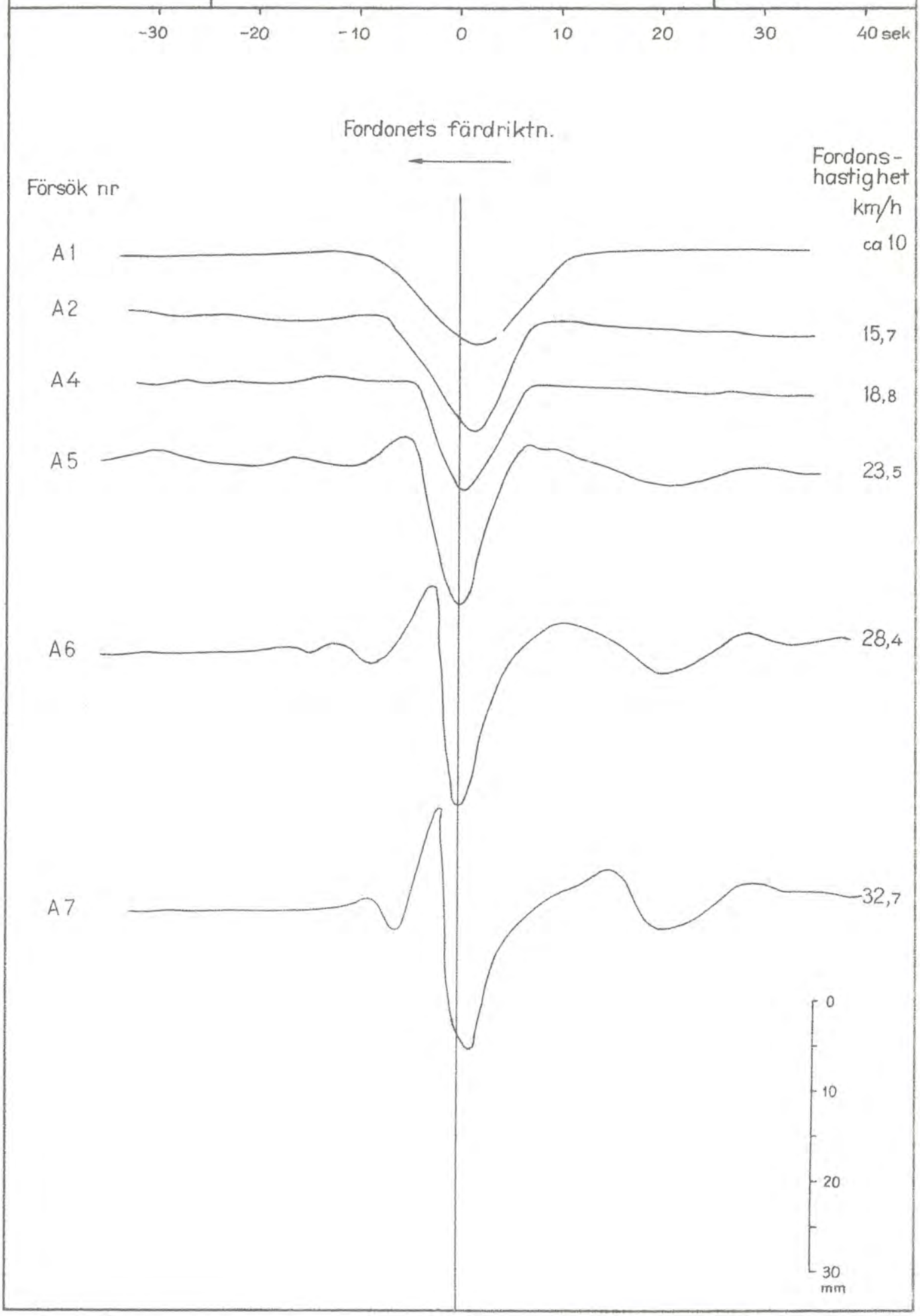


S M H I H B I	Belastningsvärde som funktion av ekvivalenta belastningstiden	Fig. 3:13 Isförsök, Storsjön Statiska försök

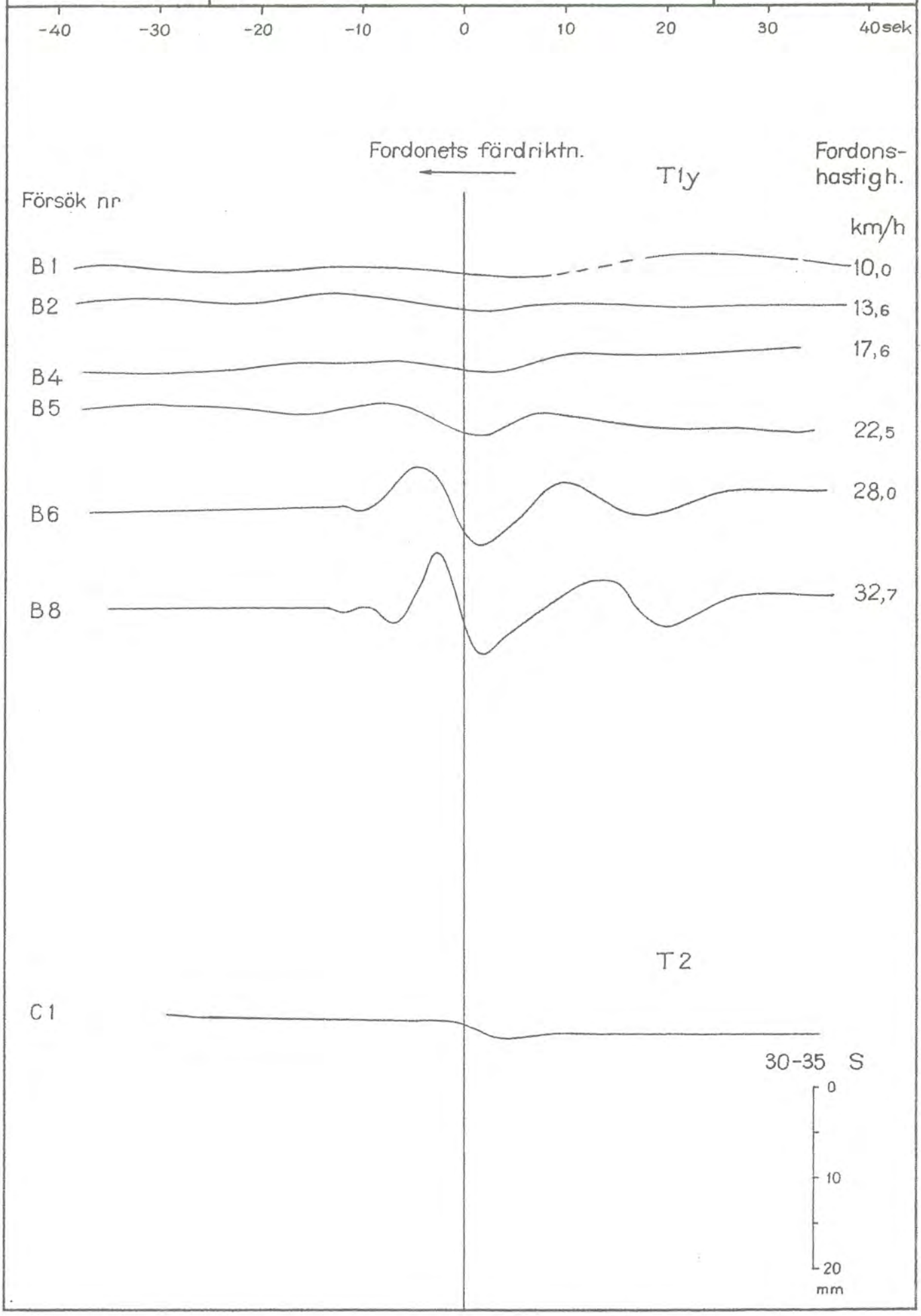
De inritade kurvorna avse sambandet belastningsvärde - parkeringstid enligt Assur (3) samt normalkurvan för de svenska försöken.



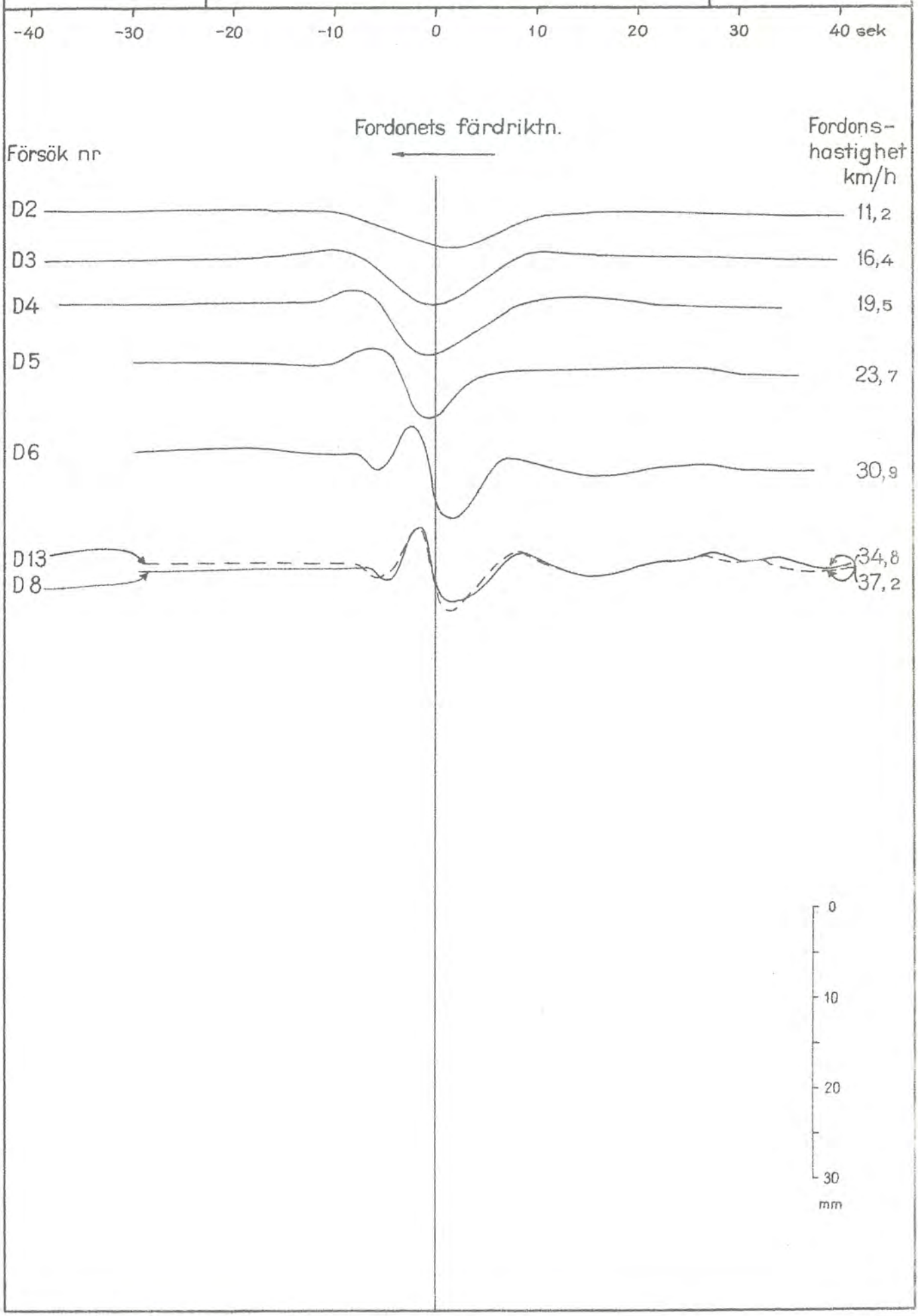
S M H I H B I	**Istäckets deflektion under rörlig last** Serie A: Bana T1 i norrut Fordonsvikt 7,7 ton Mätpunkt 6 m från bancentrum	Fig. 4:1a Isförsök, Storsjön Dynamiska försök



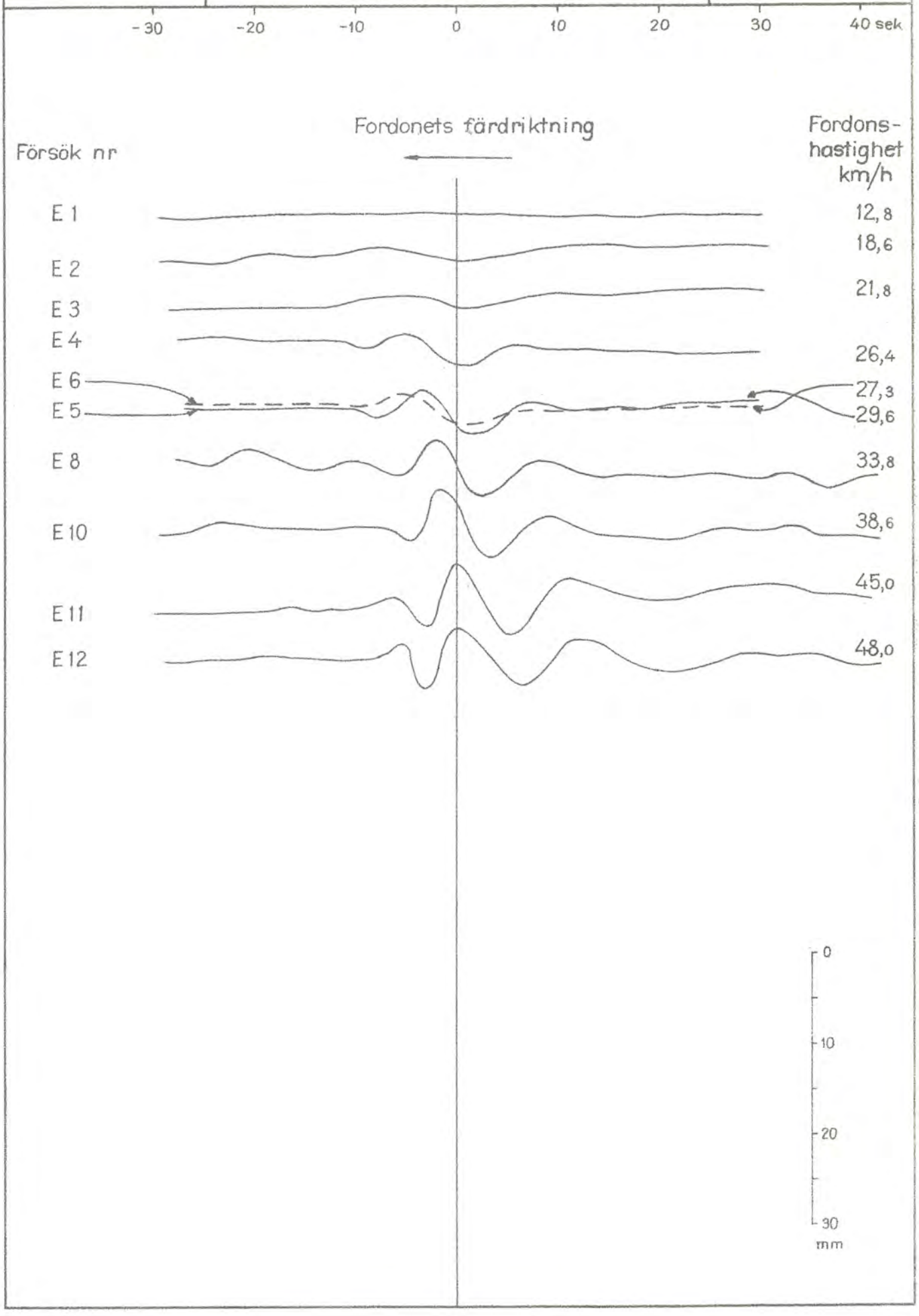
S M H I H B I	Istäckets deflektion under rörlig last Serie B resp. C: Bana T1 y norrut samt T2 söderut, Fordonsvikt 7,7 ton Mätpunkt 29 resp.98 m från bancentrum	Fig. 4:1b Isförsök, Storsjön Dynamiska försök



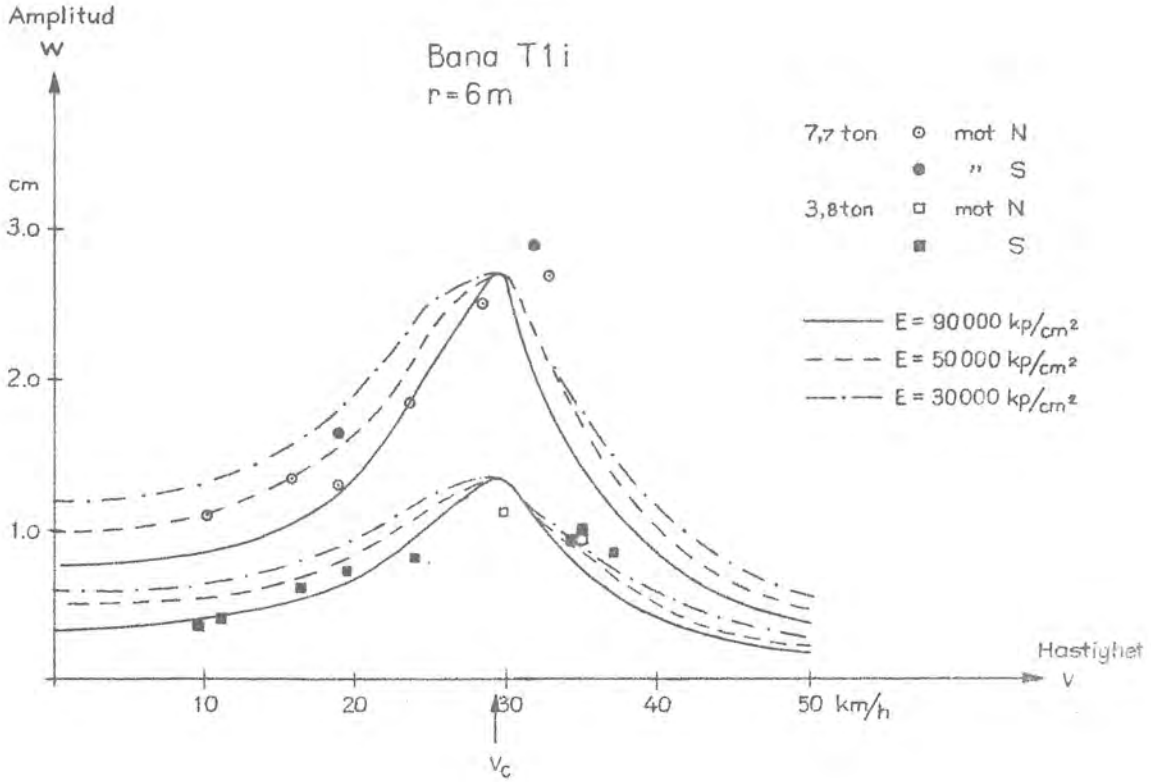
S M H I H B I	Istäckets deflektion under rörlig last Serie D: Bana T1 i söderut Fordonsvikt 3,5 ton Mätpunkt 6 m från bancentrum	Fig. 4:1c Isförsök, Storsjön Dynamiska försök

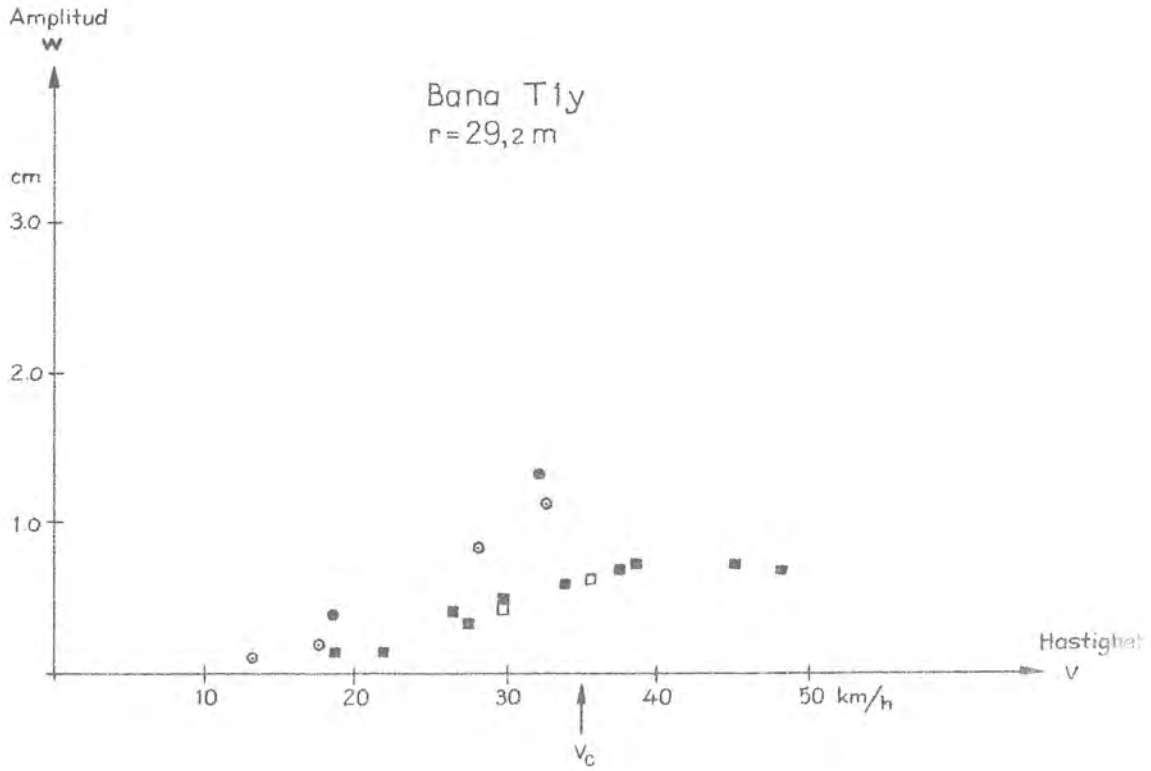


S M H I H B I	Istäckets deflektion under rörlig last Serie E: Bana T1 y söderut Fordonsvikt 3,5 ton Mätpunkt 29 m från bancentrum	Fig. 4:1d Isförsök, Storsjön Dynamiska försök

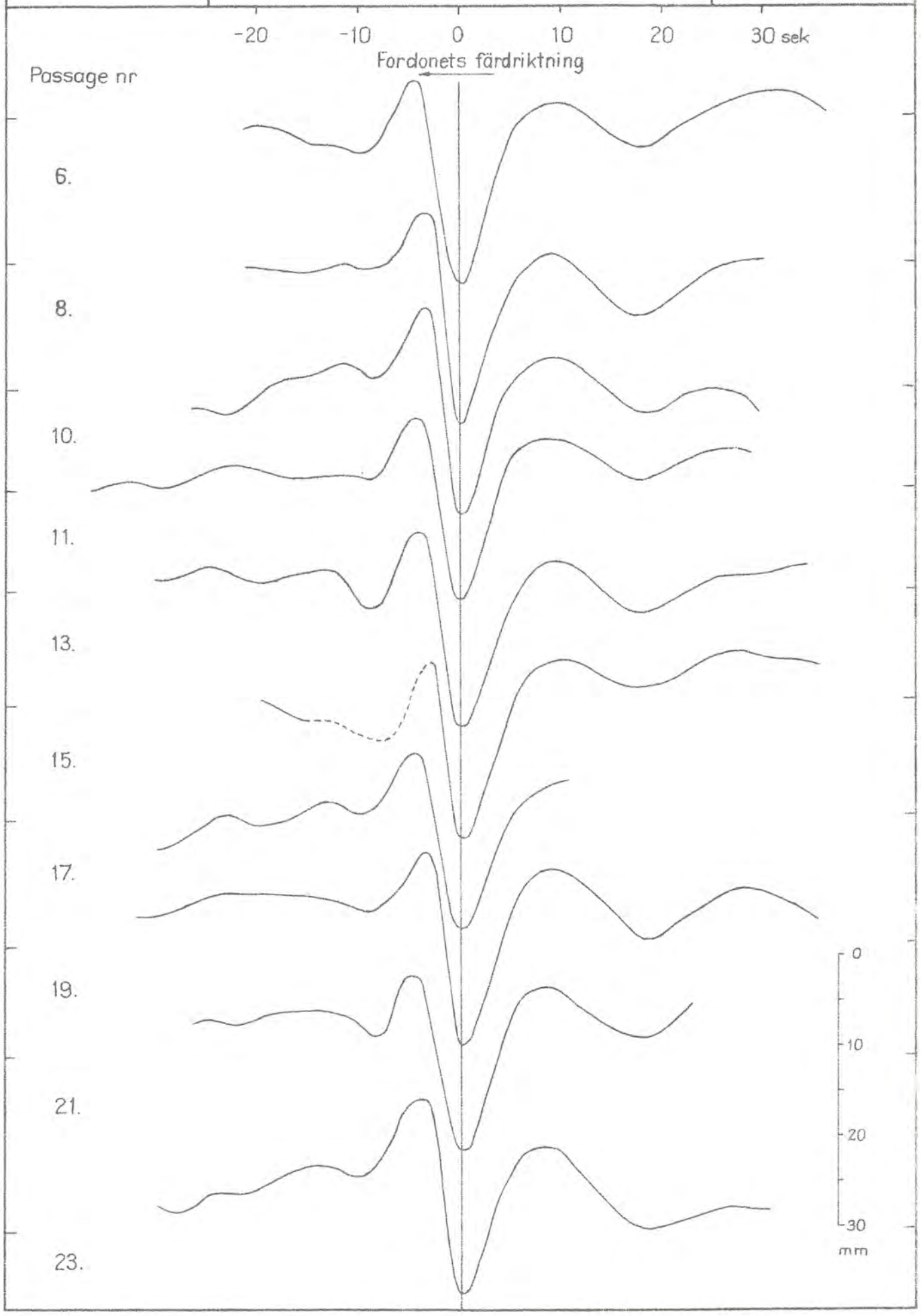


S M H I H B I	Observerade amplituder för istäckets deflektion under rörlig last vid olika fordonshastighet. Resonanskurvor enligt ekv. 22 för olika värden på elasticitetsmodulen.	Fig. 4:2 Isförsök, Storsjön Dynamiska försök

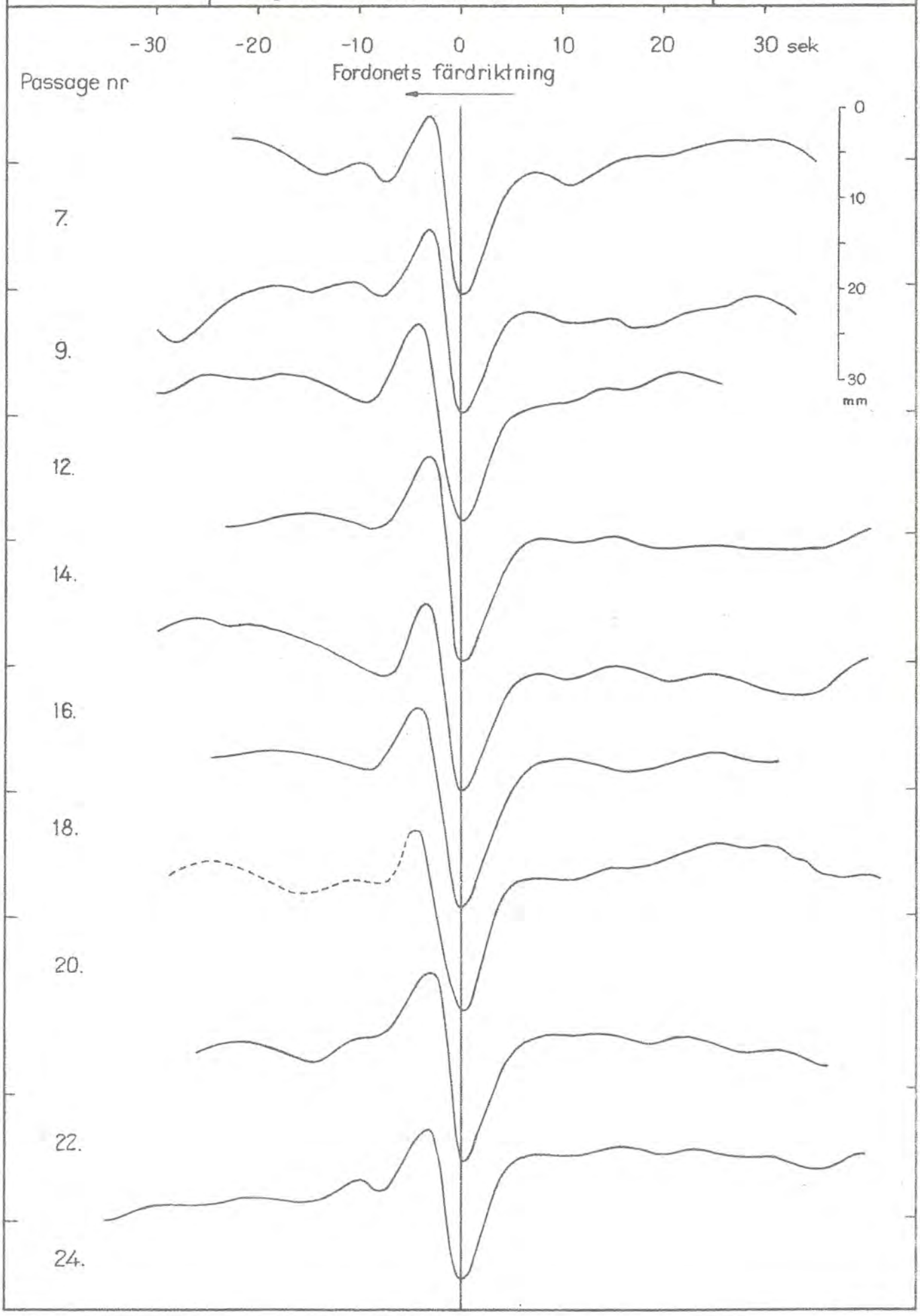




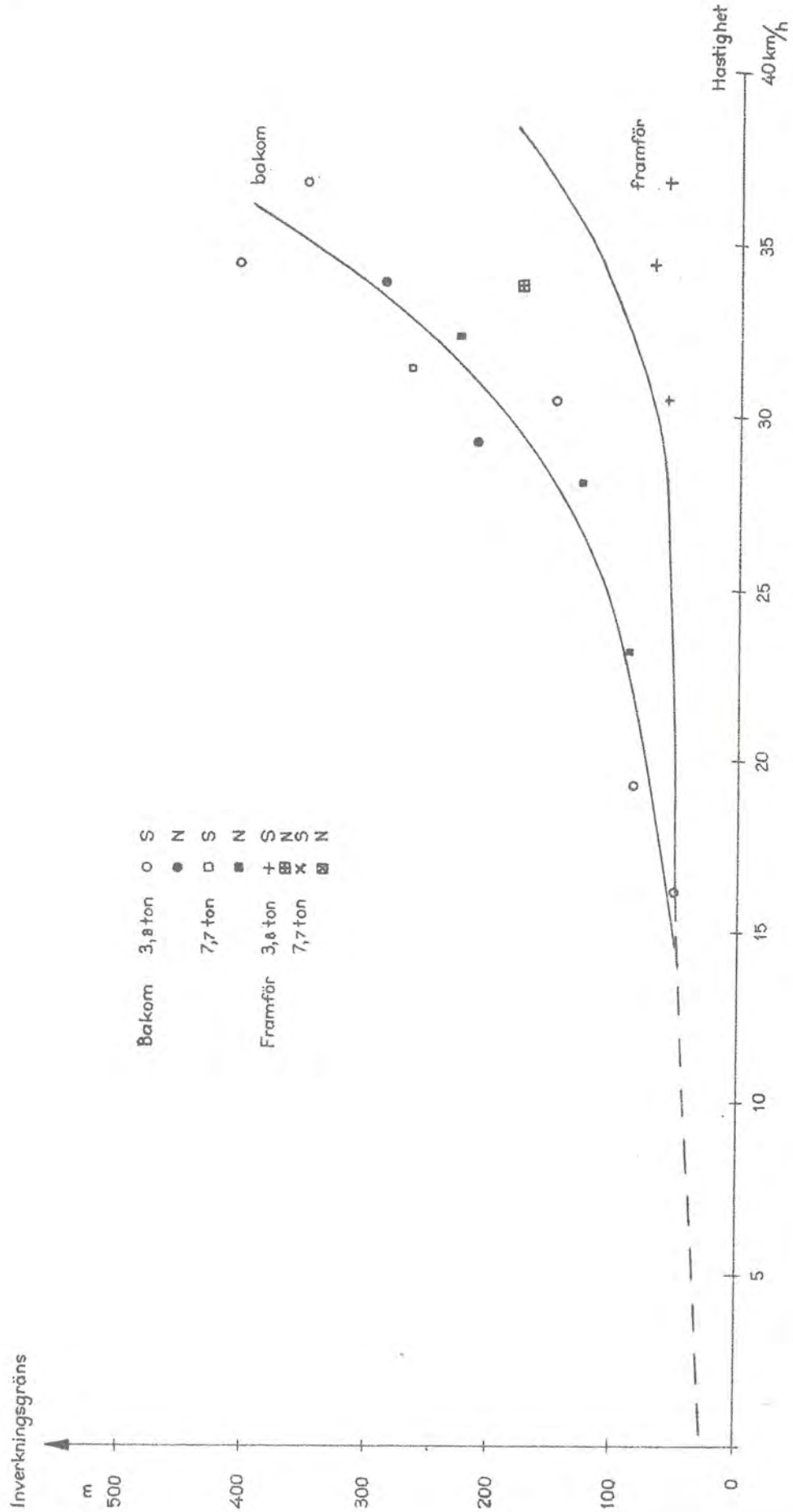
S M H I H B I.	Istäckets deflektion under rörlig last vid strömtrafik. Bana T1 i norrut Fordonsvikt 7,7 ton. Hast. ca 30 km/h Mätpunkt 6 m från banocentrum	Fig. 4:3a Isförsök, Storsjön Dynamiska försök



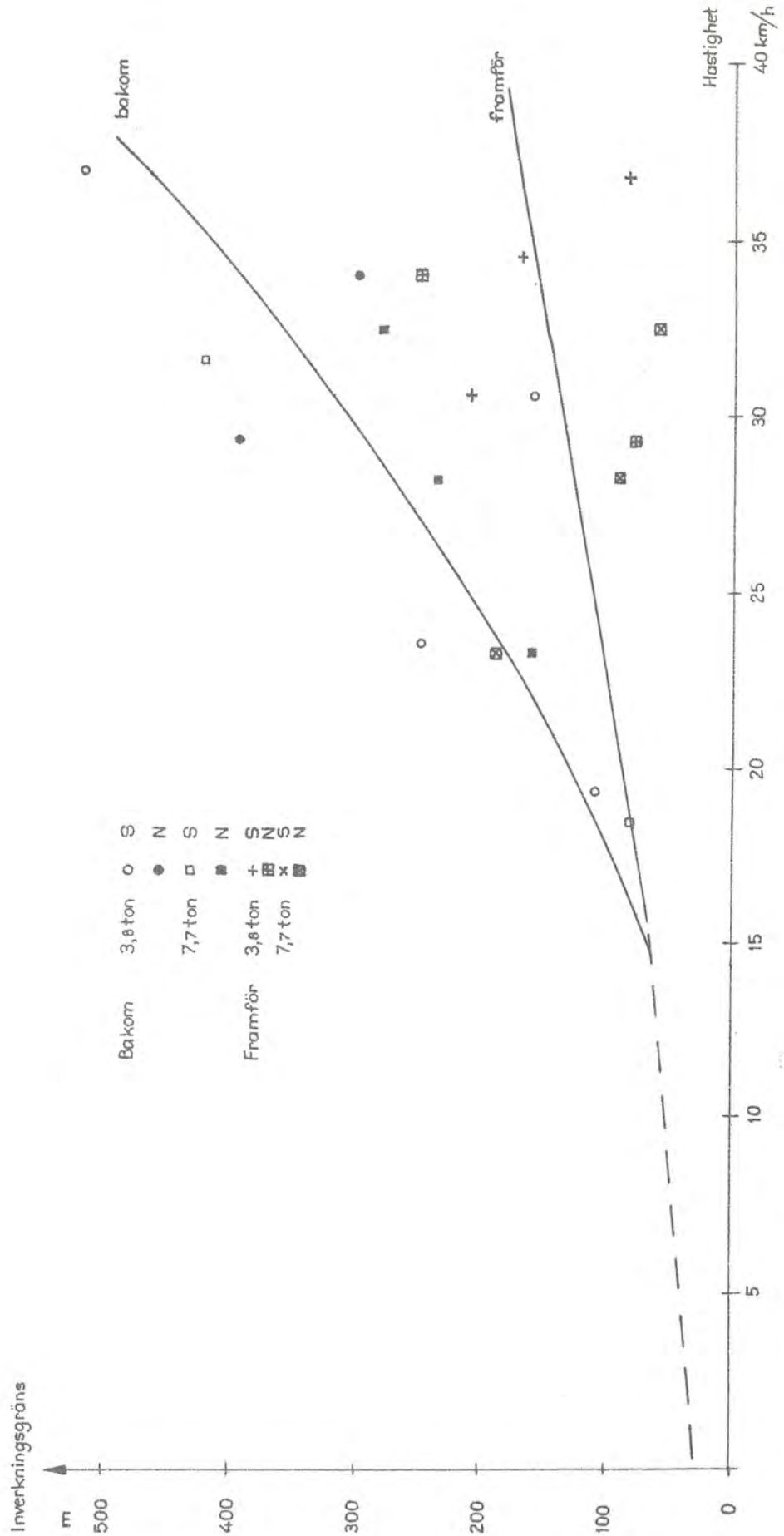
S M H I H B I	Istäckets deflektion under rörlig last vid strömtrafik. Bana T1 i söderut Fordonsvikt 7,7 ton. Hast. ca 30 km/h. Mätpunkt 6 m från bancentrum	Fig. 4:3b Isförsök, Storsjö Dynamiska försök



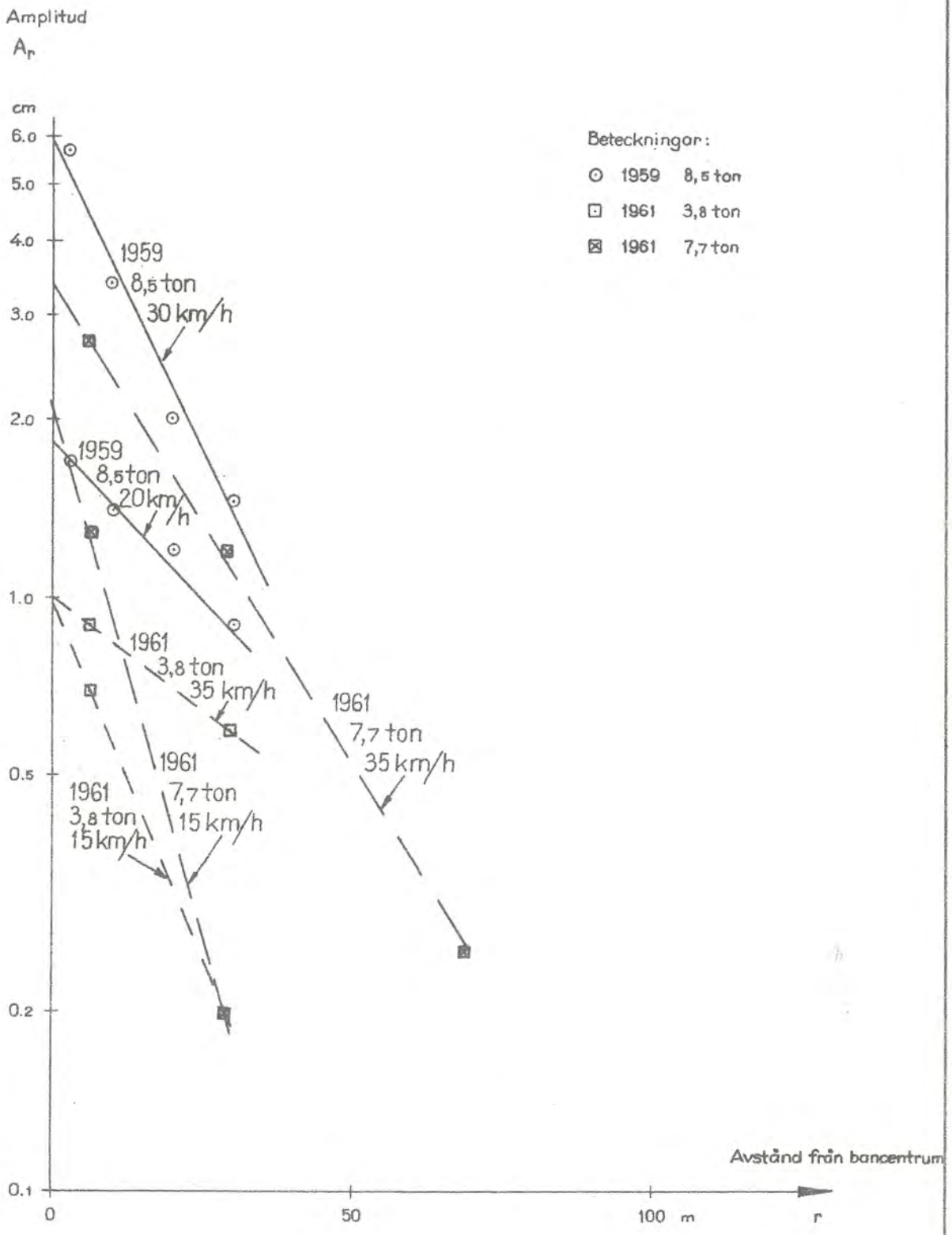
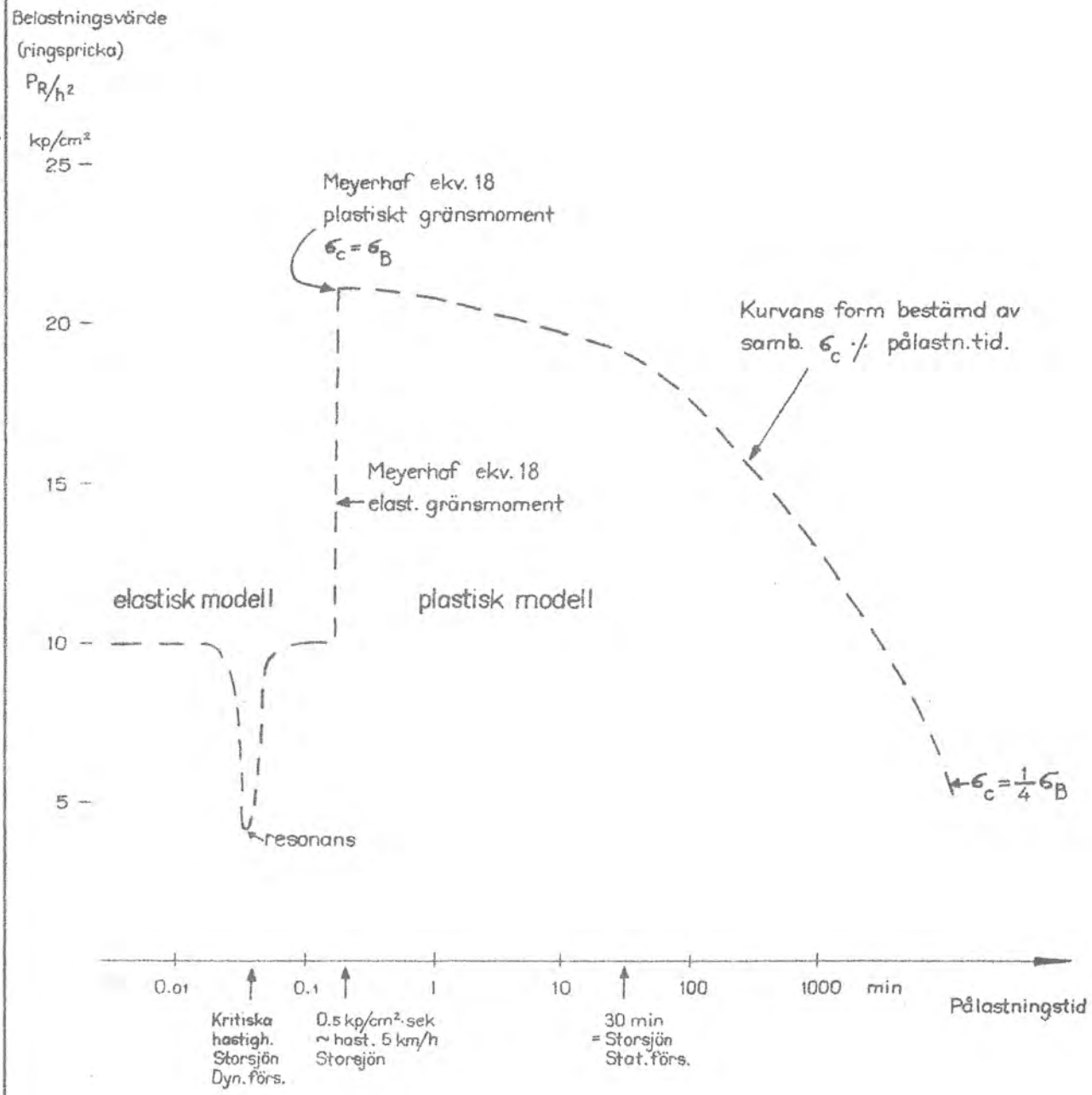
S M H I H B I	Inverkningsgräns framför och bakom fordon vid olika hastighet (ampl. i gränsen=10% av maximala amplituden nära lasten).	Fig. 4:4a Isförsök, Storsjön Dynamiska försök



S M H I H B I	Inverkningsgräns framför och bakom fordon vid olika hastighet (ampl. i gränsen=5% av maximala amplituden nära lasten).	Fig. 4:4b Isförsök, Storsjön Dynamiska försök



S M H I H B I	Amplitudens avtagande i lateral led	Fig. 4:5 Isförsök, Storsjön Dynamiska försök



S M H I H B I	Belastningsvärdet som funktion av pålastningstiden. Schematisk skiss.	Fig. 5:1 Isförsök, Storsjön