SJÖISARS BÄRIGHET VID TRAFIK

S Fremling

SMHI Rapporter
HYDROLOGI OCH OCEANOGRAFI
Nr RHO 13 (1977)

SVERIGES METEOROLOGISKA OCH HYDROLOGISKA INSTITUT

SJÖISARS BÄRIGHET VID TRAFIK

S Fremling

SMHI Rapporter
HYDROLOGI OCH OCEANOGRAFI
Nr RHO 13 (1977)

BEARING CAPACITY OF LAKE ICE USED FOR TRAFFIC

SVERIGES METEOROLOGISKA OCH HYDROLOGISKA INSTITUT
Norrköping 1977

S U M M A R Y

BEARING CAPACITY OF LAKE ICE USED FOR TRAFFIC

I. THE BEHAVIOR OF LAKE ICE UNDER RAPIDLY INCREASING STATIONARY LOADS

I.A. Radial cracks on bottom of ice

A brief account of 'Deflections of an infinite plate', 1950 by Wyman is given here. Wymans expression of the maximum tensile stress, when the loading is uniform over a circular area, has been expressed in the form of (I:4). The 'characteristic length', L, is plotted against the ice thickness, h, in fig I:2 and the 'load index', c (= P/h^2) is plotted against the 'relative load radius', τ (= r/L) in fig I:3. When $\tau \leq 0,6$ kei' τ/τ can be approximated by $\frac{1}{2}(0,6159 - \ln \tau)$. By inserting this expression the formula (I:4) is identical to Westergaard's formula given in 'Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis', Publ.Roads Vol. 7 nr 3, 1926.

I.B. Ring-cracks and break-through

This chapter gives a summary of 'The narrow free infinite wedge on an elastic foundation', 1961 by Nevel. Nevels expression of the maximum tensile stress is here given in the form of (I:8). Fig I:7 shows c_R-values for various τ-values $\leq 0,6$. Nevel writes: ".... the wedge of the cracked ice sheet will be able to carry more load than predicted by the free wedge model."

The break-through-load is here computed from formula (I:10) by B Persson. Fig I:7 shows c_B-values for various τ-values. Table I:1 gives numerical examples.

II. CROWDS ON ICE

II.A. A uniformly distrubuted load, p kg/m^2, is concentrated to a long narrow strip, b m wide. Line 1 in fig II:1 shows the deflection. If another strip is added, the second strip is 2b m wide and line 2 will show the deflection. Line 3 is for a third strip 3b m wide, etc. From the figure it is clearly seen, that the curvature for the various lines passes through a maximum ($\gamma \approx 1{,}5$ or $x \approx 2{,}2$ L), before it gets a definitive value. For a great width the deflection is p/ϱ (ϱ = density of water).

II,B and C 'Crowds on ice', 1968 by Nevel and Assur is referred to. Fig II:2 shows the ice thickness required for a crowd with the maximum load per unit area of p kg/m^2.

III. TRAINS OF VEHICLES ON ICE (LINEAR LOADS)

Formula(III:1) gives the maximum deflection and (III:2) the maximum stress. Formula (III:3) and fig III:1 show the ice thickness required for a linear load of q kg/m.

IV. THE BEHAVIOR OF ICE WHEN A VEHICLE MOVES

The amplitudes of waves generated by vehicles, moved at different velocities, were studied on Storsjön in 1961. Some results are illustrated in fig IV:1. The magnification at resonance speed was about $2\frac{1}{2}$, thus in accordance with results of Wilson from 1955. The stresses at resonance can not simply be related to the amplitudes in the ice, and therefore it can not be concluded that the maximum stress in the ice is magnified $2\frac{1}{2}$ times. The stress is pro-

portional to the curvature, that can be studied in fig IV:1. In the convex bow-wave the maximum curvature is clearly magnified at resonance speed but not in the concave wave under the vehicle. At an experiment on Storsjön an 8,5 ton vehicle was driven on an ice road 21 times; ice thickness 39 cm, load radius 1,75 m, τ(= r/L) 0,23, resonance speed 30 km/h. Formula (I:4) gives the 'static' maximum stress: 0,77 MPa. Field tests gave tensile strength of ice: σ_B = 0,97 MPa. If the driving at resonance speed had greatly increased the stress, the σ_B-value must have been exceeded by a large amount and thus the ice would have been cracked and fatigued. But no fatigue was observed in the test road. The magnification of maximum stress at resonance speed is therefore in this case much less than $2\frac{1}{2}$ times.

V. THE BEHAVOIR OF ICE WHEN A VEHICLE STANDS STILL FOR A LONG TIME

VI. TEST-VALUES OF FLEXURAL STRENGTH AND OF MODULUS OF ELASTICITY

Some σ_B- and E-valous are given. They are taken from a work of Butiagin, Novosibirsk 1966, and from 'Om isbärighet', M Falkenmark, SMHI, 1963.

VII. VEHICLE BREAK-THROUGH REPORTS

Reasons likely for break-through accidents have been studied and compiled in table VII:1. In fig VII:1 the risks of breaking-through are sketched.

VIII. SOME NOTES ON THE BASIS FOR DETERMINATION OF THE BEARING STRENGTH OF ICE USED FOR TRAFFIC

If P_{Till} is chosen so that $P_{Till} \leq P_U$ - where P_{Till} = maximum ´safe´ load, P_U calculated from Wyman-Westergaards formula (I:5), - the factor of safety referred to P_B, calculated from Perssons formula (I:10), is more than 2, see table VIII:1. A calculus of ´errors´ shows that it is of special importance to find the real values of the ice thickness, h, and of the strength of ice, σ_B.

For a safe use of ice covers one must controll the ice conditions continously and also controll the traffic, so that the vehicles do not exceed the maximum ´safe´ load.

I N N E H Å L L

SJÖISARS BÄRIGHET VID TRAFIK

sid	kap	
1		Inledning
2	I.	SJÖISENS BETEENDE VID SNABBT ÖKAD STILLASTÅENDE LAST
5		A. Undersidesprickor
12		B. Ringsprickor och genombrott
18		C. Exempel på beräkningar enl. Wyman/Westergaards, Nevels och Perssons formler
21	II.	FOLKSAMLINGAR (RENHJORDAR) PÅ IS
21		A. Nedbågnaden kring ett led med jämnt fördelad last
23		B. Maximala böjspänningen av en last, begränsad till ett värde per ytenhet men inte till storlek och utbredning
25		C. Isens bärighet för en last, begränsad till ett värde per ytenhet men inte till storlek och utbredning
27	III.	FORDONSTÅG PÅ IS (LINJELAST)
32	IV.	ISENS BETEENDE VID RÖRLIG LAST
32		A. Fordonet körs med ´resonans´-hastighet
38		B. Fordonet ändrar hastighet och riktning
40	V.	ISENS BETEENDE VID LÅNGVARIGT STILLASTÅENDE LAST
42	VI.	MÄTVÄRDEN PÅ ISENS BÖJHÅLLFASTHET OCH ELASTICITETS-MODUL
51	VII.	GENOMKÖRNINGSOLYCKOR PÅ IS
56	VIII.	ALLMÄNT OM GRUNDERNA FÖR BESTÄMNING AV ISARS BÄRIGHET VID TRAFIK
56		A. Kalkyler
63		B. Valet av högsta tillåtna fordonsvikt
67		C. Behovet av isobservationer och vakthållning vid isväg
67		D. Uppgifter om anvisningar för trafik på is
68		REFERENSER

SJÖISARS BÄRIGHET VID TRAFIK

Isarna har sedan långt tillbaka nyttjats för trafik och tumregler uppställts för bedömning av isars bärighet. När man började frakta virke på stora lastbilar över isarna och landa med tunga flygplan på isarna, behövde man säkrare hållpunkter för att bedöma bärigheten. SMHI deltog under åren 1958 - 1964 i en arbetsgrupp för genomförande av isbärighetsförsök tillsammans med Försvarets materielverk, Skogshögskolan, Vattenfall och Vägverket. Resultaten sammanfattades i 'Om isbärighet', SMHI, 1963, Malin Falkenmark. I skriften behandlas bärighetsteori och redogöres för olika försök och dras allmänna slutsatser.

Genom arbetsgruppen insamlades ett stort antal rapporter från genomkörningsolyckor på is. Olycksorsakerna bedömdes; 'Om genomkörningsolyckor på is', SMHI, 1963, S Fremling.

Vid Skogshögskolan har man studerat olika metoder att öka isarnas bärighet. Ett arbete om den praktiska användningen av isar vid skogsdrift i Sverige utgavs; 'Preparering av virkesavlägg på is', Skogshögskolan, 1963, B Ager.

Här nedan ges en kort genomgång av några formler, som kan begagnas vid beräkning av isars bärighet för fordon (ung. cirkulära laster), fordonskolonner (linjelaster), folksamlingar eller renhjordar på is. Dessutom behandlas isens beteende, när ett fordon körs med 'resonans'-hastighet, och när det blir långvarigt stående.

Vidare lämnas resultat från några ryska och svenska mätningar avseende isens böjhållfasthet och elasticitetsmodul. Dessutom ges en kort översikt över orsaker till genomkörningar.

Till sist behandlas allmänt grunderna för bestämning av isars bärighet vid fordonstrafik, val av formler, behovet av övervakning m.m.

I. SJÖISENS BETEENDE VID SNABBT ÖKAD STILLASTÅENDE LAST

När ett sjöistäcke belastas, tryckes isen ned i vattnet. Enligt Archimedes princip blir det undanträngda vattnets vikt lika med lastens vikt. Under lasten får man en nedbågnad och längre ut från lasten en uppbågnad, se fig I:1. Den största krökningen uppträder mitt under lasten, liksom de maximala spänningarna i isen, dels i överytan som tryckspänning och dels i underytan som dragspänning. Vid ökande last fördjupas nedbågnaden samtidigt som krökningen och spänningarna ökar. När de maximala spänningarna överstiger isens hållfasthet för dragning, som är mycket lägre än för tryck, uppstår radiella undersidesprickor, och lasten sjunker djupare ned. Vid fortsatt ökning av lasten når undersidesprickorna allt längre ut från lasten. De går i regel ej genom istäcket och vatten tränger då inte upp i nedbågnaden. När de radiella sprickorna når ut mot uppbågnaden, utbildas denna kraftigare, och överskrides till sist draghållfastheten också i uppbågnaden i istäckets yta. Den första ringsprickan runt lasten uppträder därvid, åtföljd av en lyftning

av isen invid sprickan. Ofta inträffar detta då lasten ökats till ca 2 ggr den last, vid vilken undersidesprickor började bildas. Nya ringsprickor slår sedan upp allt närmare lasten, och när vatten börjar tränga upp genom sprickorna, sjunker lasten.

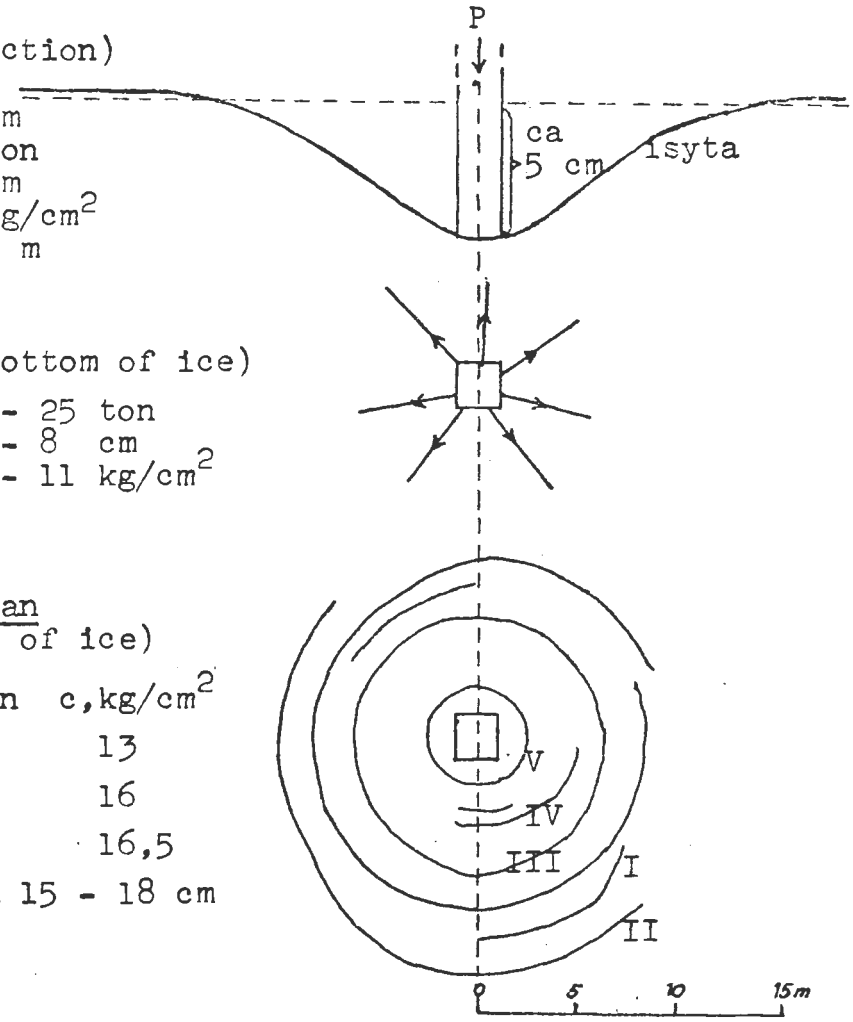
Matematiska beräkningar kan göras över isens bågnad under en last, liksom över storleken av de laster som först ger undersidesprickor och sedan ring-sprickor. Därvid antas att isen är isotrop, elastisk och utan temperaturspänningar.

Här nedan redogörs kortfattat för några hållfast-hetstekniska beräkningar, som gjorts av M Wyman och H M Westergaard om undersidesprickor och av D Nevel och B Persson om ringsprickor och genom-brott.

Fig I:1

ISBÅGNAD, UNDERSIDESPRICKOR OCH RINGSPRICKOR

(ICE DEFLECTION, RADIAL CRACKS AND RING-CRACKS)



Isbågnad (Ice deflection)

istjocklek, h 47 cm
last, P 20 ton
nedbågnad ca 5 cm
c; ($P=c \cdot h^2$) " 9 kg/cm^2
belastn.radie 1,7 m
($\tau = r/L \approx 0,21$)

Undersidesprickor
(Radial cracks on bottom of ice)

last 20 - 25 ton
nedbågnad 5 - 8 cm
påkänningsindex, 9 - 11 kg/cm^2
c (= P/h^2)

Ringsprickor i isytan
(Ring-cracks on top of ice)

Spricka nr	last ton	c,kg/cm^2
I	28,8	13
II	35,7	16
III & IV	36,4	16,5

nedbågnad I - IV ca 15 - 18 cm

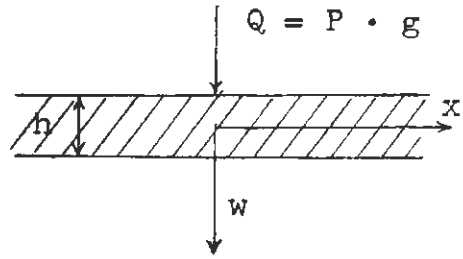
Uppgifterna tagna från "Om isbärighet", Falkenmark

Mätningar på Storsjön 1961-02-19

I.A. Undersidesprickor

I 'Deflections of an infinite plate', Can. J. Res. Vol 28, Sec. A, 1950, behandlar M Wyman bågnaden i ett istäcke för dels en punktlast, dels en jämnt utbredd last. Han ger också sambandet mellan last och maximal spänning i isen.

I.A.1 Punktlast



Q = punktbelastning (N)

P = lasten (kg)

h = istjocklek (m)

x och w = koordinater (m)

x-koordinaten ersättes med en χ-koordinat

$\chi = x/L$, där

$L^4 = D/k$ (L = 'characteristic length')

(k = 'foundation modulus', sv.bäddningskonst.)

$D = E \cdot h^3/12\,(1 - \nu^2)$ $\qquad$ $k = \varrho \cdot g$ (N/m^3)

E = elasticitetsmodul (N/m^2) $\qquad$ ϱ = vattnets densitet (1000 kg/m^3)

ν = Poissons tal ($\approx 0{,}4$) $\qquad$ g = jordacc. (9,81 m/s^2)

Sambandet mellan istjockleken, h, och L framgår av fig I:2. Genom att införa koordinaten $\chi = x/L$, och genom att nyttja en speciell Kelvin-funktion, kei χ, har bågnaden w för en punktlast P kunnat uttryckas enkelt:

$$w = \frac{P}{2\pi \cdot \varrho \cdot L^2} \cdot (-\,\mathrm{kei}\ \chi) \tag{I:1}$$

kei-funktionen framgår av fig I:5

kei (0) = $-\,\pi/4 \approx -\,0{,}79$

Fig I:2 L-VÄRDETS BEROENDE AV h FÖR OLIKA E
(THE DEPENDENCE OF L ON h FOR DIFFERENT E)

$$L^4 = \frac{D}{\varrho \cdot g} \; ; \quad D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)}$$

L = 'characteristic length'
h = ice thickness

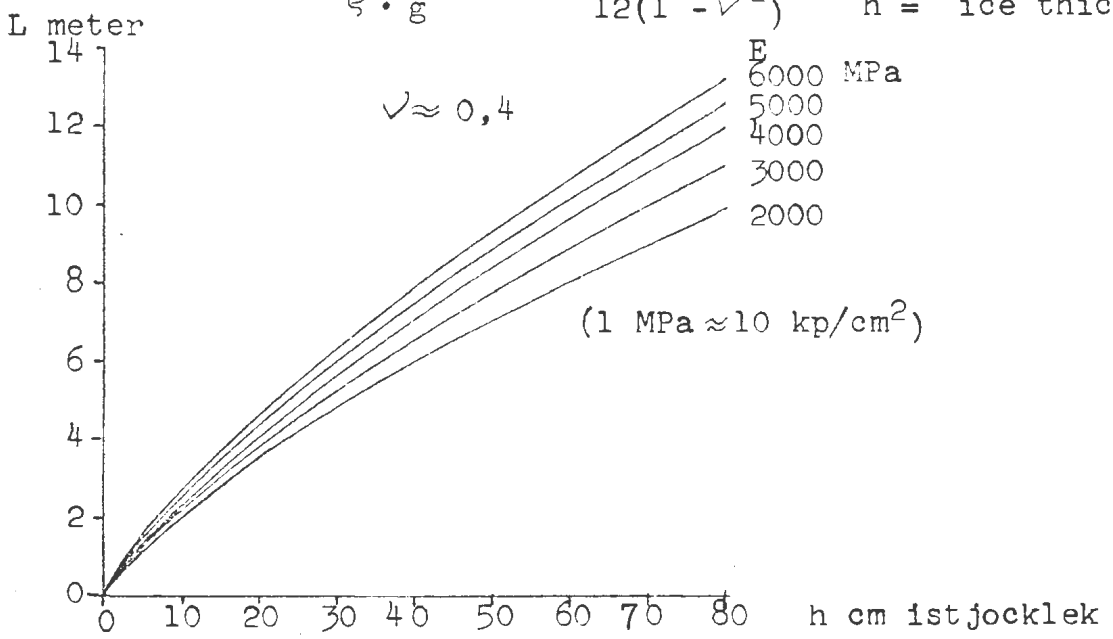
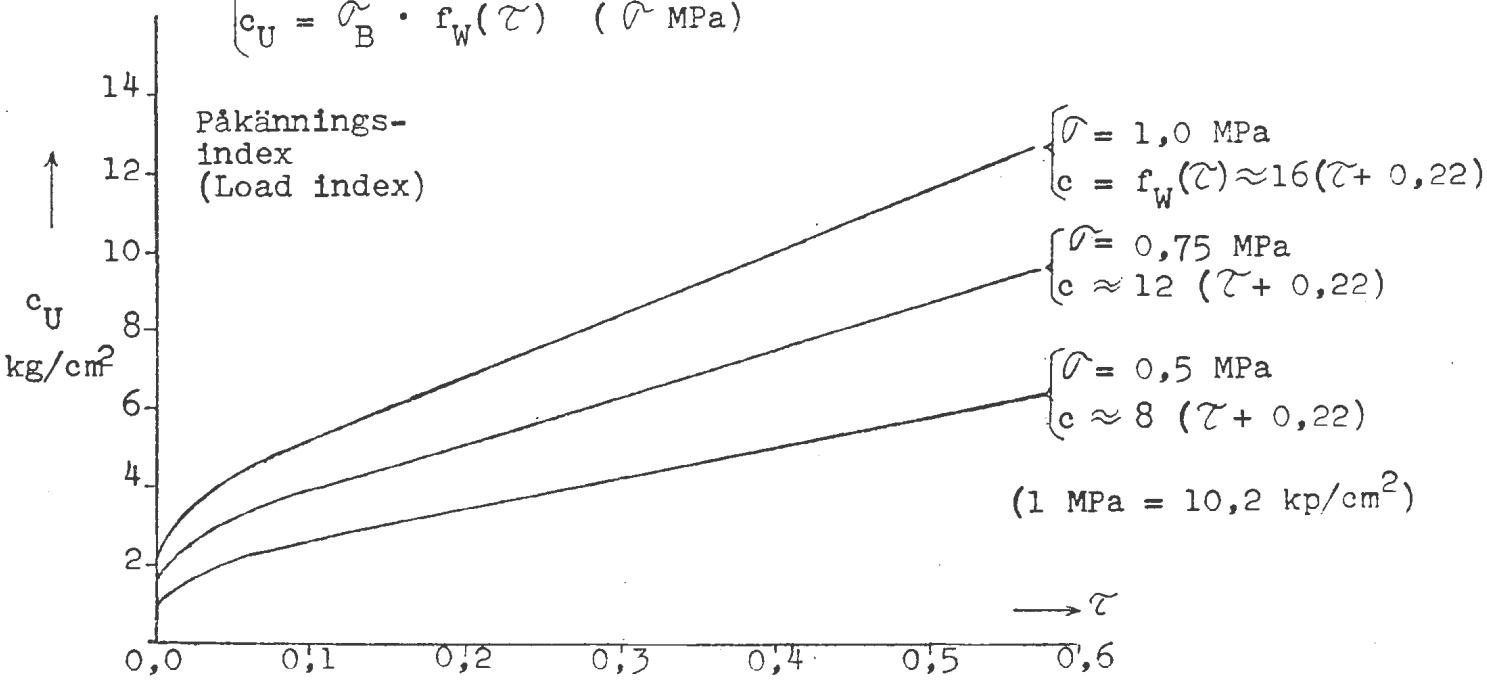
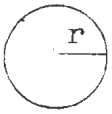


Fig I:3 c_U-VÄRDETS BEROENDE AV τ FÖR OLIKA σ_B ENLIGT WYMAN-WESTERGAARDS FORMEL
(THE DEPENDENCE OF c_U ON τ FOR DIFFERENT σ_B ACCORDING TO WYMAN-WESTERGAARD'S FORMULA)

$$\begin{cases} P_U = c_U \cdot h^2 & (P \text{ kg, } h \text{ cm}) \\ c_U = \sigma_B \cdot f_W(\tau) & (\sigma \text{ MPa}) \end{cases}$$





$$\begin{cases} r = \text{belastningsytans radie (m)} & \text{(load radius)} \\ \tau = r/L \quad (\text{L se fig I:2}) & \text{(relative load radius)} \end{cases}$$

Största w-värdet i istäcket erhålles mitt under punktlasten, dvs. för $\chi = 0$ $(x = 0)$,

(I:2) $$w_{max} = \frac{P}{2\pi \cdot \varrho \cdot L^2} \cdot \frac{\pi}{4} \quad \text{eller} \quad w_{max} = \frac{P}{8 \cdot \varrho \cdot L^2}$$

I.A.2 Jämnt utbredd cirkulär last

Wyman beräknar också nedbågnaden, w-funktionen, kring en last som är jämnt fördelad över en cirkulär yta. Han ger dels ett uttryck för 'inre' punkter, liggande inom den belastade ytan, dels ett för 'yttre' punkter. Båda uttrycken är komplicerade och återges inte här. Maximala w-värdet erhålles i centrum mitt under lasten.

Sedan w-funktionen bestämts, kan dess andra-derivator (krökningarna) beräknas för olika punkter. Krökningarna har olika värden i radiell och tangentiell led utom i centrum, där båda är lika och har maximivärden. Böjmomenten per breddenhet, m_b, och kantböjspänningarna, σ_b, är direkt proportionella mot krökningarna. De har alltså sina största värden mitt under lasten. Sambanden kan uttryckas enligt följande för centrumpunkten, $\chi = 0$:

(I:3) $$\sigma_b(\chi = 0) = \frac{6}{h^2} \cdot m_{max}, \text{ där } m_{max} = \frac{P \cdot g}{2\pi} \cdot \frac{1+\nu}{\tau} \, \text{kei}'\tau$$

Se även approximativ formel och 'Westergaards formel', avsnitt I.A.3.

σ_b = kantböjspänning (N/m^2)
m = böjmoment per breddenhet (Nm/m)
P = last (kg)
r = cirkulära ytans radie (m)
$\tau = r/L$
$\nu \approx 0{,}4$

Övriga beteckningar, se I.A.1

Sambandet (1:3) kan också skrivas sålunda

(I:4) $$\begin{cases} P = c \cdot h^2 \\ c = \sigma_b(\chi = 0) \cdot f_W(\tau), \text{ där } f_W(\tau) = \dfrac{\pi}{3g} \cdot \dfrac{\tau}{(1+\nu)\,\mathrm{kei}'\tau} \end{cases}$$

c = 'påkänningsindex' f = 'utbredningsfaktor'

Om lasten P ökas, medan belastningsytan med radie r hålles oförändrad, dvs. $f_W(\tau)$ konstant, ökas σ_b-värdet. När detta når böjhållfasthetsvärdet, σ_B, börjar isen spricka, och eftersom isen har lägre hållfasthet för dragning än för tryck, uppstår undersidesprickor i isen mitt under lasten.

Sambandet (I:4) för centrumpunkten, $\chi = 0$, kan då skrivas:

(I:5) $$\begin{cases} P_U = c_U \cdot h^2 \\ c_U = \sigma_B \cdot f_W(\tau) \end{cases}$$

P_U = den minsta last som ger undersidesprickor (kg)
σ_B = böjhållfasthet (MPa)

c_U = påkänningsindex då undersidesprickor börjar bildas

Sambandet $c_U = \sigma_B \cdot f_W(\tau)$ har uppritats i fig I:3 för τ-värden $\leq 0{,}6$ och för σ_B-värdena 0,5; 0,75 och 1,0 MPa (1 MPa $\approx$ 10 kp/cm^2).

Exempel: $r = 1{,}7$ m; $h = 50$ cm. Om för isen sättes $E = 4\,000$ MPa, erhålles ur fig I:2 $L \approx 8{,}5$ m, varav $\tau = r/L \approx 0{,}20$. Om för isens hållfasthet sättes $\sigma_B = 1{,}0$ MPa, erhålles ur fig I:3 $c_U \approx 6{,}8$ kg/cm^2. Sprick-last: $P_U \approx 6{,}8 \cdot 50^2$ eller $P_U = 17\,000$ kg. Av beräkningen framgår då att laster $\geqq$ ca 17 ton ger undersidesprickor i istäcket under lasten. Om isens hållfasthet i stället är $\sigma_B = 0{,}75$ MPa, får man undersidesprickor vid $c_U \approx 5{,}1$ kg/cm^2 eller vid laster $\geqq$ ca 13 ton.

I.A.3 'Wymans formel' (I:3) approximerad; 'Westergaards formel'

För numerisk beräkning med hjälp av Wymans formler behöver man ha tillgång till tabellvärden över kei- och kei'-funktionerna. Dessa kan hämtas ur tabellverket: 'Tables of Kelvin Functions and their Derivatives' D E Nevel, SIPRE, Technical Report 67, 1959. Där ges också matematiska uttryck för de olika funktionerna. Ur dessa kan approximativa uttryck erhållas för kei- och kei'-funktionerna.

$$\mathrm{kei}(x) = -\frac{\pi}{4} + \frac{x^2}{4}\left[1 - \ln\left(\gamma \cdot \frac{x}{2}\right)\right] + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{x^4}{64} + R_1(x^6)$$

$$\mathrm{kei}'(x) = \frac{x}{2}\left[\frac{1}{2} - \ln\left(\gamma \cdot \frac{x}{2}\right)\right] + \frac{\pi \cdot x^3}{64} + R_2(x^5)$$

$\ln \gamma = 0{,}577215\ldots$ (Eulers konstant)

Försummas i uttrycket för kei'(x) termerna $\frac{\pi \cdot x^3}{64} + R_2(x^5)$ får man vissa fel: x = 1 ger 13 % fel; x = 0,6 ger 3 %; x = 0,4 ger 1 %; x = 0,3 ger 0,5 %; och lägre värden på x ger mycket små fel.

Om man vid bärighetsberäkningar håller sig till τ-värden $\leq 0{,}6$, är felen i de approximerade kei'(τ)-värdena utan betydelse för den slutliga bedömningen.

Vid bärighetsberäkningar kan man sålunda sätta:

$$\mathrm{kei}'(\tau) \approx \frac{\tau}{2}\left[\frac{1}{2} - \ln\left(\gamma \cdot \frac{\tau}{2}\right)\right], \text{ när } \tau \leq 0{,}6$$

Insättes värdet för ln γ och ln 2 erhålles

$$\mathrm{kei}'(\tau) \approx \frac{\tau}{2}\,(0{,}6159 - \ln\tau) \text{ och } \frac{\mathrm{kei}'(\tau)}{\tau} \approx \frac{1}{2}\,(0{,}6159 - \ln\tau)$$

Ekv (I:3), 'Wymans formel', blir då

$$\begin{cases} (\mathrm{I{:}3})_{\mathrm{appr.}} \;\ldots\ldots\; \sigma_b(x = 0) = \dfrac{6}{h^2} \cdot m_{max}, \text{ där} \\ m_{max} \approx \dfrac{P \cdot g}{2\pi} \cdot \dfrac{(1+\nu)}{2}\,(0{,}6159 - \ln\tau) \end{cases}$$

Wymans approx. formel kan jämföras med en formel som givits av H M Westergaard i 'Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis', Publ. Roads vol 7 nr 3, 1926:

$$\sigma_b = \frac{3(1+\nu) \cdot P \cdot g}{2\pi \cdot h^2}\,(\ln\frac{L}{b} + 0{,}6159)$$

eller skriven på samma sätt som ekv (I:3)

$$\begin{cases} \sigma_b(x = 0) = \dfrac{6}{h^2} \cdot m_{max}, \text{ där} \\ m_{max} \approx \dfrac{P \cdot g}{2\pi} \cdot \dfrac{(1+\nu)}{2}\,(\ln\frac{L}{b} + 0{,}6159) \end{cases}$$

Westergaard sätter:
$b = r$, när $r \geqq 1{,}7 \cdot h$; men vid lägre r-värden ett b något större än r ($b = \sqrt{1{,}6\,r^2 + h^2} - 0{,}675 \cdot h$); r = belastningsradien och h istjockleken; beteckningarna desamma som tidigare använts.

I Westergaards formel sättes här: $\tau = b/L$ eller $\tau = r/L$, när $r \geqq 1{,}7 \cdot h$. Då blir $\ln L/b = -\ln\tau$. Göres denna förändring av beteckningen, erhålles för m_{max}:

$$m_{max} \approx \frac{P \cdot g}{2\pi} \cdot \frac{(1+\nu)}{2}\,(0{,}6159 - \ln\tau),$$

dvs. samma uttryck som för Wymans approximativa formel.

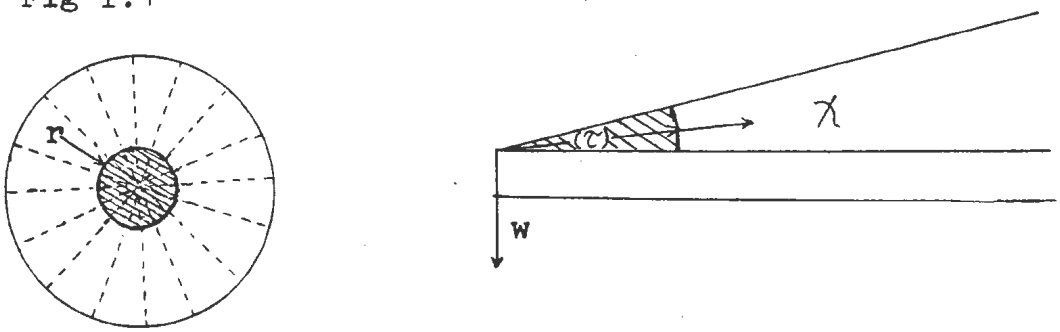
I.B. Ringsprickor och genombrott

I.B.1 (Nevel)

Den ringsprickebildning runt en last, som sker innan en last går genom isen, har studerats bl.a. av D Nevel. Han har genomfört en hållfasthetsteknisk beräkning över detta stadium av ett istäckes nedbrytning; D Nevel, 'The narrow free Infinite Wedge on an Elastic Foundation', Research Report 79, July 1961, U.S Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory.

För att förenkla beräkningarna antar Nevel, att de radiella undersidesprickor, som bildas i ett tidigare stadium av nedbrytningen, är genomgående och att de delar upp istäcket i ett stort antal fria sektorer. Vatten antas dock inte tränga upp på isen mellan sektorerna. Nevel behandlar sedan isens beteende vid belastning av en enda sektor, som då antas vara smal och ha obegränsad utsträckning. Se fig I:4. Isen antas vara isotrop och elastisk och utan temperaturspänningar.

Fig I:4



Beteckningarna samma som under I.A.

r = belastningsytans radie

w = isens nedbågnad

$\tau = r/L$

$\lambda = x/L$

P = lasten över alla sektorerna (kg)
Vid jämn cirkulär fördelning av lasten gäller:
$\frac{p}{\alpha} = \frac{P}{2\pi}$, där p är lasten på en sektor och α sektorvinkeln.

Nevels beräkningar är mycket omfattande och ger komplicerade matematiska uttryck. Nedbågnaden w i en sektor kan skrivas:

$$w = \frac{p}{\alpha \cdot \varrho \cdot L^2} \cdot \varphi_N(\chi; \tau) \text{ eller}$$

(I:6) $$w = \frac{P}{2\pi \cdot \varrho \cdot L^2} \cdot \varphi_N(\chi; \tau),$$ där $\varphi_N(\chi; \tau)$ av Nevel uttryckes med hjälp av speciella funktioner men även i diagram för olika τ-värden, dvs. vid olika utbredning av lasten, se fig 1:5. För den mest koncentrerade lasten, punktlasten, $\tau = 0$, erhålles de största φ_N- och w-värdena.

w-värdet mitt under punktlasten, $\chi = 0$, kan lätt jämföras med motsvarande vid helt (ej uppsprucket) istäcke, om lasten antas vara lika i båda fallen. Av ekv (I:6) och (I:1) framgår det, att man kan jämföra $\varphi_N(0; 0)$ med (-kei 0), vilket enligt fig I:5 ger $\varphi_N(0; 0)/(\text{-kei } 0) \approx 2{,}8$. Dvs. punktlasten sjunker enligt Nevels beräkningar 2,8 ggr mera, när isen är sprucken radiellt än när den är hel.

Med utgångspunkt från w-funktionen enligt ekv (I:6) beräknas andra derivatan (krökningen) i radiell led och från denna såväl böjmoment per breddenhet, m_b, som kantböjspänning, σ_b. Ett samband kan skrivas sålunda:

(I:7) $$\sigma_b = \frac{6}{h^2} \cdot m_b \text{ , där } m_b = \frac{P \cdot g}{2\pi} \varphi''_N(\chi; \tau)$$

$\varphi''_N(\chi; \tau)$ ges grafiskt i fig I:6 för olika τ-värden. Minus-tecknet för φ''_N anger att isens krökning

Fig I:5 DIAGRAM ÖVER -kei χ OCH φ_N (χ; τ = 0;...; 1)

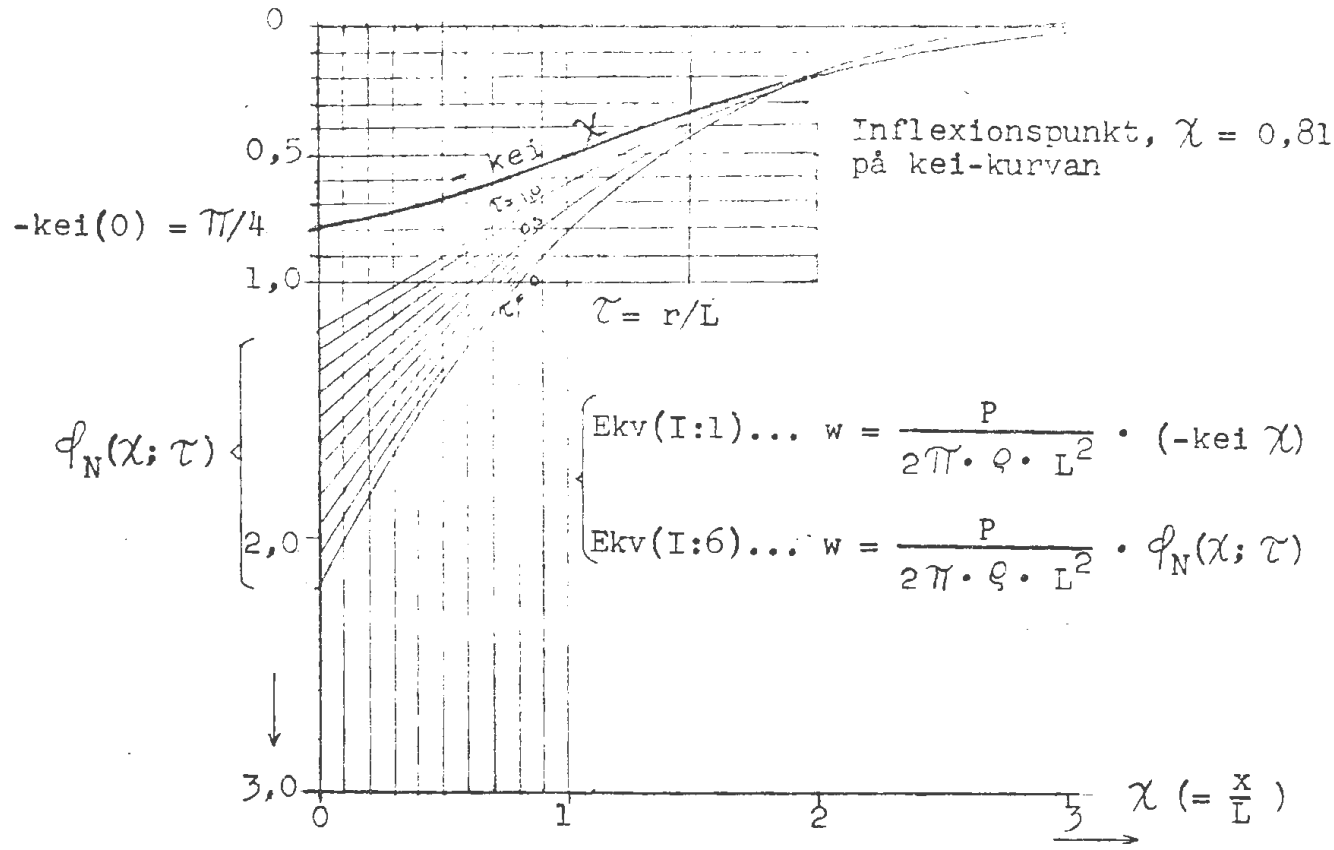
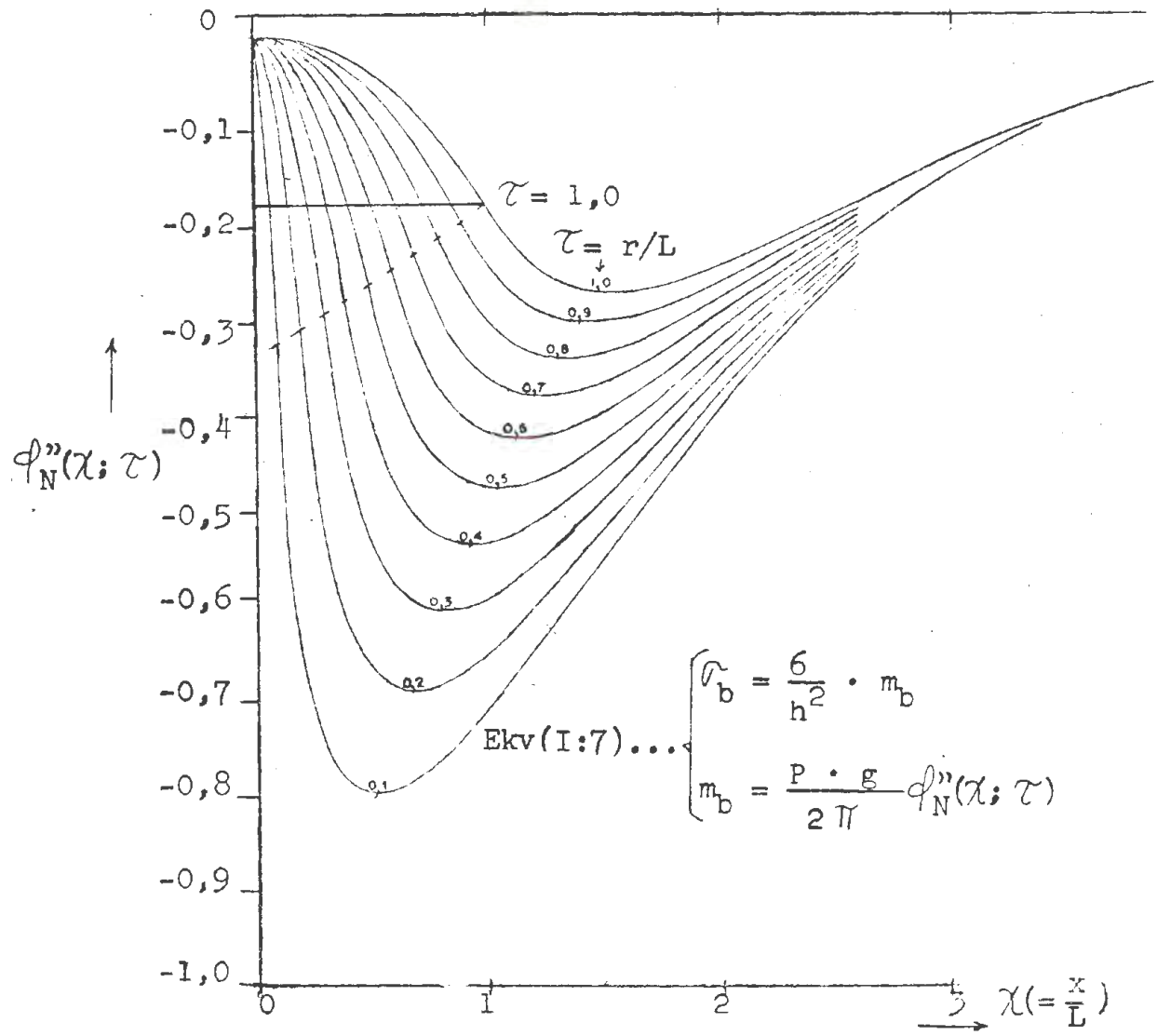


Fig I:6 DIAGRAM ÖVER φ''_N (χ; τ = 0,1 ....; 1)



ger en konvex yta, sedd ovanifrån. I issektorernas överytor uppträder dragspänning och i deras underytor tryckspänning. Där φ''_N-värdena har sina största absolut-värden, $\chi = \chi_o$, erhålles största momenten, $|m_b|_{max}$, och största spänningarna, $|\sigma_b|_{max}$. De ligger, som framgår av figuren, alltid utanför den belastade ytan, dvs. $\chi_o > \tau$. För exempelvis $\tau = 0{,}2$ är $\chi_o \approx 0{,}68$.

Sambandet enl. ekv(I:7) kan skrivas om, så att det för en maximi-punkt vid givet τ-värde blir:

$$\text{(I:8)} \quad \begin{cases} P = c \cdot h^2 \\ c = \sigma_b(\chi_o) \cdot f_N(\tau), \text{ där } f_N(\tau) = \frac{\pi}{3g} \cdot \frac{1}{|\varphi''_N(\chi_o;\tau)|} \end{cases}$$

Om lasten P ökas vid oförändrad belastningsyta, τ= konstant, liksom $f_N(\tau)$, ökas $\sigma_b(\chi_o)$ till dess att böjhållfasthetsvärdet, σ_B, uppnås. Ekv (I:8) kan då för maximipunkten, χ_o, i en issektor skrivas:

$$\text{(I:9)} \quad \begin{cases} P_R = c_R \cdot h^2 \\ c_R = \sigma_B \cdot f_N(\tau), \end{cases}$$

c_R = påkänningsindex då ringsprickor skulle börja bildas, om isen vore uppsprucken enl. Nevels fria sektormodell

Ekv (I:9) anger sålunda för vilken last, P_R, som en issektor spricker i ytan. Om de många issektorerna runt en cirkulär last alla antas ha samma σ_B-värden, blir P_R den last som ger en ringspricka runt lasten.

Nevel gör ungefär följande kommentar till sin härledning: Issektorerna i ett radiellt uppsprucket istäcke stödjer i verkligheten mot varandra. Detta orsakar tangentiella moment, som reducerar de radiella. En issektor kan därför bära en större last än den som beräknas enligt den fria sektor-modellen; dvs. de härledda värdena ligger på ´säkra sidan´.

För numeriska beräkningar har Nevel givit tabeller och diagram.

Sambandet $c_R = \sigma_B \cdot f_N(\tau)$ har i fig I:7 uppritats för två σ_B-värden, nämligen 1,00 och 0,5 MPa, när relativa belastningsradien $\tau \leq 0,6$.

I.B.2 (Persson)

Utöver de härledningar, som Nevel gjort för ett radiellt uppsprucket istäcke, finnes andra som också avser ett sent stadium i istäckets nedbrytning vid hög belastning. De har behandlats bl.a. i 'Om isbärighet', M Falkenmark, SMHI, 1963.

Av intresse är en formel, som nyttjats för beräkningar här i landet. Den finns införd i 'Beständighet och bärighet hos ett istäcke', B Persson, Svenska Vägföreningens Tidskrift, Nr 10, 1948. Persson tar hänsyn till att issektorerna i ett undertill uppsprucket istäcke påverkar varandra, dvs. att isen upptar tangentiella moment förutom de radiella. Brottlasterna blir därför högre enligt Perssons formel än enligt Nevels.

Med samma uppställning av uttrycken som i ekv (I:8) och (I:9) kan Perssons formel skrivas:

$$\text{(I:10)} \quad \begin{cases} P_B = c_B \cdot h^2 \\ c_B = \sigma_B \cdot f_P(\tau), \text{ där } f_P(\tau) = \dfrac{\pi}{3g} \cdot \dfrac{2}{(1+\nu)\left[1-0,62\cdot\tau^{2/3}\right]} \end{cases}$$

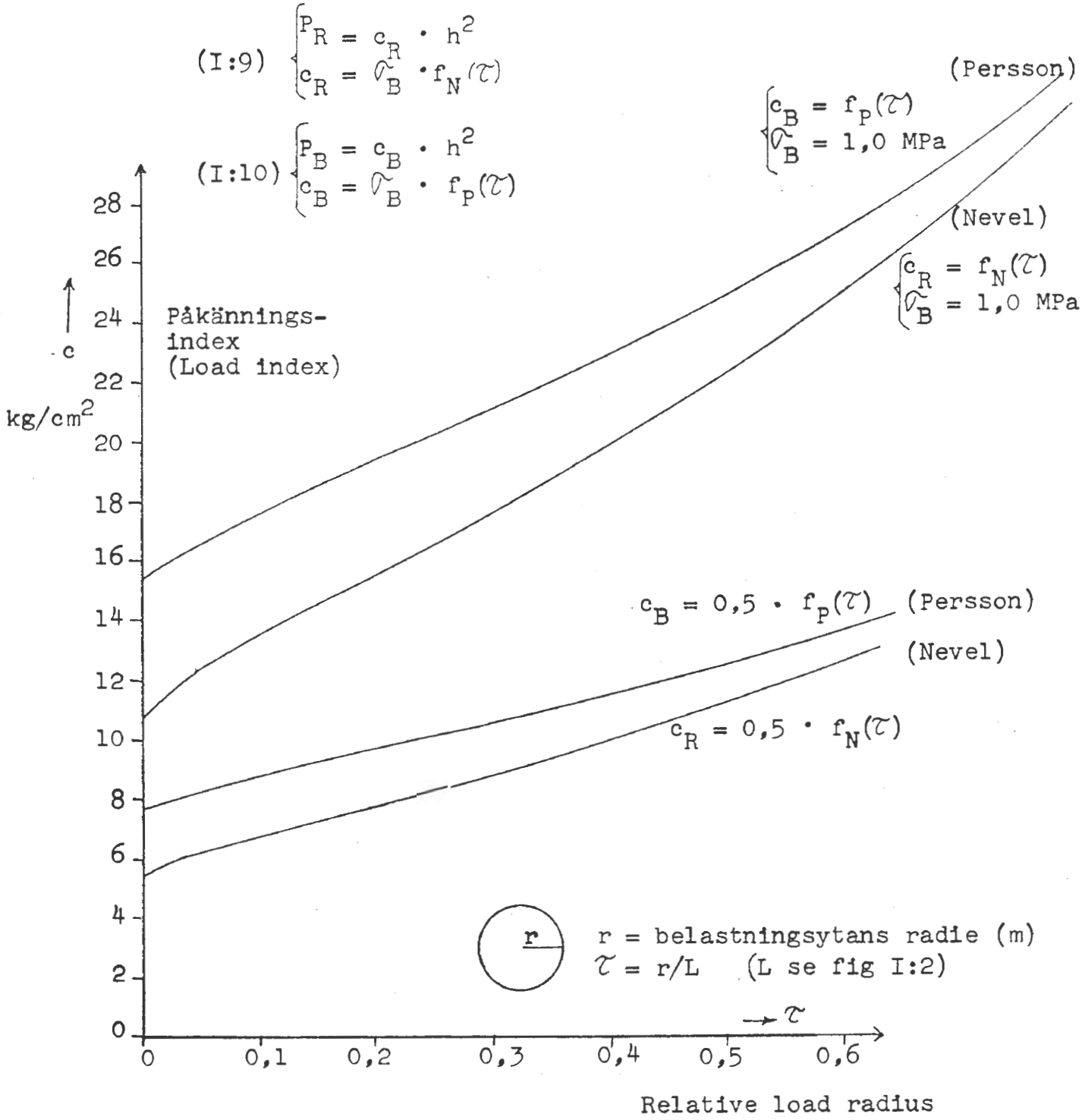
c_B = påkännings-index vid genombrott
f_P = utbrednings-faktorn vid genombrott

c_B-värden har i fig I:7 uppritats för två σ_B-värden, 1,0 och 0,5 MPa, när $\tau \leq 0,6$.

Fig I:7

c-VÄRDETS BEROENDE AV τ FÖR OLIKA σ_B ENLIGT NEVELS OCH PERSSONS FORMLER

(THE DEPENDENCE OF c ON τ FOR DIFFERENT σ_B ACCORDING TO NEVEL'S AND PERSSON'S FORMULAS)



Perssons formel har visat sig ge värden som väl passar in på genombrottslaster vid olika försök. Den nyttjas nedan bl.a. för beräkning av 'säkerhetsfaktorn', se avsnitt VIII:B, och vid utvärdering av σ_B-värden vid genomlastningsförsök, se avsnitt VI.

I.C. Exempel på beräkningar enligt Wyman/Westergaards, Nevels och Perssons formler

Vid härledningen av de olika formlerna är förutsatt bl.a. att isen är isotrop, elastisk och utan temperaturspänningar och vidare att lasten är jämnt fördelad över en cirkulär yta.

För beräkning av gränslasterna för undersidesprickor, P_U, och för genombrott, P_B, erfordras att man känner isens σ_B- och E-modul-värden. Eftersom P_U- och P_B-lasterna är direkt proportionella mot σ_B-värdena, beror beräkningsresultaten i hög grad av dessa.

Här väljes σ_B = 0,75 MPa och E = 3 000 MPa samt sättes ν = 0,4. Då erhålles:

Tab I:1

σ_B =0,75; E = 3000 MPa					W/W		Nevel		Persson	
	h	r	L	τ	c_U	P_U	c_R	P_R	c_B	P_B
	cm	m	m	r/L		kg		kg		kg
1.	3	0,15	0,95	0,16	4,6	45	11,0	100	14,0	125
2.	3	0,30	"	0,32	6,5	60	13,5	120	16,0	140
3.	10	1,5	2,3	0,65	10,4	1040	20,0	2000	21,4	2100
4.	20	1,5	3,9	0,38	7,2	2900	14,6	5800	17,0	6800
5.	50	2,1	7,8	0,27	5,9	14800	12,8	32000	15,4	38500
6.	50	3,0	"	0,38	7,2	18000	14,6	36500	17,0	42500

I exempel 1 är isen 3 cm tjock och lasten jämnt utbredd över en cirkelyta av 15 cm (ungefär den yta en stående person normalt upptar); undersidesprickor bildas enligt beräkningarna för en last som är 45 kg, och ringsprickor, enligt Nevel, för en last >100 kg samt sker genombrott, enligt Persson, för 125 kg. Om man i stället, som i exempel 2, har en belastningsyta med radie av 30 cm (ungefär den en bredbent stående person kan sägas uppta), får man undersidesprickor för en last av 60 kg och ringsprickor för en last > 120 kg och genombrott vid 140 kg.

Belastningsytan i exempel 3 och 4 svarar ungefär mot den yta en personbil upptar och i exempel 5 och 6 ungefär mot den yta en mindre och en större lastbil upptar.

Om man i ovanstående exempel väljer σ_B= 1,0 resp σ_B = 0,5 MPa, blir värdena 33 % högre resp lägre. Vill man i ett visst fall komma till ett noggrant resultat beträffande de olika värdena, måste man genom mätningar söka finna ifrågavarande istäckes σ_B-värden; se vidare under avsnitt VI och VIII.

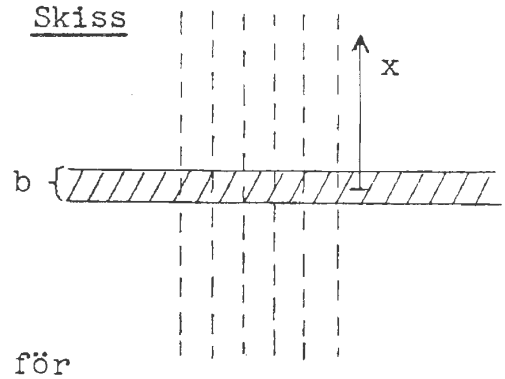
II. FOLKSAMLINGAR (RENHJORDAR) PÅ IS

II.A. Nedbågnaden kring ett led med jämnt fördelad last

Belastningen antas först koncentrerad längs ett långt, smalt led med bestämd bredd, b, som på skissen.

Istäcket tänkes uppskuret vinkelrätt mot ledet i långa balkar, vars bågnad, w, studeras.
I 'Hållfasthetslära' av Odqvist ges under rubriken 'Elastiskt bäddad, oändlig lång balk' formler lämpliga för beräkning av w.

Skiss



$$\text{(II:1)} \quad \left\{ \begin{array}{c} w(\gamma)/w(0)=e^{-\gamma}\,(\cos\gamma+\sin\gamma) \\ \gamma = x/(L\cdot\sqrt{2}) \\ w(0)=(p\cdot b)/(2\cdot\varrho\cdot L\cdot\sqrt{2}) \end{array} \right\}$$

x = avstånd från lastens mittpunkt (m)

γ = transformerad x-koord.

$w(\gamma)$ = nedbågn. i pktn γ (m)

$w(0)$ = " i $\gamma=0$ (x=0)

p = vikt per ytenhet (kg/m^2)

ϱ = vattnets densitet (1000 kg/m^3)

L se fig I:2

I fig II:1 har bågnaden av ett smalt led, en 'linjelast', inritats och anges av linje 1. Vid uppritningen har valts $b = L\cdot\sqrt{2}/5$ och $p = 100$ kg/m^2, vilket ger $w(0) = 1$ cm. Om istjockleken $h = 20$ cm, är $L \approx 4{,}2$ m. Då mot $\gamma = 1$ svarar $x = L\cdot\sqrt{2}$, blir i detta fall $x \approx 6$ m.

Fig II:1 NEDBÅGNADEN KRING ETT LED MED BREDDEN 1b; 2b; 3b; OSV. OCH JÄMNT FÖRDELAD LAST

(DEFLECTION OF A STRIP WITH THE WIDTH OF 1b; 2b; 3b; ETC. AND A UNIFORMLY DISTRIBUTED LOAD)

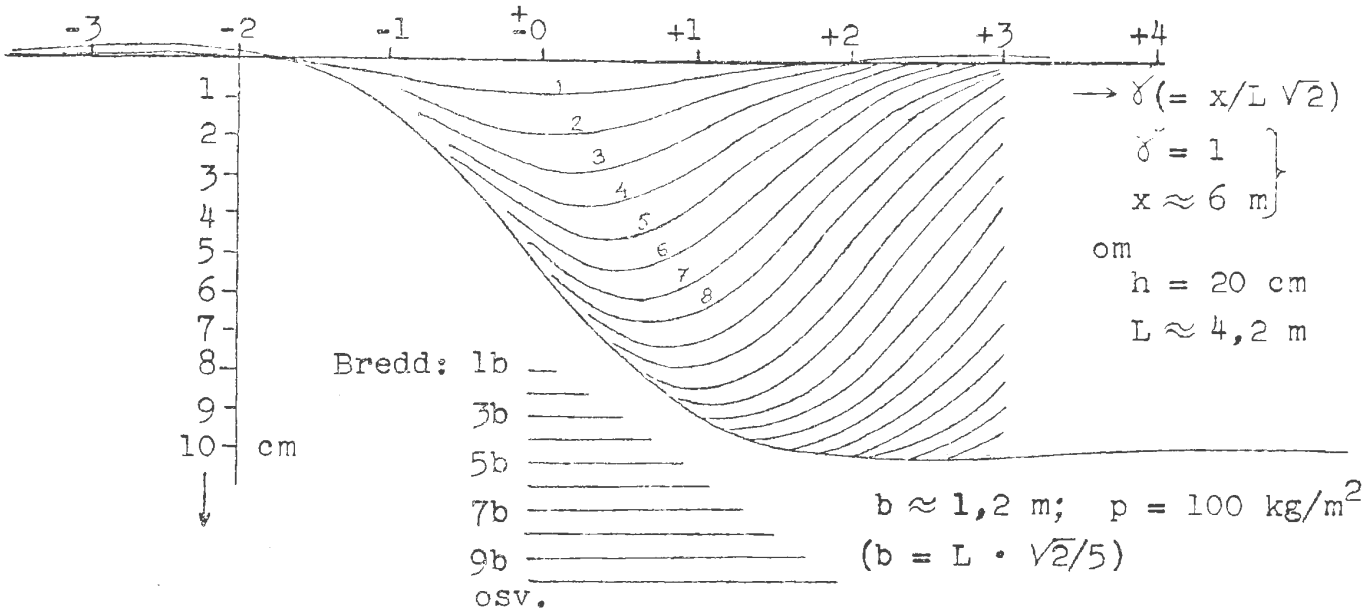
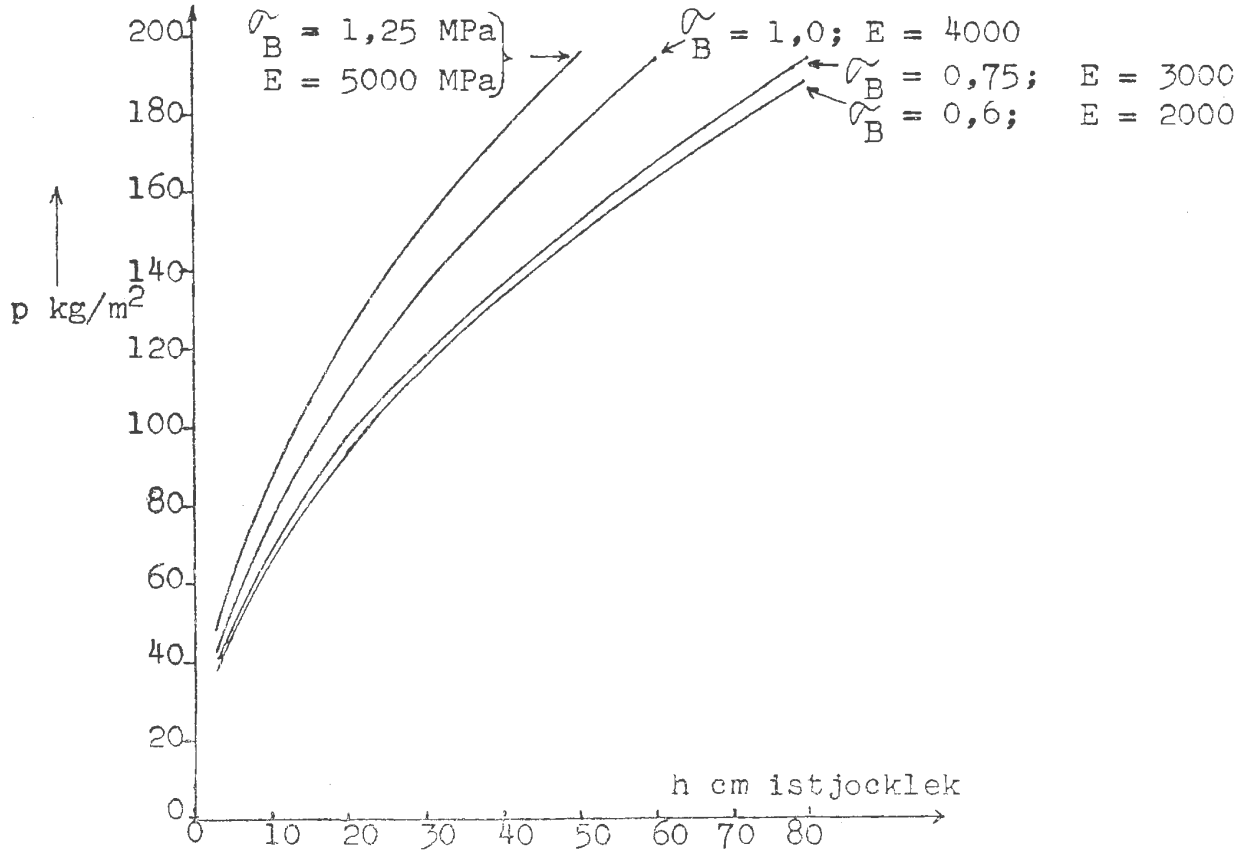


Fig II:2

UTBREDD LAST, SAMBAND MELLAN p OCH h FÖR GIVNA σ_B- OCH E-VÄRDEN, $p \approx \sigma_B \cdot \frac{1}{20 \cdot L^2} \cdot h^2$; KURVORNA GER HÖGSTA 'TILLÅTNA' LAST PER YTA VID GIVEN ISTJOCKLEK; FÖRUTSATT $(\sigma_b)_{max} \leq \sigma_B$

[DISTRIBUTED LOAD; THE RELATION BETWEEN p AND h FOR VARIOUS σ_B- AND E-VALUES. THE CURVES GIVE MAXIMUM 'SAFE' LOAD PER UNITE AREA FOR GIVEN ICE THICKNESS; PROVIDED $(\sigma_b)_{max} \leq \sigma_B$]



Bredvid linjelasten 1 lägges ytterligare en, som är lika stor, men förskjuten i sidled $x = b$ eller $\gamma = 1/5$. Bågnaderna av lasterna 1 och 2 summeras. I figuren är summa-bågnaden angiven som linje 2.

Vid tillägg på samma sätt av en tredje linjelast fås båge 3 osv.

För det fall som ges i figuren erhålles största krökningen och därmed också största böjspänningen under lasten, när ca 8 st linjelaster av bredd b summerats. Ledet har då en bredd av ca $9\frac{1}{2}$ m ($8 \cdot L \cdot \sqrt{2}/5 \approx 2{,}2\ L$).

Av figuren framgår att krökningen i isen, alltså också böjspänningen i isen, därefter minskar ned till ett visst värde, allt eftersom ledet blir bredare.

Nedsjunkningen når vid stor bredd upp till värdet p/ϱ m; i figuren är $p/\varrho = 10$ cm ($p = 100$ kg/m^2; $\varrho = 1000$ kg/m^3).

II.B. Maximala böjspänningen av en last, begränsad till ett värde per ytenhet men inte till storlek och utbredning

I 'Crowds on ice', Technical Report 204, Oct. 1968 CRREL, U.S. Army, härleder Nevel och Assur matematiskt, hur stort det maximala värdet hos böjspänningen, σ_b, kan bli kring ett led, när lasten per ytenhet, p kg/m^2, liksom istjockleken h m, är givna, medan däremot ledets bredd, b, får variera.

Nevel/Assurs resultat är:

(II:2) $\sigma_b(x = 0) \approx p \cdot g \cdot (L/h^2) \cdot 1{,}94$ eller

$$(\sigma_b)_{max} \approx \frac{6}{h^2} \cdot \frac{p \cdot g \cdot L^2}{3}$$

Värdet erhålles vid en bredd av ledet:

$b \approx 2{,}2 \cdot L$ (eller $\frac{\pi}{2} \cdot L \cdot \sqrt{2}$)

[Detta samband kan jämföras med motsvarande för en belastning, som är koncentrerad längs en linje, se avsnitt III, ekv (III:2 el. 3). Sättes $\sigma_b(x = 0)$-värdena lika i ekvationerna (II:2) och (III:2) erhålles $q \approx p \cdot L$, där q är linjelasten i kg/m. Lasten enligt (II:2) är $p \cdot 2{,}2\ L$ per meter längs ledet ($b = 2{,}2\ L$), medan linjelasten är $p \cdot L$. Den ena lasten är alltså 2,2 ggr större än den andra, fastän båda frestar isen lika mycket. Härav framgår utbredningens betydelse.]

Nevel/Assur undersöker vidare maximala böjspänningen, när två parallella led tynger ned ett istäcke. Under varje led blir bågnaden konkav, medan den ett stycke utanför leden blir svagt konvex. Om två led närmas mot varandra, kommer de konvexa bågnaderna att i ett visst läge förstärka varandra maximalt. Nevel/Assur visar i sitt arbete, att den maximala spänning som därvid kan uppnås är obetydligt högre än den som kan erhållas mitt under ett enda led.

Maximal spänning erhålles mitt emellan leden, när dessa är ca $4{,}4 \cdot L$ breda och avståndet mellan dem är ca $2{,}2 \cdot L$.

Beräkningen för en cirkulär last ger ett maximi-värde för spänningen i cirkelns centrum, som är något lägre än motsvarande för ett led vid given last per ytenhet. Maximi-värdet nås för $r \approx 1{,}72 \cdot L$.

Nevel/Assur anser, att det i ekv (II:2) angivna maximi-värdet kan gälla för vilken som helst fördelning av laster, alltså inte bara för laster fördelade på ett enda eller två parallella led eller på cirkelytor, för vilka beräkningarna har gjorts.

II.C. Isens bärighet för en last, begränsad till ett värde per ytenhet men inte till storlek och utbredning

Vid beräkning av ett istäckes bärighet uppställer Nevel/Assur som säkerhetskrav, att lasten inte får ge vare sig undersidesprickor eller ytsprickor. Det betyder att $(\sigma_b)_{max} \leq \sigma_B$, där σ_B är isens böjhållfasthet. Insättes σ_B i ekv (II:2) fås:

$$\text{(II:3)} \quad \begin{cases} \sigma_B \approx p \cdot g \cdot (\frac{L}{h})^2 \cdot 2 \\ \text{eller} \\ p \approx \sigma_B \cdot \frac{1}{20 \cdot L^2} \cdot h^2 \end{cases} \text{, där} \quad \begin{cases} p & \text{kg/m}^2, \quad g = 9{,}81 \text{ m/s}^2 \\ \sigma_B & \text{Pa} \\ h & \text{m} \\ L & \text{m (se fig I:2)} \end{cases}$$

När man känner värdena på σ_B och E, ger ekv (II:3) ett samband mellan p och h. Detta har uttryckts grafiskt i fig II:2. Om p-värdet är givet, fås h-minimum, och om h-värdet är givet, fås p-maximum.

Nevel/Assur framlägger formeln för praktiskt bruk, för det fall att man önskar beräkna den minsta istjocklek som erfordras, för att ett sjöistäcke skall

betraktas som ´säkert´, när det utsätts för belastning av en stor massa människor, som kan samlas i grupper av vilken form och storlek som helst. Har man väl skattat ett största värde på lasten per ytenhet, p, ger formeln det önskade tjockleksvärdet på isen, h.

Vid utnyttjandet av formel (II:3) har man svårigheter att bedöma de maximala p-värdena. Om 1000 eller 10 000 människor vid bil- eller skridskotävlingar vistas på isen, hur stort kan då p bli lokalt? Om man sätter $p \leq 100$ kg/m^2, blir minsta tillåtna istjocklek 23 cm (σ_B = 0,75 MPa och E = 3000 MPa). Skulle däremot p nå upp till 150 kg/m^2, skulle gränsvärdet bli 50 cm is.

När renhjordar förflyttas över ett istäcke, vilka p-värden kan då lokalt erhållas? Om $p \leq 50$ kg/m^2, fås h = 6 cm, men om $p \leq 75$ kg/m^2, blir värdet 12 cm.

Svårigheten att välja rätt σ_B-värde föreligger också alltid.

III. FORDONSTÅG PÅ IS (LINJELAST)

I en artikel av M Korunov 'Om isbärigheten vid timmertransporter', Moskva 1956, svensk översättning vid SMHI, ges uppgifter om isens bärighet och trafik med enstaka fordon men också vid trafik med fordonståg. Sådana tåg erhålles vid sammankoppling av en lång rad slädar eller släpvagnar, som då dras av traktor eller bil. Detta ger en 'linjelast' på isen. Samma slag av belastning erhålles också om en fordonskolonn går fram över ett istäcke.

Korunov ger formler för beräkning av såväl maximal böjspänning som maximal nedbågnad mitt under linjelasten, samt ger uppgift om minsta tillåtet avstånd mellan parallellt gående fordonståg.

Nedbågnaden: I avsnitt II.A. ges ett uttryck (II:1) för nedbågnaden kring ett smalt led med bredd, b, och jämnt utbredd belastning, p kg/m^2. Här sättes i stället för lasten $p \cdot b$ kg/m en linjelast $q = p \cdot b$. Därvid erhålles för nedbågnaden mitt under linjelasten uttrycket:

$$\text{(III:1)} \qquad w(0) = q/(2 \cdot \varrho \cdot L \cdot \sqrt{2}) \quad \text{där} \begin{cases} q \text{ kg/m, 'linjelast'} \\ L \text{ m (se fig I:2)} \\ \varrho = 1000 \text{ kg/m}^3 \end{cases}$$

Böjspänningen: Från uttrycket för bågnaden, w(x), se ekv (II:1), erhålles böjmomentet per breddenhet, m(x), och böjspänningen, $\sigma_b(x)$:

$$\begin{cases} m(x) = D \cdot w''(x), \text{ där } D = \dfrac{E \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)}; \quad L^4 = \dfrac{D}{\varrho \cdot g} \\ \text{och} \\ \sigma_b(x) = \dfrac{6}{h^2} \cdot m(x), \text{ där } \dfrac{h^2}{6} = \text{böjmotståndet per breddenhet för ett rektangulärt snitt med höjd, h (istjockleken).} \end{cases}$$

Den maximala böjspänningen i istäcket uppträder mitt under linjelasten, x = 0. Efter härledning av w"(x) kan uttrycket för $\sigma_b(x = 0)$ skrivas:

$$\text{(III:2)} \quad \sigma_b\,(x = 0) = \frac{6}{h^2} \cdot \frac{q \cdot g \cdot L \cdot \sqrt{2}}{4}$$

Bärigheten: Om man vid beräkningen av bärigheten uppställer som säkerhetskrav att undersidesprickor inte får bildas, betyder det att $\sigma_b(x = 0) \leq \sigma_B$, där σ_B är isens böjhållfasthet. Insättes σ_B i ekv (III:2) erhålles:

$$\text{(III:3)} \quad \begin{cases} \sigma_B = \dfrac{6}{h^2} \cdot \dfrac{q \cdot g \cdot L \cdot \sqrt{2}}{4} \\ \text{eller} \\ q = \sigma_B \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{3 \cdot g \cdot L} \cdot h^2 \end{cases} \text{, där} \quad \begin{cases} q \text{ kg/m} \\ g = 9{,}81 \text{ m/s}^2 \\ L \text{ m (se fig I:2)} \\ h \text{ m} \end{cases}$$

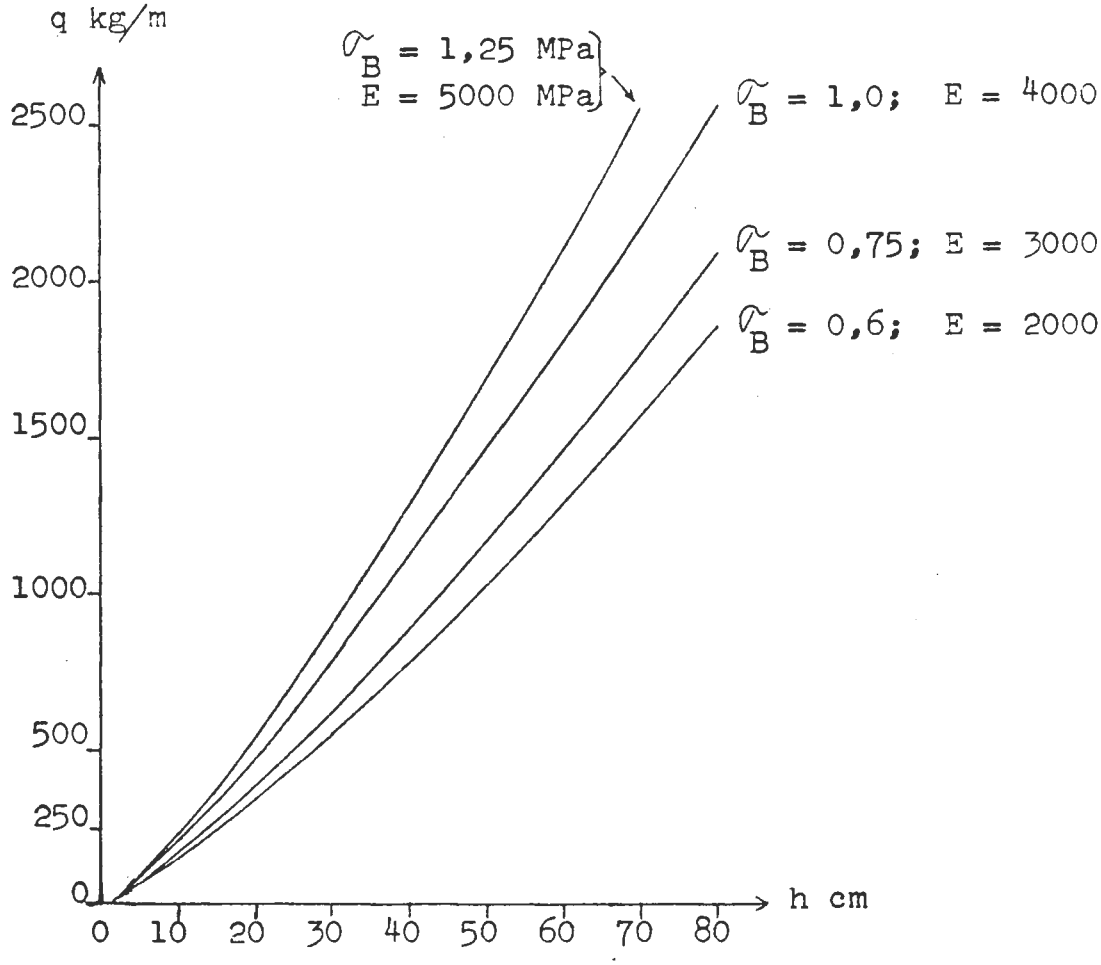
Känner man σ_B och E för isen, ger ekv (III:3) ett samband mellan q och h. Om q-värdet är givet, fås h-minimum, och om h-värdet är givet, fås q-maximum. Sambandet åskådliggöres i fig III:1 för några σ_B- och E-värden. Ekv (III:2 el. 3) kan jämföras med ekv (II:2 el. 3), se avsnitt II.

I 'Lyftkraft och bärförmåga hos ett istäcke', Teknisk Tidskrift, 1944, har B Löfquist bl.a. beräknat bärigheten vid 'momentan' belastning av en linjelast. Hans formel kan omvandlas till ekv (III:3).

Fig III:1

LINJELAST; SAMBAND MELLAN q OCH h VID GIVNA σ_B- OCH E-VÄRDEN; $q \approx \sigma_B \cdot \frac{1}{20\ L} \cdot h^2$. KURVORNA GER HÖGSTA 'TILLÅTNA' LAST PER LÄNGD VID GIVEN ISTJOCKLEK; FÖRUTSATT $(\sigma_b)_{max} \leq \sigma_B$. (Jfr med fig II:2 $q \approx p \cdot L$)

[LINEAR LOAD; THE RELATION BETWEEN q AND h FOR VARIOUS σ_B- AND h-VALUES. THE CURVES GIVE MAXIMUM 'SAFE' LOAD PER LENGTH FOR GIVEN ICE THICKNESS; PROVIDED $(\sigma_b)_{max} \leq \sigma_B$. (Confer with fig II:2 $q \approx p \cdot L$)]



Korunov har i ovan nämnt arbete givit följande formler:

Nedbågnaden:

Största linjelasten, när $\sigma_b(0) = \sigma_B$:

$$w = q/(2 \cdot \sqrt[4]{\frac{E \cdot h^3}{3}}); \qquad q = \sigma_B \cdot h^2 \cdot 2/(3 \cdot \sqrt[4]{\frac{E \cdot h^3}{3}})$$

Enheter: q ton/m; E ton/m^2
σ ton/m^2; h m

Genom valet av enheter i ´tekniska systemet´, blir vattnets densitet $\varrho = 1$ och är kraft = massa. Korunovs formler gäller ej i SI-systemet; g och ϱ måste då införas. I övrigt överensstämmer Korunovs formler med ekv (III:1) och III:3).

Korunov anger minsta tillåtna avstånd, d, mellan parallella färdvägar till

$$d = \frac{3\pi}{4} \sqrt[4]{\frac{E \cdot h^3}{3}}$$

Uttryckt med hjälp av tidigare nyttjat L blir avståndet:

(III:4) $$d = \frac{3\pi}{2\sqrt{2}} \cdot L \approx 3{,}3 \cdot L \text{ m}$$

Detta avstånd är tillräckligt stort för att bågnaderna från parallella fordonståg inte skall inverka så mycket på varandra att det har någon betydelse för bärigheten.

Minsta tillåtna avstånd på 3,3 · L kan jämföras med ett avstånd på 2,2 · L, som ger maximal inverkan

mitt emellan två parallella led med en jämnt utbredd last (p kg/m^2), när dessa är ca 4,4 · L breda; Nevel/Assur, se avsnitt II.

Exempel: En fordonskolonn, 50 m lång med en totalvikt av 50 ton, passerar över ett istäcke. Linjelasten blir då q = 1000 kg/m. Ekv III:3 och fig III:1 ger minsta istjocklek: h = 44 cm, om man väljer σ_B = 0,75; E = 3000 MPa. Minsta tillåtna avstånd mellan parallella färdvägar: 3,3 · L = 23 m.

IV. ISENS BETEENDE VID RÖRLIG LAST

IV.A. Fordonet körs med 'resonans'- hastighet

Ett stillastående fordon tynger ned ett istäcke, så att det runt fordonet skapas en nedbågnad. När fordonet körs, rör sig nedbågnaden med fordonets hastighet, samtidigt som det alstras en vattenvåg under istäcket. Denna har sin egen hastighet, som beror bl.a. av vattendjupet och istjockleken. Eftersom isen flyter på vattnet, ger vattenvågen också 'vågberg' och 'vågdalar' i isen. När fordonet körs just med vattenvågens hastighet, 'resonans'- hastigheten, kommer det att gå i en vågdal som fördjupas av dess egen nedbågnad. Totala vågdalen kring fordonet blir då betydligt djupare och också vidare än enbart nedbågnaden kring det stillastående eller långsamt gående fordonet. Av 'vågbergen' på båda sidor om fordonet utbildas särskilt 'bog'- vågen eller hävningen framför fordonet.

Undersökningar beträffande isens beteende vid rörlig last har utförts bl.a. av J Wilson, USA, 1955. Vid trafik med 2,7 ton fordon på 60 cm is mättes bl.a. största skillnaden mellan vågberg och vågdal i isen vid olika fordonshastigheter. Vid resonans blev amplituden $2\frac{1}{2}$ ggr högre än djupet i nedbågnaden vid långsamt gående fordon. Senare uttalade A Assur, USA, i 'Traffic over frozen or crusted surfaces', Torino, 1961, följande: 'The stresses originated under resonance may be 250 % of the static stresses'. (Riktigheten av detta påstående ifrågasättes nedan.) Innebörden av uttalandet är, att bärigheten hos ett istäcke skulle kunna nedsättas $2\frac{1}{2}$ ggr vid trafik med resonanshastighet.

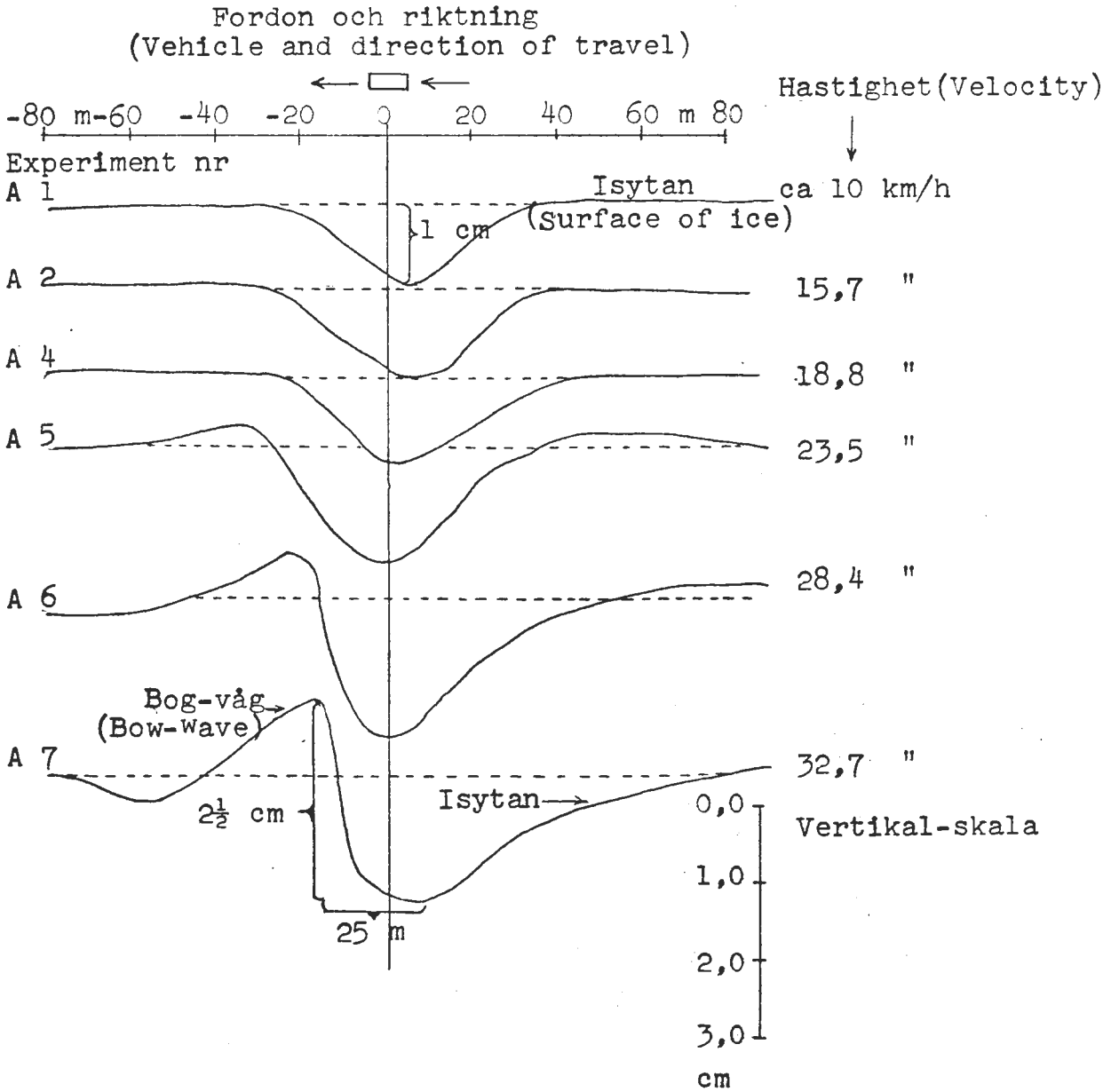
Fig IV:1

'VÅGORNA' I ISEN KRING ETT FORDON I RÖRELSE, STORSJÖN 1961-02-23

(DEFLECTIONS IN THE ICE COVER AROUND A VEHICLE IN MOTION)

Istjocklek (Ice thickness) 45 - 50 cm

Fordon (Vehicle) 7,7 ton



Resonans uppnås vid bottendjup på 5 - 10 m och istjocklekar på 25 - 50 cm vid de vanliga fordonshastigheterna, 30 - 40 km/h.

Vid mätningarna på Storsjön, utfördes olika 'dynamiska' försök, se 'Om isbärighet', M Falkenmark, SMHI, 1963. Bl.a. trafikerades en bana på 48 cm tjock is med ett 7,7 ton fordon (belastningsradie 2,2 m) med olika hastigheter och mättes isens vågrörelser. I istäckets ytskikt framträdde ingen märkbar sprickbildning. Några mätresultat framgår av fig IV:1. Vid resonans var amplituden förstorad ca $2\frac{1}{2}$ ggr, och då var också den konvexa maximala krökningen i bogvågen tydligt större än motsvarande konkava i vågdalen under fordonet. Denna var dock jämförelsevis låg eller ungefär densamma som när fordonet kördes med hastigheten 10 km/h eller stod stilla.

Eftersom kantböjspänningen i isen är proportionell mot krökningen, kan vissa slutsatser dras med hjälp härav: I bogvågen, där dragspänningar verkar i istäckets ytskikt, synes draghållfastheten inte ha överskridits, då sprickor inte bildades. Eftersom de undre isskikten i bogvågen utsätts för tryckspänning och isen tål högre tryckspänning än dragspänning, är det troligt att de undre skikten inte heller skadades av bogvågen. Då isens krökning i den efterföljande vågdalen var jämförelsevis låg, betyder detta att också dragspänningarna på istäckets undersida i vågdalen var jämförelsevis låga och att de därför inte gav sprickor.

Annorlunda blir förhållandena, när bogvågen spräcker isen i ytskiktet. Då kommer isen i den efterföljande vågdalen att bågna på samma sätt som ett något tunnare istäcke, dvs. krökningen ökar och dragspänningarna

växer i istäckets undre skikt. Om en ny uppsprickning sker i istäckets ytskikt för varje fordon som passerar vid resonanshastighet, kommer dragspänningarna i undre skikten att växa till dess sprickor bildas också där. Istäckets bärighet kommer härigenom vid ökat antal fordonspassager att steg för steg minska, tills genombrott sker.

En isväg, som ligger renplogad från snö, är i ytskiktet starkt utsatt för temperaturväxlingar. Efter nattkyla, då isytan kan ha nedkylts många grader, kan kraftiga dragspänningar finnas i isytan. Om då ett tungt fordon passerar på morgonen, kan bogvågen framför fordonet ge den extra dragspänning i isen som behövs för att åstadkomma sprickor i isytan. Sprickbildningen kan då mycket väl beröra endast ytskiktet och upphöra efter några få fordonspassager. Krökningen i isen i vågdalen ökar då endast lite vid dessa första körningar men inte vid de efterföljande.

På Storsjön genomfördes i febr 1961 'pendel'-trafikförsök med det förutnämnda fordonet på 7,7 ton i avsikt att utmatta isen. Man körde en bana 24 ggr, 12 ggr i vardera riktningen vid hastigheten ca 30 km/h, dvs. ungefär resonanshastigheten, varvid nedbågnaden kring fordonet observerades vid varje passage längs banan.

Någon märkbar utmattning, som skulle ha givit sig tillkänna genom att amplituderna mot slutet av körningarna skulle ha blivit större, erhölls dock inte.

Överslagsräkning av kantböjspänningen under fordonet vid 'statisk' last ger följande:

Fordon P_{Tr} = 7 700 kg med belastningsradie r = 2,2 m; istjocklek h $\approx$ 48 cm.

Ekv (I:4): $P_{Tr} = c \cdot h^2$; $c = \sigma_b(\tau = 0) \cdot f_W(\tau)$
för helt (icke uppsprucket) istäcke. Isen reagerar elastiskt, varför högt E-modulvärde väljes.
$L(E = 5\,500;\ h = 48) = 8{,}9$ m (fig I:2);
$\tau = r/L = 0{,}25$; $f_W(0{,}25) = 7{,}6$ (fig I:3);
$c = 3{,}34$ kg/cm^2 och $\sigma_b(\tau = 0) = 0{,}44$ MPa (4,5 kp/cm^2)
Mätning av böjhållfastheten, σ_B, gav i febr 1961 ett medelvärde av ca 0,80 MPa, se tab VI:5 och 9, dvs. $\sigma_B = 1{,}8 \cdot \sigma_b$. Eftersom ingen utmattning genom sprickbildning erhölls, bör högsta spänningen under trafiken med resonanshastighet ha varit lägre än σ_B, dvs. lägre än 180 % av den 'statiska' spänningen.

Också under febr/mars 1959 företogs trafikering med resonanshastighet på Storsjön. Därvid kördes fordon på utstakade banor och observerades nedbågnaden kring resp. fordon. Skulle isen ha utmattats efter många körningar, borde detta ha märkts genom ökad nedbågnad. Sådant utslag erhölls inte trots hög belastning i några fall.

I ett fall kördes ett 8,5 ton bandfordon 21 ggr över en bana, se tab VI:7. En beräkning av den 'statiska' spänningen under fordonet ger: $\sigma_b = 0{,}77$ MPa, och då $\sigma_B = 0{,}97$ MPa, se tab VI:8, blir $\sigma_B = 1{,}25 \cdot \sigma_b$. Högsta resonansspänningen bör ha varit lägre än σ_B, dvs. lägre än ca 125 % av den 'statiska' spänningen.

I ett annat fall kördes ett 7,4 ton fordon över en bana 50 ggr på en dag och 50 ggr nästa, se tab VI:7. $\sigma_b = 0{,}53$ och $\sigma_B = 0{,}73$ MPa, dvs. $\sigma_B = 1{,}4 \cdot \sigma_b$. Högsta resonansspänning bör ha varit lägre än σ_B, som här är 140 % av den 'statiska' spänningen. Om man räknar med ett något högre $\sigma_B = 0{,}80$ MPa, fås 150 %.

I de undersökta fallen ligger värdena på högsta resonansspänningen långt under förut nämnda värden på 250 % av den 'statiska' spänningen. Av de procentuella skillnaderna torde endast en mindre del kunna förklaras bero på att fordonen inte körts med den rätta resonanshastigheten eller på att vissa mätfel förelegat. Påståendet om en spänningsökning på $2\frac{1}{2}$ ggr vid körning med resonanshastighet synes inte vara underbyggt på annat sätt än att amplitudvärdet vid resonans är $2\frac{1}{2}$ ggr nedbågnadsvärdet vid 'statisk' last. Men härvidlag finns inte något enkelt samband mellan amplitud och spänning, varför man inte heller kan sluta sig till spänningens förändring från amplitudens förändring. Hur mycket spänningen ökar och därmed bärigheten nedsättes vid körning med resonanshastighet, torde inte närmare kunna fixeras utan ytterligare undersökningar. Uppenbart är dock att bärigheten inte nedsättes med en faktor på $2\frac{1}{2}$ utan med något väsentligt mindre.

I det praktiska fallet har man att noga ge akt på, om bogvågen, hävningen framför ett fordon, ger ytsprickor och om dessa fördjupas steg för steg eller om de förblir grunda genom att de ev. har samband med temperaturfall i isytan. I första fallet föreligger risk för genomkörning vid fortsatt trafik, i senare fallet inte. Ev. bärighetsnedsättning vid upprepade körningar beror också av tiden mellan olika passager av tunga fordon. Om intervallen är korta, växer inverkan snabbare än om de är långa, t.ex. ett dygn. Isen kan nämligen i senare fallet återvinna en stor del av sin bärighet genom självläkning.

IV.B. Fordonet ändrar hastighet och riktning

Vid sidan av de arrangerade mätningarna på Storsjön iakttogs vid ett tillfälle i mars 1959 en tydlig utmattning av isen utanför en av banorna, som trafikerats med ett 8,5 ton bandfordon. Sedan föraren kört fordonet över den utstakade banan, hade han ca 10 ggr av 21 passager bromsat in fordonet häftigt och svängt av. Detta hade skett ungefär på en och samma plats, och just där blev bågnadsskålen i isen kring fordonet tydligt fördjupad och ytsprickorna många, vilket antydde risk för genomkörning.

Som förut nämnts fick man ingen utmattning i den utstakade raka banan, trots hög 'statisk' spänning i isen under fordonet och 'resonanshastighet' (σ_b = 0,77 MPa och 30 km/h, se tab VI:7 och 8), men däremot den nämnda utmattningen lokalt utanför banan. Där tillkom vid hastighets- och riktningsändringen en extra kraft som troligen förhöjde 'bogvågen', så att isen spräcktes i ytan, och därmed ökade spänningen i djupskikten, som också kan ha fått sprickor.

När tunga fordon körs med god fart mot en strand, t.ex. för att klara en brant uppfart, händer det ofta att isen i strandkanten spräcks, varvid breda sprickor bildas, genom vilka vatten kan tränga upp. Orsaken är, att fordonet framför sig driver en vattenvåg, vilken bromsas upp ungefär på samma sätt som när en dyning väller in mot en strand. Vågen förkortas, stiger och faller och frestar därvid isen så hårt att den kan brytas i strandkanten.

Som allmänna regler kan uppställas följande:

Vid färd på is bör tunga fordon köras långsamt och inte bromsas in häftigt eller svängas av tvärt.

Vid färd in mot en strand bör fordonens hastighet minskas ner långsamt och fordonen köras med krypfart i strandzonen.

V. ISENS BETEENDE VID LÅNGVARIGT STILLASTÅENDE LAST

När ett fordon rör sig över ett istäcke, bågnar detta och frestas isen endast under en kort stund på varje ställe som passeras. Efter passagen återgår isen omedelbart till sitt ursprungliga läge. Isen beter sig elastiskt. Om fordonet stannas och får stå stilla, börjar en långsam förändring eller ´krypning´ i ismaterialet kring fordonet på grund av den alstrade spänningen i isen. Krypningen hänger samman med att basplan inne i kristallerna glider i förhållande till varandra och att kristaller förskjuts. Därvid uppstår spänningskoncentrationer och småsprickor inne i isen, som lokalt kan nedsätta hållfastheten. Detta gäller särskilt draghållfastheten, när isen innehåller småblåsor eller föroreningar. Krypningen i isen är starkast vid istemperaturen ± 0 °C och avtar vid fallande temperatur.

Kring en last på isen blir spänningen i isen mycket ojämnt fördelad, vilket i än högre grad gäller krypningen som ökar snabbt med spänningen.

Enligt den ´elastiska´ modellen för bågnadsskålen runt en last på ett helt istäcke, se avsnitt I.A, är spänningen i isens övre och undre ytskikt störst mitt under lasten och avtagande radiellt utåt. Kring t.ex. ett fordon, stående på ett istäcke, blir sålunda spänning och krypning hög nära fordonet, särskilt i isens undre skikt. Till följd av krypning sjunker fordonet sakta något djupare, varvid vattnets upptryck intill fordonet ökar i motsvarande grad. Samtidigt minskar bågnadsskålens radie sakta. Allmänt medför krypningarna en sänkning av de höga spänningarna i isen, vilket kan medföra att krypningarna så småningom upphör. Bågnadsskålen förändras då inte längre, och fordonet kan förbli stående.

Vid stor tyngd hos ett fordon kan en helt annan bild av krypförloppet erhållas. Om nämligen fordonet skapar en så hög böjspänning i isen att denna når brottspänning mitt under och nära fordonet, spricker isen snabbt radiellt utåt i de undre skikten. Nevels ´elastiska´ modell belyser då spänningsfördelningen i isen, se avsnitt I.B., bl.a. fig I:6.

I detta fall blir böjspänningen låg nära fordonet, där isen är uppsprucken, och hög längre ut i en ring runt fordonet med dragspänning i ytskikten och tryckspänning i djupskikten. I ringen sker då de största krypningarna, vilket bl.a. leder till att fordonet sjunker allt djupare i sin nedbågnadsskål och att skålens radie samtidigt minskar. Genom krypningarna kan isens brottspänning bli avsevärt nedsatt i ytskikten, där dragspänningar verkar. Om brottspänningsvärdet sjunker ned till värdet för böjspänningen, brister isen och en ringspricka bildas. Fortsatt krypning och nya bristningar leder sedan till att fordonet sjunker genom isen.

Ibland händer det att någon av de förut nämnda radiella sprickorna, vilka främst berör isens undersida, släpper igenom vatten upp till isytan. Det vatten, som samlas i nedbågnadsskålen, ökar då tyngden i denna (liksom vattnet inne i en båt). Borras hål i isskålen, nås samma effekt. Fordonet sjunker djupare och nedbrytningsprocessen blir snabbare.

Då det är svårbedömt, vad som händer med ett tungt lastat fordon vid parkering på is, bör sådan undvikas. Får man motorstopp och bedömer att man blir stående en längre tid, bör lasten lossas och bredas ut.

VI. MÄTVÄRDEN PÅ ISENS BÖJHÅLLFASTHET OCH ELASTICITETS-MODUL

Vid härledningen av olika bärighetsformler för ett istäcke inför man storheter som anknyter till is-materialet. Dessa måste ges talvärden genom mätningar. Mätmetoder finnes beskrivna bl.a. i ´Hållfasthet hos is och istäcke´, I P Butiagin, Novosibirsk, 1966, övers. t. svenska, SMHI och i ´Om isbärighet, resultat av belastningsförsök på is, utförda av Samarbetsgruppen för isbärighetsförsök 1959-61´, M Falkenmark, 1963.

Butiagin uttalar, att de mätresultat som olika forskare framlagt beträffande isens böjhållfasthet, σ_B, och ´deformationsmodul´, E, i hög grad beror av mätmetodiken och att de mycket olika värden som erhållits hänger samman med att både isens struktur och temperatur varierar från plats till plats och dessutom med att temperaturen förändras från tid till annan. Mätningar som utförs på ´små´ prov ger höga hållfasthetsvärden, medan ´stora´ prov, såsom ´istangenter´ eller ´iskonsoler´, ger lägre värden.

Värden, som väl ansluter sig till det istäcke som skall bedömas, erhåller man enligt Butiagin genom att mäta på platsen och genom att ta ut ´stora´ prov, som vid testningen ligger kvar i vattnet. Man kan också utföra genomlastningar antingen på ett helt istäcke eller på ett genomsågat,halvt´. I senare fallet placerar man då lasten invid en lång uppsågad ränna. Svårigheter uppkommer dock, när man efter sådana genomlastningar från de uppmätta värdena på nedbågnader ocn erhållen brottlast skall analysera fram bestämda värden på böjhållfastheten, σ_B.

Några av Butiagins värden betr. böjhållfastheten, σ_B, från 'stora' prov och genomlastningar framgår av nedanstående sammanställning.

Tab VI:1

Slag av isprov	Medelhöjd h cm fr. -till	Medelbredd b cm fr.-till	Antal prov	σ_B MPa		
				Max	Mdl	Min
Tangenter; små	22 - 64	22 - 26	15	0,84	0,55	0,27
" ; stora	27 -100	46 - 84	147	1,02	0,42	0,08
" ;konsolplattor	29 - 93	96 -205	31	0,76	0,38	0,17
'Halvt' istäcke (sågad ränna, lufttemp. -3 till -9 °C)	31 - 44	- -	5	0,53	0,45	0,33

Butiagin citerar några värden på böjhållfastheten från andras mätningar bl.a. följande:

Veinberg	0,44 - 1,59	MPa	
Troscinskij	0,7 - 1,37	"	istangenter
"	1,93 - 2,2	"	små prov
Sisov	0,44(medeltal)	"	iskonsoler

Ovanstående σ_B-värden åtföljs inte av temperaturuppgifter för isen. Hållfastheten beror dock av temperaturen, vilket Butiagin belyser med diagram bl.a. av Lavrov och Sisov. Därav framgår att böjhållfastheten enl. Lavrov vid ett temperaturfall i isen från 0 till -5 °C ökar från ca 1,1 till 1,8 MPa (små prov) och enl. Sisov vid fall från -2 till -5 °C från ca 1,1 till 1,3 MPa (små prov).

Butiagin påpekar att, när lufttemperaturen under vintern är låg, har istäckets övre skikt den största hållfastheten, medan på våren, då lufttemperaturen

stiger, istäckets mellanskikt bevarar sin hållfasthet längst. Hållfastheten kan dock tillfälligt återställas i ytskikten vid nattfrost.

Butiagin ställer värdena från stora och små prov i relation till varandra, varvid provens storlek bedöms efter de tvärsnitt som deformeras vid belastning. Som 'norm' eller 'likare' har valts tvärsnittet 8 x 8 cm^2. Vid böjprov kan ett normalprov då utgöras av isbalkar med detta tvärsnitt och längd mellan understödspunkterna av t.ex. 50 cm. Butiagin ger i diagram och formel ett samband mellan böjhållfasthet och tvärsnitt. För prover med normaltvärsnittet 8 x 8 cm^2 och istemperaturen 0 °C ges följande mätvärden på böjhållfastheten, σ_B.

Tab VI:2

Mätplats	Antal prov	σ_B MPa(8x8 cm^2; 0 °C)		
		Max	Mdl	Min
Plats i Ob	62	1,80	1,09	0,45
Plats i Jenisej	242	2,50	1,17	0,33
Vattenmagasinet vid Novosibirsk ('Ob-reservoaren')	182	2,68	0,89	0,12

För ett istäcke, 30 cm tjockt, och med en samlad last ges relationstalet ca 0,47; för 40 cm is ca 0,40; för 50 cm is ca 0,34 och för 70 cm is ca 0,30. Om man sålunda vid en serie normalprov med tvärsnitt 8 x 8 cm^2 finge medelvärdet 1,0 MPa, skulle man vid genomlastning av ett 30 cm tjockt nollgradigt istäcke i medeltal få värdet 0,47 MPa.

Butiagin anger att plastiska isdeformationer, som uppstår i ett isprov vid viss förlängning i pålastningstiden, inte inverkar väsentligt på isens böjhållfasthet. I Butiagins arbete lämnas några uppgifter på bestämningar av E-modulen; i arbetet benämnt deformationsmodulen.

Tab VI:3

E-modulvärden. Vattenmagasinet vid Novosibirsk

Prov	Datum	Is cm	Antal prov	E MPa Vid brott-last	E MPa Vid ½ brott-last
Konsolbalk	1957-12-22	47	4	1590	2450
"	1958-12-09	36	3	3920	4415
"	1958-12-18	51	3	2400	2355

E-modulvärden av Lavrov citeras: Sötvattenis vid 0 °C: 3100 - 3200 MPa.

Butiagin sätter Poissons tal $\nu = 0,4$ för sötvattenis under hänvisning till tidigare ryska undersökningar.

I Butiagins arbete återges några resultat från genomlastningar av helt istäcke med koncentrerad last, utförda av Pesčanskij. De sammanfattas i tabellen nedan.

Tab VI:4

Istjocklek h cm	2,0	3,0	4,0	7,0	10,5	40,0
Brottlast P_B kg	90,2	154	338	688	2313	29400
Index c_B kg/cm^2	22,6	17,1	21,1	14,0	21,0	18,3

Som en sammanfattande formel ges: $P_B = 19,6 \cdot h^2$.

Påkänningsindex vid brott, c_B (= P_B/h^2), ligger således här mellan 14 och 23 och i medeltal vid 19,6 kg/cm^2. Uppgift saknas om den istemperatur, vid vilken värdena erhållits.

Vid mätningar på Storsjön i Jämtland 1959 och 1961, redovisade i 'Om isbärighet', M Falkenmark erhölls bl.a. följande värden:

Tab VI:5

Böjhållfasthet, σ_B Storsjön i Jämtland

	Prov	cm-längd fr.-till	cm-höjd fr.-till	cm-bredd fr.-till	Antal	σ_B MPa Max	Mdl	Min
1959 Febr	Tungor	106-158	39- 42	20- 45	7	>0,80	>0,61	0,37
" Mars	Balkar	100-130	18- 38	18- 20	11	1,23	0,69	0,29
1961 Febr	3 tungor 6 balkar	120-215	9- 47	20- 22	9	>1,20	>0,76	0,57

σ_B-värden erhållna från prov på enbart stöpis skilde sig inte signifikant från motsvarande värden för kärnis.

Tab VI:6

E-modulvärden (effektiva, E_{Eff}, och momentana, E_{Mom})

	Is cm	Antal prov	E MPa Max	Mdl	Min
E_{Eff}: 1959 Febr	42	7	2800	2510	2100
" : 1961 Febr	48	18	3860	3130	2340
E_{Mom}: 1961 Febr	48	18	5950	4400	3270

Genomlastningar utfördes vintrarna 1959 och 1961. Före mätningsperioderna i februari - mars inträffade båda vintrarna kraftiga blidväder, som då gjorde isen

snöfri och nollgradig. Innan genomlastning företogs vintern 1959 (ej 1961) trafikerades isen. Nedanstående sammanställning, tab VI:7, upptar endast värden från de tillfällen då temperaturen på alla nivåer i isen visade ± 0 °C. I tabellen betecknar h istjocklek och α andel stöpis; P_{Tr} trafikerande fordons vikt och r fordonens belastningsradie; n antal fordonspassager på olika banor, i vilka sedan valdes punkter där isen belastades till brott; P_B brottlast, vattenfyllda pontoner, som uppställts på en släde med belastningsradie 1,7 m; t min. pålastningstid. Påkänningsindex för de olika fordonen betecknas med c_{Tr} (= P_{Tr}/h^2) och index vid brott med c_B (= P_B/h^2).

Tab VI:7

	1959 Febr			1959 Mars				1961 Febr		
	18	19	20	18	18	19	20	19	19	20
Fordon	Tgbil	Tgbil	Bandtr	L-bil	L-bil	L-bil	Ikv	Ingen förtrafik		
P_{Tr} ton	2,9	2,9	3,0	7,4	7,4	7,4	8,5			
r m	1,55	1,55	0,87	2,21	2,21	2,21	1,75			
km/h	30	30	7	30	30	30	30			
n	12	150	150	4	4	100	21			
h cm is	45	44	45	43	38	42	39	47	47	46
α% stöpis	56	52	53	37	39	38	41	19	24	17
c_{Tr} kg/cm^2	1,4	1,5	1,5	4,0	5,1	4,2	5,6			
P_B ton	23,2	21,9	26,4	32,5	19,4	26,4	31,0	36,4	36,4	36,4
t min	44	13	26	26	46	17	23	34	46	32
c_B kg/cm^2	11,5	11,3	13,0	17,6	13,4	15,0	20,4	16,5	16,1	17,2
Medeltal c_B:	11,9			16,6				16,6		
Istemp: ± 0 °C										

Påkänningsindex vid brott, c_B, var således i medeltal vid mätning i febr 1959 11,9; i mars 1959 och i febr 1961 16,6 kg/cm^2.

Eftersom man i ekv (I:4) och (I:10) har sambandet $P = c \cdot h^2$, där $c = \sigma \cdot f$, kan man från indexvärdena, c ($= P/h^2$), beräkna resp. σ-värden, om man känner värdena på faktorn f.

Wyman har givit f-värden för statisk last och helt istäcke, under antagande bl.a. att isen är elastisk, se avsnitt I.A. $f_W(\tau)$ ges i fig I:3; $\tau = r/L$. Funktionen utnyttjas här för ett fordon i rörelse. Isen uppträder då elastiskt, och vid beräkning av L och τ väljes ett högt E-modulvärde. Wymans värden avser de maximala kantböjspänningar, som uppträder i en punkt mitt under lasten. Beräknade σ_b-värden se tab VI:8. Genom att fordonen, utom i ett fall, kördes med beräknad resonanshastighet, är de verkliga maximivärdena något högre än de här beräknade, se avsnitt IV.

Vid pålastningarna till brott nås ett läge, där isen är radiellt uppsprucken. Också för detta fall finns f-värden härledda, se avsnitt I.B. Nevel utgår från fria is-sektorer och uttalar att han därvid får för låga värden. Persson tar hänsyn till samverkan mellan olika sektorer och ger högre värden än Nevel. Perssons formel (I:10) antas väl beskriva de samband som råder vid det slutstadium, som leder till att brott inträffar i ringar just innan lasten sjunker. $f_P(\tau)$ ges i fig I:7.

Pålastningen fram till brott tar viss tid, varunder isen förändras genom krypning. Vid beräkningar införes då i st.f. elasticitetsmodulen en deformations- eller sekant-modul. Dess värde avtar under krypningen, vilket betyder att L-värdet (se fig I:2) sjunker, medan däremot τ ($= r/L$) och $f_P(\tau)$ växer. Beräknade σ_B-värden se tab VI:8.

Innan genombrott sker, når kantböjspänningarna höga värden inom ett brett område runt en last, vid mätningarna ungefär mellan radierna 4 och 10 m,

dvs. inom en yta >200 m^2; se fig I:6. Eftersom ismaterialet inte är enhetligt, spricker isen först inom sektorer, där låga σ_B-värden uppträder till följd av defekter i isen. Ibland bildas därför först sprickor, som endast utgör delar av ringar, innan sprickbildningen når partier med starkare is. Här framräknade σ_B-värden torde representera genomsnittliga hållfasthetsvärden för stora isvolymer kring brottlasterna.

Tab VI:8

	1959 Febr 18	19	20	1959 Mars 18	18	19	20	1961 Febr 19	19	20
c_{Tr} kg/cm^2	1,4	1,5	1,5	4,0	5,1	4,2	5,6			
L m (E=5500)	8,5	8,3	8,5	8,1	7,7	8,1	7,6			
τ = r/L	0,18	0,19	0,10	0,27	0,29	0,27	0,23			
f_W (τ)	6,4	6,6	5,2	8,0	8,2	8,0	7,2			
σ_b MPa	0,22	0,23	0,29	0,50	0,62	0,53	0,77			
c_B kg/cm^2	11,5	11,3	13,0	17,6	13,4	15,0	20,4	16,5	16,1	17,2
L m (E=2000)	6,6	6,4	6,6	6,3	5,7	6,2	5,9	6,7	6,7	6,6
τ = 1,7/L	0,26	0,27	0,26	0,27	0,30	0,27	0,29	0,25	0,25	0,26
f_P (τ)	20,4	20,6	20,4	20,6	21,1	20,6	21,0	20,2	20,2	20,4
σ_B MPa	0,56	0,55	0,64	0,85	0,64	0,73	0,97	0,82	0,80	0,84
Medeltal σ_B:		0,58			0,80				0,82	
Istemp:	±0 °C									

Från Wymans formel beräknade kantböjspänningar i isen mitt under fordonen, σ_b, låg i febr 1959 långt under isens hållfasthetsvärden, σ_B. Under mars 1959 däremot låg de så pass nära att viss sprickbildning mycket väl skulle kunnat inträffa på istäckets undersida, särskilt som fordonen körde med resonanshastighet, se avsnitt IV.

En jämförelse mellan medeltal för olika böjhållfasthetsvärden, σ_B, erhållna dels vid mätningarna på tungor och balkar, dels vid genomlastningar av istäcke, (tab VI:5 och VI:8), ger följande:

Tab VI:9

	σ_B MPa, medelvärden			
	1959 Febr	1959 Mars	1961 Febr	Totalt
Tungor/balkar	>0,61	0,69	>0,76	>0,69
Genomlastn.	0,58	0,80	0,82	0,74

VII. GENOMKÖRNINGSOLYCKOR PÅ IS

Rapporter om genomkörningsolyckor på is i svenska sjöar har samlats vid SMHI. Orsakerna till genomkörningarna har bedömts och sammanställts i 'Om genomkörningsolyckor på is', S Fremling, SMHI, 1963. Nedanstående tabell belyser orsakerna.

Tab VII:1

Bedömda orsaker till isgenomkörningar

(Reasons likely for break-through accidents)

a)	Strandsprickor, 'hängis' och dysträndер (Shore cracks, ice hanging over boulders, mud-shore)		24 %
	1. Strandspricka, strandstenar ('hängis') (Shore cracks, boulder near the shore)	39	
	2. Is på dybotten (Ice on muddy bottom)	6	
	3. Is på grund (Ice on shallow)	2	
		47 st	
b)	Issprickor ute i istäcket (Ice cracks out of the shore)		22 %
	1. Temperatursprickor (Thermal cracks)	30	
	2. Fordonssprickor (resonanshastighet, samkörning av fordon) (Resonance speed, vehicles side by side)	14	
		44 st	
c)	Nedsatt iskvalitet (Decreased ice quality)		29 %
	1. Våris (Spring ice)	17	
	2. Lucker is (Rotten ice)	8	
	3. Mellanvatten (Intermediate water)	33	
		58 st	

d)	Isförsvagning (Weak ice)		15 %
	1. Strömdrag (Current)	19	
	2. Bäck (vid strand) (Brook /at the shore/)	4	
	3. Källa (Underwater spring)	4	
	4. Myrvatten (Water from bogs)	2	
		29 st	
e)	Snöanhopningar (Accumulation of snow)		7 %
	1. Plogvallar (Plough-ridges of snow)	6	
	2. Drivor (Snow dunes)	4	
	3. Snötipp vid strand (Snow-dump at the shore)	1	
	4. Stöpvattenhål (vindvak, gälhål) (Whirl ice-hole)	3	
		14 st	
f)	Öppningar i isen (Openings in the ice)		3 %
	Isen uppsågad i rännor m.m. (Channel, sawed up in the ice cover)	6 st	

Totalt 198 st observationer (100 %)

Kommentar: I regel räknar man med stora säkerhetsmarginaler vid färd på is (i regel $P \leq 5 \cdot h^2$, P i kg och h i cm). När isgenombrott ändå inträffar, har den trafikerande råkat komma på en plats med grovt defekta isförhållanden, hängis, mellanvatten, våris, strömdrag, plogvallar, grund o.dyl. Vad gäller den vanliga istrafiken, är det de grova isdefekterna eller misstagen det främst gäller att undvika.

Vid studiet av tabellen lägger man märke till det stora antal genomkörningar, som har samband med 'strandsprickor, hängis och dyströnder', 24 %. Förmodligen är frekvensen genombrott invid strönderna procentuellt mycket större. Eftersom ingen skyldighet finns att rapportera genomkörningar, bortfaller särskilt sådana genombrott som sker invid grunda strönder; skadorna blir där ringa och fordonen snabbt bärgade.

'Nedsatt iskvalitet' bildar en stor grupp, 29 %. Vårisarnas kvalitet är alltid svår att bedöma; isen kan ha god bärighet om morgonen men mycket ringa senare under en solig dag. Den stora och mera omfattande trafiken på isarna försiggår emellertid inte på våren utan under högvintern, då virke fraktas. Då är det särskilt 'mellanvatten' (stöpvatten + sörja) mellan stöpis och kärnis, som utgör en risk. Stöpisen tillväxer från ytan, ibland mycket långsamt, varvid mellanvattnet kvarstår långa tider. På en del fläckar kan mellanvattnet få större djup och kvarstå längre än i övrigt. Dessa fläckar är svåra att upptäcka och orsakar många av genomkörningarna. Schematiskt kan den last som två åtskilda islager, h_1 och h_2 cm, kan bära, bedömas som summan $(P_1 + P_2)$ kg, där $P_1 = c \cdot h_1^2$ och $P_2 = c \cdot h_2^2$, medan bärigheten efter sammanfrysning blir $P_3 = c \cdot (h_1 + h_2)^2$. Om t.ex. $h_1 = h_2$, är $(P_1 + P_2)$ endast hälften av P_3, dvs. bärigheten nedsatt till 50 %. Om det övre lagret är sprucket, blir bärigheten endast 25 % av P_3.

Under 'Isprickor ute i istäcket' har samlats uppgifter om genomkörningar som haft samband dels med temperatursprickor i isen, dels också med sprickor som

orsakats av trafiken; kanske beroende på att fordon körts med för tunga lass eller på att de körts med resonanshastighet eller också på att flera fordon kört tätt ihop eller sida vid sida.

När isarna ligger snöfria och stark kyla inträffar, spricker de. Därvid bildade temperatursprickor kan bli genomgående och öppna. Dessa nedsätter just då bärigheten starkt. De tillfryser dock snabbt.

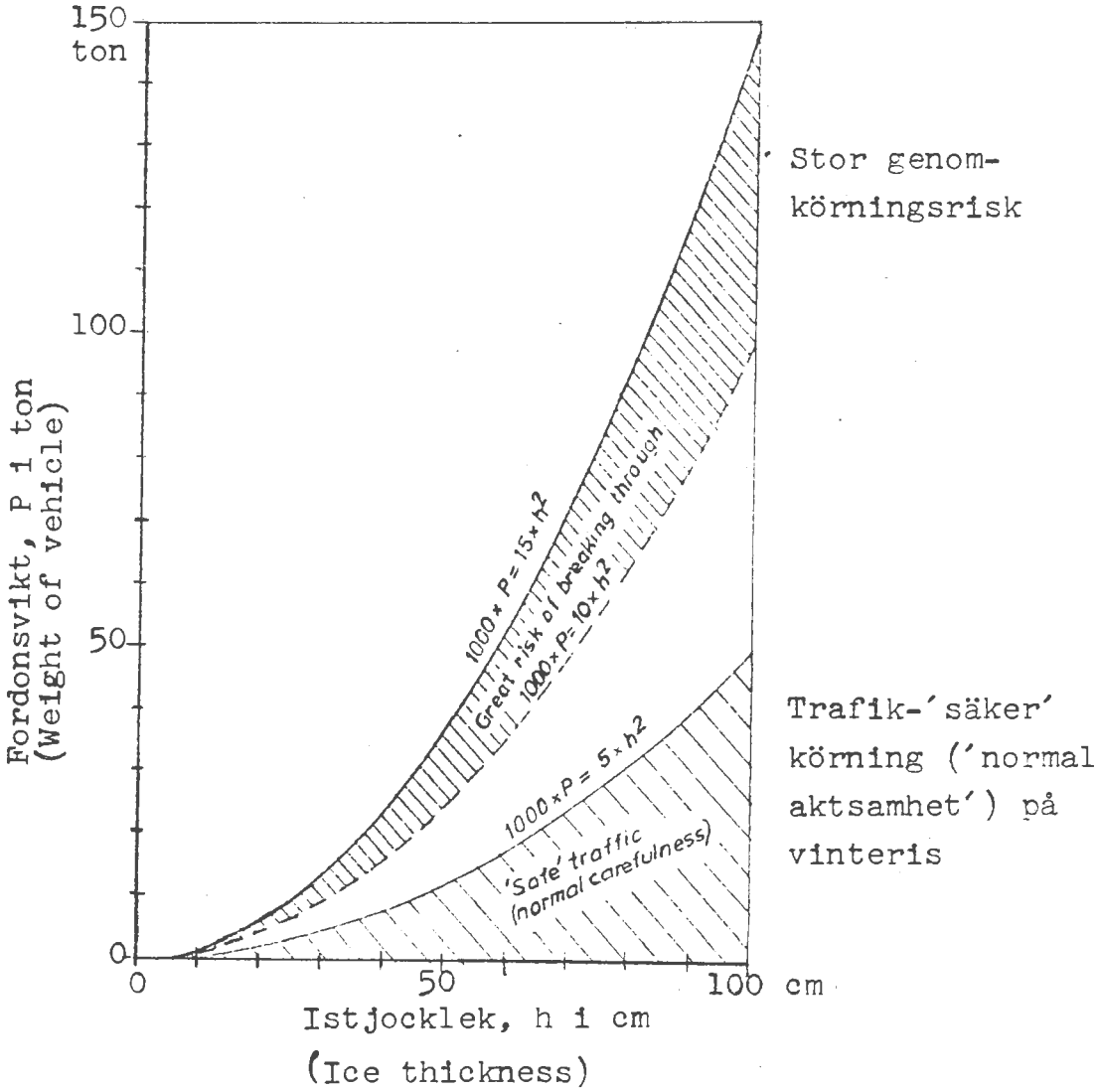
Om efter en längre period av stark kyla följer blidväder, utvidgar sig ett snöfritt istäcke. Därvid kan isen pressas sönder och få sprickor och vråkar, som står kvar lång tid.

Bärigheten invid breda, öppna sprickor är starkt nedsatt. Sålunda bedömes bärigheten vara nedsatt till något mindre än hälften för en last placerad nära kanten av en öppen spricka (enligt kanadensiska undersökningar, 'The Bearing Strength of Ice', L W Gold m.fl. Ottawa, 1958).

Genomkörningar föregås ofta av 'lyckad' körning över någon sträcka. Värden på olika laster och istjocklekar vid genombrott resp. 'lyckad' körning kan bockas av i diagram. Ur diagrammet kan man få fram en schematisk bild av sambandet $P_B = c \cdot h^2$ (P_B brottlast, h istjocklek) och olika risker för genombrott. En sådan schematisk bild över genomkörningsriskerna vid fordonstrafik ges i fig VII:1.

Fig VII:1

ÖVERSIKT ÖVER GENOMKÖRNINGS-RISKERNA VID FORDONSTRAFIK
(AN OUTLINE OF THE RISKS OF BREAKING-THROUGH FOR VEHICULAR TRAFFIC)



VIII. ALLMÄNT OM GRUNDERNA FÖR BESTÄMNING AV ISARS BÄRIGHET VID TRAFIK

VIII.A. Kalkyler

VIII.A.1 Formler

För att kunna bedöma ett istäckes bärighet för tyngre fordon behöver man ta till hjälp hållfasthetstekniska formler. Man kan därvid nyttja 'Wyman-Westergaards formel', se avsnitt I.A., ekv (I:5), enligt följande:

$$\left.\begin{aligned} P_U &= c_U \cdot h^2 \\ c_U &= \sigma_B \cdot f_W(\tau) \\ \tau &= r/L \end{aligned}\right\}$$

P_U = den minsta fordonsvikt som ger undersidesprickor
h = istjocklek
σ_B = isens böjhållfasthet

r = radien i en cirkel som just omsluter fordonets alla hjul, om vikten är jämnt fördelad; eljest radien i en cirkel kring de tyngst belastade hjulen.

Numeriska värden på L ges i fig I:2 och på $f_W(\tau)$ i fig I:3 eller beräknas ur $f_W(\tau) \approx 16(\tau + 0{,}22)$. Några σ_B-värden finns upptagna i tab VI:8 och 9, avseende vintervärden vid istemperaturen ± 0 °C.

Vid härledning av sambandet har man bl.a. utgått från att istäcket är utan sprickor och att lasten är jämnt fördelad; man har sökt den lägsta vikt, P_U, vid vilken böjspänningen når upp till brottspänningen, vilket inträffar i en punkt mitt under lasten. Vid högre vikter än P_U får man sprickor som strålar ut radiellt från lasten på istäckets undersida.

Vid vikter som är mycket större än P_U uppträder ringsprickor runt fordonet, innan detta går genom isen.

Under avsnitt I.B behandlas detta fall för en stillastående last och ges följande samband (I:10) för genombrottsvikten ('Perssons formel'):

$$\left.\begin{aligned} P_B &= c_B \cdot h^2 \\ c_B &= \sigma_B \cdot f_P(\tau) \end{aligned}\right\}$$

P_B = genombrottslasten

Beteckningarna i övrigt se ovan

$f_P(\tau)$ erhålles ur fig 1:7

Eftersom uttrycken (I:5) och (I:10) har samma form och σ_B-värdet är detsamma i båda, kan förhållandet mellan P_B- och P_U-värdena studeras genom jämförelse av $f_P(\tau)$ och $f_W(\tau)$:

Tab VIII:1

	$\tau = r/L$					
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$P_B/P_U \left[= f_P(\tau)/f_W(\tau)\right]$	3,2	2,8	2,5	2,3	2,2	2,1

Som framgår, överstiger P_B-värdena P_U-värdena med en faktor större än 2; för vanliga τ-värden (0,2 - 0,4) vid fordonstrafik med en faktor omkring $2\frac{1}{2}$.

Om man sålunda väljer att beräkna högsta tillåtna fordonsvikt P_{Till}, enligt (I:5), dvs. sätter $P_{Till} = P_U$, har man i beräkningarna lagt in en 'säkerhetsfaktor', som i förhållande till genombrottslasten överstiger 2.

Exempel på beräkning enl. samband (I:5), 'Wyman-Westergaards formel'

Här väljes: E = 6 000 MPa; h = 40 cm, och σ_B = 0,75 MPa.

$P_U = c_U \cdot h^2$; $c_U = \sigma_B \cdot f_W(\tau)$; $f_W(\tau) \approx 16(\tau + 0{,}22)$
$\tau = r/L$; L-värdet tas från fig I:2; σ_B-värdet från tab I:10 (vintervärde vid istemp. ± 0 °C).

Tab VIII:2

	r m	L m	$\tau = r/L$	$f_W(\tau)$	c_U kg/cm²	P_U kg
Lastbil } mindre	1,5	8,0	0,19	6,6	5,0	8000
" } mindre	2,2	"	0,28	8,1	6,1	9800
" ,större	3,0	"	0,38	9,7	7,3	11600
Bandtraktor	0,9	"	0,11	5,4	4,0	6400

VIII.A.2 'Fel'- kalkyl

De värden som insättes i en formel är alltid mer eller mindre obestämda till sitt värde. Obestämdheten ('felet') i σ_B, E och h överföres vid beräkningarna till P_U, vilket kan belysas genom en fel-kalkyl.

$$\text{(I:5)} \quad \begin{cases} P_U = c_U \cdot h^2; & c_U = \sigma_B \cdot f_W(\tau) \\ \tau = r/L; & L^4 = k \cdot E \cdot h^3 \end{cases}$$

Inom τ-intervallen 0,1 - 0,6 utgör $f_W(\tau)$ ungefär en rät linje, se fig I:3. Här sättes $f_W(\tau) = 16(\tau + 0{,}22)$.

Efter logaritmering och differentiering fås:

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta P}{P} = \dfrac{\Delta \sigma}{\sigma} + \dfrac{\Delta \tau}{\tau + 0{,}22} + 2\,\dfrac{\Delta h}{h} \\ \dfrac{\Delta \tau}{\tau} = -\,\dfrac{\Delta L}{L}\ ; \quad 4\,\dfrac{\Delta L}{L} = \dfrac{\Delta E}{E} + 3\,\dfrac{\Delta h}{h} \\ \dfrac{\Delta \tau}{\tau} = -\left(\dfrac{1}{4}\,\dfrac{\Delta E}{E} + \dfrac{3}{4}\,\dfrac{\Delta h}{h} \right) \end{cases}$$

(VIII:1) $$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta \sigma}{\sigma} - \frac{1}{4} \cdot \frac{\tau}{\tau + 0{,}22} \cdot \frac{\Delta E}{E} + \left(2 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\tau}{\tau + 0{,}22} \right) \cdot \frac{\Delta h}{h}$$

Tab VIII:3

τ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$-\frac{1}{4} \cdot \frac{\tau}{\tau+0{,}22}$	-0,08	-0,12	-0,14	-0,16	-0,17	-0,18
$\left(2 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\tau}{\tau+0{,}22}\right)$	1,77	1,65	1,57	1,52	1,48	1,45

Som framgår av ekv (VIII:1) skall relativa felet $\Delta\sigma/\sigma$ tas med faktorn 1,0, medan enligt tabellen faktorn för $\Delta E/E$ ligger mellan -0,08 och -0,18 och för $\Delta h/h$ mellan 1,45 och 1,77. Ett för högt σ-värde, hållfastheten överskattad, ger ett för högt P-värde, vilket också ett för högt h-värde ger. I båda dessa fall anges de relativa felen med plus-tecken. Däremot ger ett för högt E-värde ett för lågt P-värde, varför felet anges med minus-tecken. Man kommer sålunda på 'säkra' sidan, om man vid beräkning av P väljer σ- och h-värdena låga och E-värdet högt.

VIII.A.3 Obestämdheten i böjhållfastheten , σ_B

Ett relativt fel i σ ger samma relativa fel i P, vilket anges av faktorn 1,00 framför $\Delta\sigma/\sigma$ i ekv (VIII:1). Som framgår av uppgifterna under avsnitt VI är σ_B-värdena svårbestämda och variabla.

σ_B-värdena beror bl.a. av isens temperatur. De är lägst vid ± 0 °C och växer med fallande istemperatur. Vidare beror värdena av isens struktur, och de nedsättes, om det finns inneslutet luftblåsor, föroreningar, sjö-'salter' m.m. i isen. Vid mätningar på tungor och balkar har sålunda lokalt erhållits mycket låga värden. Enstaka svaga punkter i isen torde dock ej förorsaka genombrott, eftersom ett sådant berör ett stort område kring en last.

σ_B-värdena i ett istäcke sjunker, när isen ligger länge vid 0 °C, t.ex. i samband med långvariga blidväder eller när isen täckes av stöpvatten. Särskilt på våren, när snön smält, sjunker σ_B-värdena på ett fåtal timmar, om isen nås av stark solstrålning. Värdena kommer då att variera under dygnet; blir låga mitt på dagen och under eftermiddagen, men återtar sina värden helt eller delvis vid nattfrost.

Svårigheten att välja 'rätta' σ_B-värden vid olika tidpunkter och för olika platser är uppenbar. I tab VI:8 och VI:9 ges några uppmätta värden från febr och mars för två vintrar. Dessa värden avser noll-gradig is och torde sålunda vara låga vintervärden.

Fortlöpande mätningar av böjhållfastheten, σ_B, från höst till vår under serier av vintrar saknas. Med ledning av sådana mätningar jämte mätningar av istemperaturen skulle säkrare skattningar av σ_B-värdena kunna göras vid olika tillfällen.

VIII.A.4 Obestämdheten i elasticitets-modulen, E

Som framgår av ekv (VIII:1) och tab VIII:3 överförs ett relativt fel i E-värdet till P-värdet med en så låg faktor som 0,08 (τ = 0,1) å 0,18 (τ = 0,6). Det betyder att felet i E kan bli ganska stort utan att detta ger större utslag i det beräknade P-värdet. Fordon i rörelse får isen att reagera elastiskt, varför ´momentana´ E-värden skall väljas.

Om man vid en beräkning, som i exemplet, se tab VIII:2, väljer E = 6 000 MPa, men det rätta värdet är 4 500 MPa, blir felet ca 30 % i E, men endast 3-6 % åt negativa hållet i P. P-värdet blir då lite för lågt.

I tab VI:6 ges några E-värden från mätningar i febr 1961. Fortlöpande mätningar, som kan ge besked om E-värdenas variation under olika vintrar saknas.

VIII.A.5 Obestämdheten i istjockleken, h

Som framgår av ekv (VIII:1) och tab VIII:3 överförs ett relativt fel i h-värdet till P-värdet med en hög faktor; 1,8 vid $\tau = 0,1$; 1,65 vid $\tau = 0,20$ och 1,5 vid $\tau = 0,5$. P-värdet är sålunda starkt beroende av h-värdet.

Om man exempelvis överskattar istjockleken med 5 cm, när man sätter h = 40 cm, blir relativa felet i h: $\Delta h/h = 12,5$ %, och i P, om man har $\tau = 0,2$, $\Delta P/P = 20$ %. Ett fel på 5 cm vid 20 cm is ger $\Delta h/h = 25$ % och $\Delta P/P = 40$ %, medan 5 cm vid 16 cm is ger $\Delta h/h = 33$ % och $\Delta P/P = 50$ %. Eftersom en minskning av P med 50 % betyder detsamma som ett bortfall av ´säkerhetsfaktorn´ 2, kan uppenbarligen felet på 5 cm vid 16 cm istjocklek vara ödesdigert och leda till genombrott.

Samma bortfall erhålles ($\tau = 0,2$) vid ett fel på 4 cm vid 13 cm is; 3 cm vid 10 cm is; 2 cm vid 7 cm is och 1 cm vid 3 cm is.

Ju tunnare istäcket är, desto viktigare är det att noga undersöka tjockleken och att inte överskatta den.

VIII.B. Valet av högsta tillåtna fordonsvikt

Vid valet av högsta tillåtna fordonsvikt, P_{Till}, har man att ta hänsyn till många faktorer. Man vill färdas 'riskfritt' och tvingas då att välja ett lågt P_{Till}-värde, dvs. nyttja en hög 'säkerhetsfaktor' i förhållande till en skattad genombrottslast. Man har att ta hänsyn till isens hållfasthet, tjocklek och skiktning; till naturlig sprickbildning i isen vid förändringar i vädret; till möjligheterna att övervaka isförhållandena; men också till tyngdfördelningen på fordonens olika hjulpar eller band, vilket avgör valet av τ-värde (τ = r/L, rel. bel.-radien); till möjligheterna att införa fartbegränsning för tunga fordon och att övervaka trafiken m.m.

Väljer man att sätta $P_{Till} = P_U$, där P_U-värdena beräknas med ledning av 'Wyman-Westergaards formel', ekv (I:5), har man i sin beräkning lagt in en säkerhetsfaktor större än två i förhållande till en brottlast, som skattats enligt 'Perssons formel', ekv (I:10). P_{Till}-värdena beror då enligt formeln inte bara av istjockleken, h, utan också av isens hållfasthet, σ_B, och fordonets belastningsradie, r. Hållfastheten, σ_B, antar höga värden vid permanent kyla och negativa istemperaturer, men dessa faller vid långa blidväder och blir låga efter stark solinverkan. Om fordonsvikterna hållas lägre än P_U , skall enligt beräkningarna inga undersidesprickor bildas. Vid livlig trafik slår då ett fordon inte upp sprickor för ett efterföljande. Den stora svårigheten vid ovannämnda val är att finna de 'rätta' σ_B-värdena.

I många fall vill man utnyttja möjligheterna till transporter över isarna så ekonomiskt som möjligt, dvs. man vill gå upp till högsta möjliga laster utan att dock riskera genombrott i isen. Man väljer då en lägre säkerhetsfaktor än enligt ovan. De tyngsta fordonen kommer i sådant fall att ge underside-sprickor, och sprickbildningen kan undan för undan komma att öka. Till sist kan man nå det läget att sprickorna blir genomgående och att risken för genombrott blir stor. Vid sådan uppläggning av trafiken måste man ha tillgång till vana isobservatörer, som kan avbryta trafiken i god tid och anvisa annan väg, medan den första lämnas till läkning. När sprickor bildas under ett tungt fordon, öppnar de sig nedåt men sluter sig omedelbart efter det fordonet passerat. När isen håller minus-temperatur, kan dessa våta, tunna sprickor frysa snabbt.

I en artikel av M Korunov 'Om isbärigheten vid timmertransporter', Moskva 1956 (översatt vid SMHI) föreslås följande formel för beräkning av bärigheten:

$P_{Till} = \frac{10}{n} \cdot h^2$, förutsatt att lufttemperaturen är -7 à -10 °C eller lägre

P_{Till} = högsta tillåtna fordonsvikt (kg)

h = istjocklek (cm)

n = en faktor för isens kvalitet, enl. tabell

Tab VIII:4

n	σ_B MPa	Slag av sötvattenis
0,6	3,8	Kristallklar is; utan andra inneslutningar än enstaka små blåsor
1,0	2,5	Klar is; skiktad genom successiv tillfrysning
1,4	1,7	Genomskinlig is med luftblåsor; smala vertikala pipor av ringa längd
2,0	1,2	Genomskinlig is med genomgående vertikala pipor

Tabellvärdena anknyter Korunov till provresultat från 'Iskommissionen vid Sovjetunionens Vetenskapsakademi'. I artikeln anges inte närmare, vilka prov som givit de höga σ_B- värdena. Här antas att det är 'små prov', se avsnitt VI.

I Korunovs formel beror P_{Till} av isens hållfasthet och av väderleken men däremot inte av fordonens belastningsradier.

För jämförelse med Wyman/Westergaards formel sätts $P_{Till} = P_U$, varvid fås $10/n = \sigma_B^* \cdot f_W(\tau)$. I tabellen nedan framgår, hur höga isens σ_B^*-värden skulle behöva vara, för att likheten skall gälla. Om de blir orealistiskt höga, framgår då att $10/n > \sigma_B \cdot f_W(\tau)$ och att Korunovs $P_{Till} > P_U$.

Tab VIII:5

		σ_B^* MPa för att $P_{Till} = P_U$		
n	10/n	$\tau = 0,2$	$\tau = 0,3$	$\tau = 0,4$
0,6	16,7	2,5	2,0	1,7
1,0	10,0	1,5	1,2	1,0
1,4	7,1	1,1	0,85	0,70
2,0	5,0	0,75	0,60	0,50

Under antagande av 'små prov' enligt Butiagin, se avsnitt VI, reduceras mätvärdena i tab VIII:4 enligt följande (reduktionsfaktor 0,47 vid 30 cm is; 0,40 vid 40 cm och 0,34 vid 50 cm):

Tab VIII:6

n	σ_B-värden i MPa			
	"Små prov" (8x8)cm^2	Reduktion till istäcke		
		(30 cm / 0,47)	(40 cm / 0,40)	(50 cm / 0,34)
0,6	3,8	1,7	1,5	1,3
1,0	2,5	1,2	1,0	0,85
1,4	1,7	0,80	0,70	0,60
2,0	1,2	0,55	0,50	0,40

Vid mätningar på Storsjön 1959 och 1961 erhölls σ_B-medelvärden för nollgradigt istäcke mellan 0,60 och 0,80 MPa, se tab VI:8 och 9.

Jämföres värdena i tab VIII:5 med de reducerade i tab VIII:6 och med Storsjö-värdena, framgår det att den satta likheten $P_{Till} = P_U$ endast kan gälla vid väl utbredda laster, $\tau = 0,3$ à 0,4, men eljest inte, såsom för $\tau = 0,2$ eller vid större istjocklekar. Ofta gäller tydligen att Korunovs $P_{Till} > P_U$, vilket innebär att Korunovs formel tillåter att undersidesprickor bildas. Därför är det en väsentlig förutsättning för att formeln ska få nyttjas, såsom Korunov angivit, att det råder permanent sträng kyla. Istäcket har då minus-temperatur, varvid undersidesprickorna snabbt kan läkas.

VIII.C. Behovet av isobservationer och vakthållning vid isväg

Hur man än gör valet av tillåten fordonsvikt, måste man ändå alltid till att börja med göra en rekognoscering av den sträcka över en sjö, som man avser att trafikera. Isen kan t.ex. vid tidigare snabb temperaturstigning efter stark kyla ha vräkts sönder, så att det i vägsträckningen finns öppna sprickor, lösa flak eller upp- eller nedvråkar. Man måste m.a.o. konstatera att isen är farbar, innan man trafikerar den. Mätningar måste också göras över istäckets tjocklek och skiktning (stöpis, kärnis, 'mellanvatten') i många punkter. Den som har mångårig kännedom om ett sjöområde har lättare att bedöma isförhållandena; han vet var strömdrag och sprickbildningar brukar uppträda, var snön brukar lägga sig djupast och sålunda var den svagaste isen är att finna.

Eftersom väderleksomslag kan ge svår sprickbildning, och också 'olaga' trafik med fordon, som väger långt över den högsta tillåtna vikten, kan förstöra isen för efterföljande fordon, fordras fortlöpande övervakning, om 'säker' trafik ska kunna upprätthållas.

VIII.D. Uppgifter om anvisningar för trafik på is

Anvisningar för trafik på is har utfärdats bl.a. av:

Statens vägverk gällande vinterväg ersättande färjled;

Domänverket gällande virkestransport och avlägg på is;

Arbetarskyddsstyrelsen, Anvisn.nr 32. Bärighet på is.

Anvisningar beträffande den praktiska användningen av isar vid skogsdrift finns i 'Preparering av virkesavlägg på is', B Ager, Skogshögskolan, 1963.

REFERENSER

AGER, B H:son, 1963: Preparering av virkesavlägg på is. - Studia Forestalia Suecica No 1 - Skogshögskolan, Stockholm

ASSUR, A, 1961: Traffic over frozen or crusted surfaces – Proc.1:st Int.Conf.Mech.Soil-Vehicle Syst. - Torino pp 913 - 923

BUTIAGIN, I P, 1966: Hållfasthet hos is och istäcke - Sibiriska Forskn:s inst. f. energetik, Novosibirsk. - Översättn. vid Hydr. byrån, SMHI

FALKENMARK, M, 1963: Om isbärighet; resultat av belastningsförsök på is, utförda av Samarbetsgruppen för isbärighetsförsök, 1959 - 61. Hydr. byrån, SMHI.

FREMLING, S, 1963: Om genomkörningsolyckor på is, Hydr.byrån, SMHI

GOLD, L W, 1971: Use of ice covers for transportation - Canadian Geotechnical Journal, 8, 1971

KORUNOV, M M, 1956: Om isbärigheten vid timmertransporter – Översättn. ur tidskriften Skogsindustri nr 11, utg. av ministeriet f. Sovjetunionens skogsindustri - Hydr. byrån, SMHI.

LÖFQUIST, Bertil. 1944: Lyftkraft och bärförmåga hos ett istäcke - Teknisk Tidskrift, Juni 1944

NEVEL, Donald E, 1961: The narrow free infinite wedge on an elastic foundation - U.S. Army, CRREL, Research Report, July 1961

NEVEL D E and ASSUR A, 1968: Crowds on ice - U.S. Army, CRREL, Technical Report 204, Oct 1968

PERSSON, Bengt O E, 1948: Beständighet och bärighet hos ett istäcke - Sv. Vägföreningens tidskrift, nr 10, 1948

WESTERGAARD, H M, 1926: Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis - Publ. Roads,vol. 7 nr 3, 1926

WILSON, J T, 1955: Coupling between moving loads and flexural waves in floating ice sheets - U.S. Army, SIPRE, Report 34, 1955

WYMAN, Max, 1950: Deflections of an infinite plate - Canadian Journal of Research, Vol. 28, Sec. A

SYMPOSIUM, 1958: The bearing strength of ice - A symposium, Technical Memorandum No. 56. Transactions, Engin. Inst. of Canada, Vol. 2 No. 3, okt. 1958, Ottawa

TABELLER, 1959: Tables of Kelvin functions and their derivatives - U.S. Army, SIPRE, Technical Report 67, June 1959

Notiser och preliminära rapporter

Serie HYDROLOGI

Nr 1 Sundberg-Falkenmark, M: Om isbärighet. Stockholm 1963

2 Forsman, A: Snösmältning och avrinning. Stockholm 1963

3 Karström, U: Infrarödteknik i hydrologisk tillämpning: Värmebilder som hjälpmedel i recipientundersökningar. Stockholm 1966

4 Moberg, A: Svenska sjöars isläggnings- och islossningstidpunkter 1911/12-1960/61. Del 1. Redovisning och observationsmaterial. Stockholm 1967

5 Ehlin, U & Nyberg, L: Hydrografiska undersökningar i Nordmalingsfjärden. Stockholm 1968

6 Milanov, T: Avkylningsproblem i recipienter vid utsläpp av kylvatten. Stockholm 1969

7 Ehlin, U & Zachrisson, G: Spridningen i Vänerns nordvästra del av suspenderat materiel från skredet i Norsälven i april 1969. Stockholm 1969

8 Ehlert, K: Mälarens hydrologi och inverkan på denna av alternativa vattenavledningar från Mälaren. Stockholm 1970

9 Ehlin, U & Carlsson, B: Hydrologiska observationer i Vänern 1959-1968 jämte sammanfattande synpunkter. Stockholm 1970

10 Ehlin, U & Carlsson, B: Hydrologiska observationer i Vänern 17-21 mars 1969. Stockholm 1970

11 Milanov, T: Termisk spridning av kylvattenutsläpp från Karlshamnsverket. Stockholm 1971.

12 Persson, M: Hydrologiska undersökningar i Lappträskets representativa område. Rapport I. Stockholm 1971

13 Persson, M: Hydrologiska undersökningar i Lappträskets representativa område. Rapport II: Snömätningar med snörör och snökuddar. Stockholm 1971

14 Hedin, L: Hydrologiska undersökningar i Velens representativa område. Beskrivning av området, utförda mätningar samt preliminära resultat. Rapport I. Stockholm 1971

15 Forsman, A & Milanov, T: Hydrologiska undersökningar i Velens representativa område. Markvattenstudier i Velenområdet. Rapport II. Stockholm 1971

16 Hedin, L: Hydrologiska undersökningar i Kassjöåns representativa område. Nederbördens höjdberoende samt kortfattad beskrivning av området. Rapport I. Stockholm 1971

17 Bergström, S & Ehlert, K: Stochastic Streamflow Synthesis at the Velen representative Basin. Stockholm 1971

Nr 18 Bergström, S: Snösmältningen i Lappträskets representativa område som funktion av lufttemperaturen. Stockholm 1971

19 Holmström, H: Test of two automatic water quality monitors under field conditions. Stockholm 1972

20 Wennerberg, G: Yttertemperaturkartering med strålningstermometer från flygplan över Vänern under 1971. Stockholm 1971

21 Prych, A: A warm water effluent analyzed as a buoyant surface jet. Stockholm 1972

22 Bergström, S: Utveckling och tillämpning av en digital avrinningsmodell. Stockholm 1972

23 Melander, O: Beskrivning till jordartskarta över Lappträskets representativa område. Stockholm 1972

24 Persson, M: Hydrologiska undersökningar i Lappträskets representativa område. Rapport III: Avdunstning och vattenomsättning. Stockholm 1972

25 Häggström, M: Hydrologiska undersökningar i Velens representativa område. Rapport III: Undersökning av torrperioderna under IHD-åren fram t o m 1971. Stockholm 1972

26 Bergström, S: The application of a simple rainfall-runoff model to a catchment with incomplete data coverage. Stockholm 1972

27 Wändahl, T & Bergstrand, E: Oceanografiska förhållanden i svenska kustvatten. Stockholm 1973

28 Ehlin, U: Kylvattenutsläpp i sjöar och hav. Stockholm 1973

29 Andersson, U-M & Waldenström, A: Mark- och grundvattenstudier i Kassjöåns representativa område. Stockholm 1973

30 Milanov, T: Hydrologiska undersökningar i Kassjöåns representativa område. Markvattenstudier i Kassjöåns område. Rapport II. Stockholm 1973

SMHI Rapporter

HYDROLOGI OCH OCEANOGRAFI

Nr RHO 1 Weil, J G
Verification of heated water jet numerical model
Stockholm 1974

Nr RHO 2 Svensson, J
Calculation of poison concentrations from a hypothetical accident off the Swedish coast
Stockholm 1974

Nr RHO 3 Vasseur, B
Temperaturförhållanden i svenska kustvatten
Stockholm 1975

Nr RHO 4 Svensson, J
Beräkning av effektiv vattentransport genom Sunninge sund till Byfjorden
Stockholm 1975

Nr RHO 5 Bergström, S & Jönsson, S
The application of the HBV runoff model to the Filefjell research basin
Norrköping 1976

Nr RHO 6 Wilmot, W
A numerical model of the effects of reactor cooling water on fjord circulation
Norrköping 1976

Nr RHO 7 Bergström, S
Development and Appl. of a Conceptual Runoff Model
Norrköping 1976

Nr RHO 8 Svennson, J
Seminars at SMHI 1976-03-29--04-01 on Numerical Models of the Spreading of Cooling-water
Norrköping 1976

Nr RHO 9 Simons, J & Funkquist, L & Svensson, J
Application of a numerical model to Lake Vänern
Norrköping 1977

Nr RHO 10 Svensson, S
A statistical study for automatic calibration of a conceptual runoff model
Norrköping 1977

Nr RHO 11 Bork, I
Model studies of dispersion of pollutants in Lake Vänern
Norrköping 1977

Nr RHO 12 Fremling, S
Sjöars beroende av väder och vind, snö och vatten
Norrköping 1977

Nr RHO 13 Fremling, S
Sjöisars bärighet vid trafik
Norrköping 1977