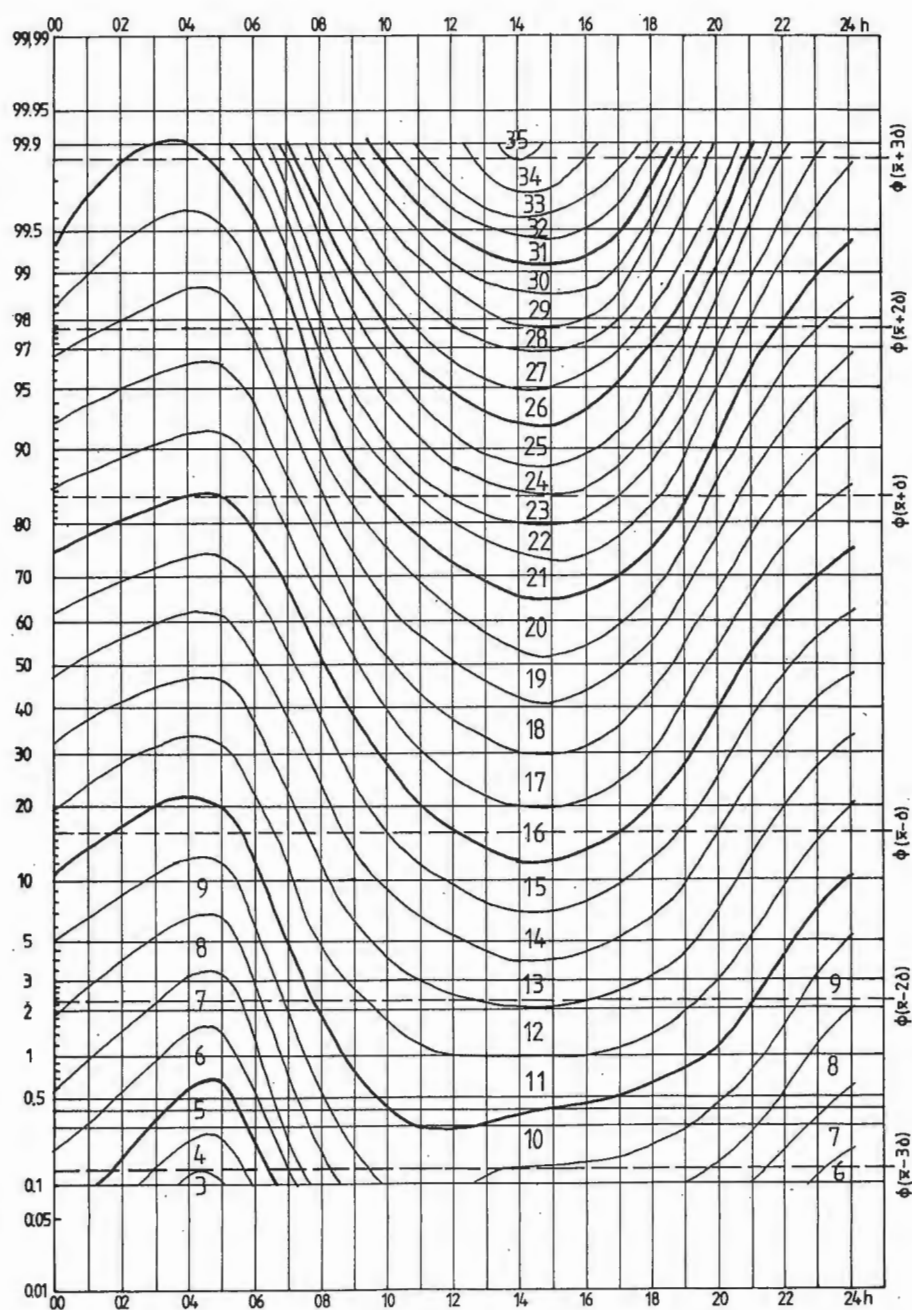




FREKVENSANALYS av timvisa TEMPERATUROBSERVATIONER

FREKVENSPANALYS
av timvisa
TEMPERATUROBSERVATIONER

Bertil Eriksson och Ernest Hovmöller

Innehållsförteckning	Sid
Förord	1
1. Syftet med undersökningen	2
2. Det bearbetade materialet	4
3. Fortsatt numerisk bearbetning av datortabellernas siffermaterial	9
4. Diagram över frekvensen av engradsintervall (typ A)	12
5. Diagram över kumulativa frekvenser (typ B)	14
6. Diagram över standardavvikelsen som funktion av ti- den på dygnet och året (typ C)	15
7. Diagram över temperaturens och standardavvikelsens samvariation (typ D)	16
8. Diagram över temperaturens dygnsvariation i rela- tion till den totala variationen $\bar{t}_x - \bar{t}_n$ (typ E)	18
Diagram för Östersund-Frösön	19
Typ A	20
Typ B	32
Typ C	44
Typ D	45
Typ E	46
Diagram för Stockholm-Bromma	47
Typ A	48
Typ B	60
Typ C	72
Typ D	73
Typ E	74
Diagram för Göteborg-Torslanda	75
Typ A	76
Typ B	88
Typ C	100
Typ D	101
Typ E	102
Diagram för Malmö-Bulltofta	103
Typ A	104
Typ B	116
Typ C	128
Typ D	129
Typ E	130

	Sid
Appendix	
1. Ett decimalproblem	131
2. Korrektion för krökningseffekten	133
3. Betydelsen av trend för beräkning av spridningsmått	134
4. Olika alternativ för beräkning av dygnsmedeltemperaturen	136
5. Om möjligheterna att tolka en empirisk fördelning som uppkommen genom addition av två normalfördelningar	137

FÖRORD

De timvisa väderobservationer som utförts och utförs vid militära och civila flygplatser utgör en synnerligen värdefull datakälla för klimatologiska bearbetningar och beskrivningar. Detta data-material ger goda möjligheter att studera den dagliga variationen av olika väderelement, t ex hur många timmar temperatur, vindhastighet, sikt, molnhöjd, fuktighet etc ligger över, under eller mellan godtyckliga gränser. Man kan beräkna hur stor del av möjlig tid nederbörd faller och mycket annat. Timobservationsmaterialet har därför kommit till stor användning för t ex dimensioneringsberäkningar inom VVS-området, för undersökningar av spridning av luftföroreningar och naturligtvis för flygoperativa beräkningar.

I den uppsats som härmed publiceras har temperaturobservationerna från fyra flygplatser bearbetats. Huvudvikten har lagts på studiet av den dagliga och årliga variationen av temperaturens sannolikhetsfördelningar. Resultaten presenteras i ett stort antal diagram på ett så vitt möjligt instruktivt sätt.

Lenny Johansson har utfört den nödvändiga datorprogrammeringen och datorbearbetningen som producerade de tabeller som ligger till grund för diagrammen. Ernest Hovmöller har svarat för den fortsatta bearbetningen av det statistiska materialet och analyserat diagrammen. Hovmöller och Bertil Eriksson har gemensamt skrivit texten. Anita Bergstrand har renritat samtliga figurer. Ingrid Landegren har utfört renskrivningen av texten. Av olika skäl har publiceringen av resultaten blivit starkt försenad.

1. SYFTET MED UNDERSÖKNINGEN

Vid beskrivning av en orsts temperaturklimat brukar man i första hand ange månads- och årsmedeltemperaturer. För att få en uppfattning om temperaturens variation under dygnet brukar även månadsmedelvärden av maximi- och minimitemperaturen beräknas. Som mått på variabiliteten i tiden, d v s variationerna kring medelvärdena, anges ofta högsta respektive lägsta observerade månads/årsmedelvärde eller absolut lägsta observerade minimitemperatur och högsta maximitemperatur. Frekvensfördelningar eller olika percentilvärden som ger sannolikheten för att exempelvis en viss månads medeltemperatur skall över- eller underskridas eller ligga inom ett visst intervall har publicerats. Även frekvensfördelningar av dygnsmedel-, maximi- och minimitemperaturer finns beräknade. För orter inom Sverige där temperaturobservationer utförts varje timme under dygnet har varaktighetsstatistik tagits fram vid SMHI. Även andra typer av information rörande lufttemperaturen finns att tillgå, t ex medeldatum då temperaturen överskrider (underskrider) gränserna 0°C ("vårens ankomst", "höstens slut") respektive 10°C ("sommarens ankomst", "höstens inträffande"). (Se Mk-rapport 1983:20). Även medeldatum då temperaturen över/understiger andra gränsvärden ("vegetationsperiodens början/slut") har publicerats. Se t ex rapporten RMK 12, 1978).

Tillgången på temperaturinformation i form av statistiska sammanställningar måste sägas vara god. Större delen av dessa sammanställningar föreligger dock endast i form av datortabeller som ej publicerats.

Syftet med denna rapport är att ge ytterligare detaljinformation om temperaturförhållandena vid fyra orter i Sverige, nämligen flygplatserna Malmö-Bulltofta, Göteborg-Torslanda, Stockholm-Bromma och Östersund-Frösön. Från dessa platser finns temperaturobservationer av hög kvalitet från i princip varje timme på dygnet under lång tid.

Undersökningen har inriktats på att studera de empiriska frekvensfördelningarna som erhållits för dygnets 24 timmar med särskild hänsyn till deras variation under dygnets och årets lopp. För varje ort har alltså 288 frekvensfördelningar beräknats. Vi har valt att presentera dessa i ett stort antal diagram. Vissa diagrampar ger i princip samma information, presenterad på olika sätt. Syftet med undersökningen har inte varit att försöka finna de analytiska funktioner som bäst beskriver de observerade fördelningarna. I appendix A5 diskuteras dock ett möjligt sätt att beskriva fördelningskurvornas geometriska egenskaper.

Jämförd med tidigare publicerade arbeten som belyser lufttemperaturens egenskaper enligt mätningar vid svenska meteorologiska stationer har denna undersökning haft en annan inriktning. Den har, som framhållits, fokuserats på klimatologiska sannolikheter. Dessutom har den velat belysa variationerna under dygnet t ex för att möjliggöra besvarandet av följande frågor: Hur stor är, vid olika tider på dygnet, sannolikheten för att en viss temperatur skall över- eller underskridas? Under vilka tider på dygnet en viss månad är sannolikheten mindre än ett visst belopp för att en viss temperatur skall över- eller underskridas?

Information av den typ som presenteras i denna rapport kan tillämpas inom flera områden, då det gäller planering eller dimensionering av anläggningar, där ytterluftens temperatur är en viktig faktor. Ett sådant är energiberäkningar i samband med uppvärmning av bostäder eller andra lokaler. Diagrammen kan ge svar på frågan hur stor del av dygnet som en anläggning av en viss kapacitet kan klara behoven. De i diagrammen angivna relativa talen kan lätt översättas till medelantal timmar per månad. På så sätt kan antalet gradtimmar beräknas från godtyckliga bastemperaturer, och värme- eller kylbehov kan beräknas.

2. DET BEARBETADE MATERIALET

Vid större civila och många militära flygplatser har under en lång följd av år temperaturen avlästs varje timme på dygnet. Från och med 1955 har dessa observationer överförts till datormedium. För den här presenterade bearbetningen har perioden 1955-75 använts. Det är dock blott för två stationers vidkommande - Göteborg-Torsland och Stockholm-Bromma - som alla 24 observationer har utförts under hela den angivna perioden. Även för dessa båda stationer föreligger enstaka luckor (se tabell 1a och 1b).

Vid Malmö-Bulltofta upphörde de timvisa väderobservationerna vid månadsskiftet november-december 1972 i samband med att flygvädertjänsten flyttades till Sturup. Här saknas alltså 37 av 252 månader (ca 15%).

Vid Östersund-Frösön har timobservationer utförts under samtliga månader, dock saknas under sju av de 21 åren alla observationer för följande observationsterminer: kl 02, 03, 05, 23 och 24 (svensk normaltid). Det innebär att de statistiska parametrar (medeltal, standardavvikelser, frekvenser m m) som kan räknas fram för de fem angivna klocksälgen inte är jämförbara med motsvarande parametrar för övriga klockslag. En tänkbar åtgärd vore i detta fall att begränsa undersökningen till de år då i princip samtliga timobservationer utförts. Detta skulle dock ha inneburit att samtliga frekvenstabeller skulle körts fram på nytt, och genom att begränsa undersökningsperioden till att omfatta endast 14 år skulle troligen en del värdefull information gå förlorad. Därför beslöts i stället att för Frösöns del utesluta de fem ofullständiga terminerna vid bearbetningen.

Vad stationerna Stockholm-Bromma och Göteborg-Torslanda beträffar, ligger det kanske närmast till hands att helt bortse från de få luckor som förekommer där; de utgör enligt tabell 1 totalt 0.34 respektive 0.09% av samtliga observationer. En överslagsräkning har också gett till resultat att den största tänkbara effekten, både på timvisa medelvärden och på standardavvikelser, av dessa luckor är försumbar eller näst intill. Dock bör det påpekas att så fort det saknas en eller flera observationer har man a priori ingen garanti för att de mest extrema värdena kommit med. Eftersom en tänkbar användning av materialet vore att få fram timvisa extremvärden (som ju kan vara av intresse exempelvis då det gällde dimensionering för uppvärmning eller luftkonditionering), är de luckor som förekommer trots allt inte i alla sammanhang helt betydelselösa.

Kuriöst nog förekommer, som framgår av tabell 1, förutom luckor även - i något enstaka fall - vad man skulle kunna kalla övertaliga observationer. Förklaringen kan vara att en viss observation av misstag stansats två gånger, eller att en observation försetts med felaktigt klockslag; i det senare fallet motsvaras en lucka i en kolumn alltså av ett fall för mycket i en annan kolumn. Om denna typ av fel torde man dock kunna säga att den helt saknar praktisk betydelse.

Med hjälp av databasen med timvisa väderobservationer erhöles vid en datorbearbetning för några år sedan ett antal frekvenstabeller, vars uppbyggnad framgår av exemplet i tabell 2.

TABELL 1a. Antal saknade observationer, Stockholm-Bromma 1955-75. * anger att det finns en observation för mycket! (Se texten.) Att en observation saknas kan bero på (1) att den inte utförts, (2) att den utförts men inte stansats, (3) att den utförts och stansats men på något stansfel hamnat i fel kolumn eller helt kommit bort "i hanteringen".

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Σ	(%)
Jan	3	4	9	5	5	5	1	4	4	4	3	3	0	4	2	1	2	2	0	2	2	0	4	3	72	0.46
Feb	*	1	0	0	0	0	0	2	1	1	1	2	0	4	2	1	1	0	0	1	0	0	1	0	17	0.12
Mar	1	6	6	6	7	9	0	5	5	6	8	6	0	2	8	5	5	5	0	5	5	4	6	8	118	0.76
Apr	*	11	12	10	10	9	0	10	5	6	7	6	0	6	7	7	7	8	0	2	3	6	5	5	141	0.93
Maj	1	3	5	2	1	1	0	6	6	3	4	4	0	2	3	3	2	3	1	1	0	4	0	0	55	0.35
Jun	0	3	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	3	0	0	0	0	0	0	2	1	1	2	18	0.12
Jul	0	0	2	1	0	1	0	0	4	0	1	3	0	2	1	4	1	0	1	2	1	2	3	3	32	0.20
Aug	1	2	2	0	4	1	0	2	0	2	0	4	0	5	2	3	1	1	1	1	1	0	0	3	36	0.23
Sep	0	2	0	1	1	3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	1	2	0	1	1	0	0	1	17	0.11
Okt	0	2	1	1	1	1	0	2	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	2	1	0	16	0.10
Nov	0	0	0	0	1	2	0	2	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	15	0.10
Dec	0	6	7	3	5	5	0	4	3	1	3	4	0	4	4	1	5	5	0	4	5	2	7	8	86	0.55
Σ	4	40	44	30	36	37	1	37	29	26	29	34	2	34	29	29	26	26	3	20	22	22	29	34	623	0.34

TABELL 1b. Antal saknade observationer, Göteborg-Torslanda 1955-75. Ang *mmse tabell 1a.

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Σ	(%)
Jan	1	0	0	1	1	0	0	1	2	1	2	2	0	0	0	2	1	0	0	1	0	0	3	1	19	0.12
Feb	*	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	2	1	1	0	1	0	0	0	0	7	0.05
Mar	1	0	0	1	0	1	0	0	0	2	2	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	11	0.07
Apr	*	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	5	0.03
Maj	1	0	0	0	1	2	0	3	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	2	0	0	0	13	0.08
Jun	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	2	10	0.06
Jul	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0	1	1	9	0.06
Aug	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	2	0	7	0.04
Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	3	0.02
Okt	0	3	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	0	21	0.13
Nov	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	5	0.03
Dec	0	2	2	1	2	3	0	5	3	0	3	3	0	3	2	0	2	4	0	4	3	1	5	4	52	0.33
Σ	1	7	5	4	6	8	1	14	9	6	10	10	3	5	7	10	9	5	0	9	8	1	16	8	162	0.09

TABELL 2. Utdrag ur frekvenstabell.

Stockholm-Bromma, januari									
.	.	.	11	12	13	14	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	.	883	877	859	852	.	.	.
1	.	.	809	779	759	750	.	.	.
0	.	.	694	674	659	658	.	.	.
-1	.	.	653	639	618	617	.	.	.
-2	.	.	534	511	498	496	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Med.	.	.	-2.9	-2.5	-2.3	-2.2	.	.	.
Dev.	.	.	5.1	4.9	4.8	4.7	.	.	.
Ant.	.	.	648	648	651	647	.	.	.

I tabell 2 avser varje kolumn en viss termin (svensk normaltid, angiven över tabellens huvduddel) och varje rad ett visst engradsintervall. Längst ner anges för varje klockslag medeltemperaturen ("Med."), standardavvikelsen ("Dev.") och antalet observationer ("Ant."). Närmare bestämt är det fråga om det antal observationer som ingår i frekvensstatistiken; angående de små skillnaderna mellan de olika siffrorna i denna rad se tabell 1.

Enligt ovanstående har alltså exempelvis 647 observationer medtagits i statistiken för Stockholm-Bromma, januari kl 14. Siffran 852 i kolumnen för 2° (intervallet 1.5-2.4°) innebär att i 85.2% av dessa 647 observationer har temperaturen varit +2.4° eller lägre; det rör sig alltså om kumulativa frekvenser. I 75% av fallen har enligt tabellen temperaturen varit +1.4° eller lägre; härav framgår att 10.2% observerats inom intervallet 1.5-2.4°. Frekvenstabellerna baseras sålunda på helgradsintervall, vilket är en lämplig klassbredd.

Någonstans på vägen från observation till frekvenstabell har alltså en temperatur med decimal förvandlats till en temperatur utan decimal. En sådan omvandling skedde för övrigt redan när observationsresultatet skulle uttryckas i kodform. (Att man i den synoptiska koden anger temperaturen med decimal är en nyhet som infördes så sent som 1982-01-01.)

När det gäller militära stationer, alltså t ex Östersund-Frösön, synes frekvenstabellerna ha baserats på kodsiffrorna (varvid tro-
ligen både 50 och 00 räknats som 00). Detta får anses helt korrekt,
under förutsättning givetvis att kodsiffran som sådan erhållits i
enlighet med de föreskrifter som lämnas i respektive instruktions-
böcker.

När det gäller materialet för de civila flygplatserna har det ty-
värr "hänt något" på vägen. Exakt vad som har hänt har inte fullt
klarlagts, men det har medfört rätt egendomliga (fast inte alltför
allvarliga) konsekvenser. Problemet diskuteras i Appendix 1.

Något allvarligare än de tidigare omnämnda luckorna, och i en del
fall mycket iögonfallande, är förekomsten av enstaka grova fel i
frekvenstabellerna. Vissa av dessa fel är så grova att de så att
säga inte lurar någon - som t ex när utskriften "påstår" att det
i Bromma förekommit en junidag då temperaturen kl 20 varit -14° ,
och på Frösön en januaridag då temperaturen kl 10 varit $+20^{\circ}$. Så-
dana fel kan enklast tolkas som teckenfel och har rättats i enlig-
het härmed. Men att det förekommer lätt upptäckta grova fel i ta-
bellerna innebär tyvärr inte att alla grova fel är lätta (eller
ens möjliga) att upptäcka enbart med hjälp av frekvenstabellerna.
På Frösön kan t ex i mars förekomma eftermiddagstemperaturer på
såväl $+10$ som -10° , och om i ett dylikt fall $+10$ stansats om -10
eller tvärtom, uppstår ett fel på 20° , alltså ett grovt fel, vars
förekomst inte framgår ur tabellen. Fel av denna typ kan inverka
på standardavvikelsen för ett visst klockslag och även, fast endast
marginellt, på motsvarande medeltemperatur. För att i någon mån
komma till rätta med problemet beställdes, med hjälp av ett skräd-
arsytt program, en utskrift av de fall där temperaturen stigit
eller fallit med minst 6° mellan två på varandra följande observa-
tioner. En del av felen kunde lokaliseras på detta sätt och där-
efter rättas - det gäller både teckenfel, tiogradarsfel och deci-
malpunktsfel (1.8 i stället för 18 o dyl). Utskrifterna fick dock
användas med försiktighet, vilket framgår av följande exempel. För
Torslanda erhöles en lista med 77 "misstänkta" fall till påseende.
Den största entimmesändringen enligt "fallistan" var 36° och be-
rode på ett teckenfel (-18 i stället för $+18$); den näst största,
 16° , var korrekt; den 13 januari 1968 kl 02 var temperaturen -20° ,
en timme senare -4° . (Jfr Månadsöversikten för januari 1968; där
fallet har kommenterats). Innan dessa utskrifter förelåg hade en
del av materialet redan bearbetats, och det ansågs inte nödvändigt
att i efterhand rätta samtliga fel som tidigare undgått upptäckt,
speciellt med tanke på att fellistan inte alltid kunnat tolkas på
ett entydligt sätt, och att ett okänt antal fel, delvis av samma
storleksordning, inte resulterat i någon felutskrift; om t ex tre
konsekutiva avläsningar gett resultaten $+2$, $+3$ och $+2$ av misstag
stansats som -3 (alltså ett 6° för lågt värde), får man ingen
reaktion.

Ovanstående diskussion av diverse fel och brister bör inte tolkas
så att materialet är av dålig kvalitet; om vi hade ansett att det
förhöll sig så, hade vi inte gett oss in på en utförlig bearbet-
ning. Men felen och bristerna har i en del fall medfört problem som
känts mer eller mindre onödiga, och som det ibland varit rätt be-
svärligt att lösa. Därför kan det, med tanke på eventuellt kommande
bearbetningar av besläktad typ, finnas skäl att tala klarspråk om
dessa fel: om man överför ett observationsmaterial till ett dator-
medium i syfte att bearbeta det, t ex statistiskt, bör överföringen

ske mer eller mindre i "real time" - dygnsvis eller månadsvis - så att överföringsfel kan konstateras och rättas innan den egentliga bearbetningen påbörjas.

Det kan finnas anledning att ställa frågan om de här publicerade diagrammen är representativa, d v s i vad mån man kan vänta sig att diagrammen får samma utseende om man bearbetar en annan tidsperiod (av minst samma längd).

Det är känt att inte ens en så lång period som 30 år ger helt stabila medelvärden etc. (I vad mån skillnaderna mellan olika "normalperioder" sedan är av slumpmässig natur eller är uttryck för en "verklig" klimatförändring kan i detta sammanhang lämnas därhän). För södra Sveriges och 1900-talets del kan man räkna med att skillnaderna mellan en viss månads medeltemperatur för olika normalperioder i regel är mindre än 1.0° , men i en del fall mellan 1.0 och 2.0° . Det föreliggande materialet omfattar ca 20 år, vilket innebär att medelvärdena och även andra parametrar i något högre grad än 30-års medelvärden kan ha påverkats av enstaka extrema år, som t ex augusti 1975 (jfr avsnitt 5). Vidare får man nog räkna med att medelvärdena för enstaka klockslag, som ju återspeglar inte bara dygnsmedelvärdet utan även dygnsamplituden, är behäftade med en något större osäkerhet än månadsmedelvärdena. För Frösöns vidkommande torde osäkerheten överlag vara större än för sydligare stationernas vidkommande, under vinterhalvåret kanske dubbelt så stor.

Osäkerheten beträffande medeltemperaturens (och i andra hand, standardavvikelsens) representativitet slår igenom överallt där de här publicerade kurvorna inbjuder till avläsning av numeriska värden, vare sig det gäller enkla eller kumulativa frekvenser, temperaturer eller standardavvikelser. Däremot kan man troligen räkna med att den grafiska bilden kvalitativt är rättvisande. De ändringar som valet av en annan observationsperiod skulle medföra torde för diagram av typ A, B och C huvudsakligen ha karaktären av en parallellförskjutning av kurvsystemen, i vissa fall kanske även av en generell men obetydlig ökning eller minskning av avstånden mellan konsekutiva kurvor i ett diagram. För diagram D:s vidkommande torde valet av en annan tidsperiod huvudsakligen kunna medföra en translation (mer eller mindre parallell med temperaturaxeln) av en del av "slingorna", kanske också en viss tånjning eller krympning av några av dessa, men knappast en mer genomgripande deformation.

3. FORTSATT NUMERISK BEARBETNING AV DATORTABELLERNAS SIFFERMATERIAL

När datortabellerna kördes fram antogs det att de kunde användas direkt för upprättandet av vissa diagram, i första hand diagram över kumulativa frekvenser månadsvis av den typ som återges i diagramtyp B. En dylik användning hade i och för sig varit möjlig. Det visade sig dock snart att en annan viktig typ av diagram, nämligen över icke-kumulativa frekvenser (motsvarande diagramtyp A) inte gärna kunde erhållas direkt från datortabellernas siffror. Det rör sig här om ett praktiskt problem som inte sällan förekommer vid bearbetning av ett omfattande klimatologiskt observationsmaterial, och eftersom det föreliggande fallet i viss mån är ett typiskt fall kan det finnas anledning att inledningsvis redovisa några allmänna synpunkter på hur problemet kan behandlas.

Vid statistisk bearbetning av meteorologiska data får man alltid räkna med att de i materialet ingående enskilda observationerna påverkats av vad som i statistisk (fast inte nödvändigtvis i fysikalisk) mening är att betrakta som slumpmässiga faktorer. De slumpmässiga effekterna påverkar i större eller mindre utsträckning resultaten, vare sig det är fråga om medelvärden, extremvärden eller frekvenser. En ganska vanlig attityd hos bearbetaren är då att avfärda dessa effekter som "brus" utan att försöka sig på att reducera dem. Om "bruset" är starkt finns det dock anledning att göra något åt det, med andra ord tillämpa någon form av utjämning.

Som bekant kan utjämning ske antingen numersikt eller grafiskt. De grafiska metoderna är ofta - fast inte alltid - lätta att använda, men de är mindre objektiva än de numeriska metoderna. Det här föreliggande materialet karakteriseras av att bruset är kraftigt - något kraftigare än författarna hade väntat sig - och redan på ett tidigt stadium av bearbetningen stod det klart att en grafisk utjämning av vanlig typ skulle ge ett ganska stort utrymme för subjektivitet; vissa diagram skulle t ex kräva en långtgående jämkning av sinsemellan motstridiga eller rentav besynnerliga siffror (jfr Appendix1).

Av detta skäl ansågs det lämligt att undersöka, om en (nästan) objektiv, numerisk utjämningsmetod kunde appliceras utan att kräva en alltför stor arbetsinsats. Det visade sig då att en relativt okomplicerad dylik utjämning inte var fullt så tidskrävande som man kunde befara, och att den fungerade i stort sett tillfredsställande. Med anledning härav beslöts att tillämpa metoden på hela materialet för de fyra i sammanhanget aktuella stationerna. Tillvägagångssättet förklaras enklast med ett exempel. Se tabell 3.

Tabell 3. Exempel på numerisk utjämning av temperaturfrekvenser.
(Bromma, augusti kl 06).

A	B	C	D	E	F	G ₁	H	G ₂	I	J	K	L ₁	M	L ₂	N	O
24 1000	0	0	2	0o	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
23 1000	2	2	-4	-1	1	1	1	1	0	-1	0	1	1	1	1	1
22 998	0	-2	5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
21 998	3	3	-3	-1	2	2	2	2	5	4	1	3	3	-1	2	2
20 995	3	0	17	4	7	7	7	7	11	6	1o	8	+	9	-3	6
19 992	20	17	-7	-2	18	18	18	18	23	12	3	21	21	-4	17	17
18 972	30	10	44	11	41	41	41	41	27	4	1	42	42	-4	38	38
17 942	84	54	-63	-16	68	68	68	68	15	-12	-3	65	65	-4	61	61
16 858	75	-9	31	8	83	83	83	83	26	11	3	86	86	0	86	86
15 783	97	22	49	12	109	109	109	109	36	10	2o	111	+	112	-5	117
14 686	168	71	-92	-23	145	145	145	145	7	-29	-7	138	138	+9	147	147
13 518	147	-21	19	5	152	152	152	152	-15	-22	-6o	146	146	+10	156	156
12 371	145	-2	-34	-9o	136	+	137	137	-33	-18	-5o	132	132	-8	140	140
11 226	109	-36	-19	-5	104	104	104	104	-41	-8	-2	102	102	+3	105	105
10 117	54	-55	35	9	63	63	63	63	-28	13	3	66	66	-4	62	62
9 63	34	-20	3	1	35	35	35	35	-16	12	3	38	38	-5	33	33
8 29	17	-17	7	2	19	19	19	19	-11	5	1	20	20	-4	16	16
7 12	7	-10	5	1	8	8	8	8	-4	7	2	10	10	-3	7	7
6 5	2	-5	6	1o	3	+	4	4	-2	2	0o	4	+	5	-2	3
5 3	3	1	-4	-1	2	2	2	2	-1	1	0	2	2	-1	1	1
4 0	0	-3	3	1	1	1	1	1	-1	0	0	1	1	1	1	1
3 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Σ	(1000)				998	(1000)						997	(1000)	0	(1000)	

Siffrorna i de olika kolumnerna har följande betydelse:

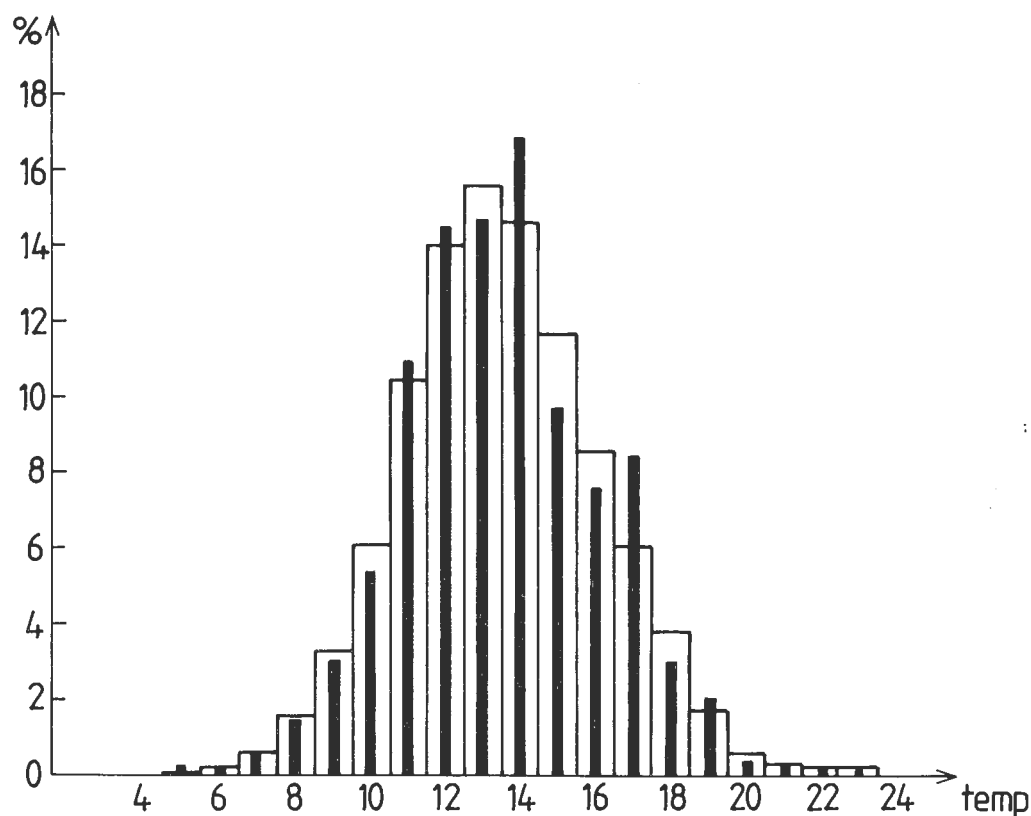
- Kol. A Gradtal
- Kol. B Kumulativa frekvenser (‰) enligt datortabellen
- Kol. C Frekvenser (‰) för engradsintervall
- Kol. D, E Första respektive andra differensen för sifferserien C
- Kol. F $1/4$ av respektive tal i kol E, avrundad till heltal. I de fall där divisionen med 4 ger decimalen 5, väljs det lägre talet, med tillägg av symbolen o. (ex. -8.5 skrivs -9.0)
- Kol. G₁ Siffrorna i G₁ = siffrorna i kol. C + motsvarande siffror i kol F. Det innebär att G₁-serien är utjämnad i förhållande till kol. C, se nedan. En kontrollräkning visar att i det valda exemplet summan av G₁-talen är 998 - det fattas alltså två promille.
- Kol. H Man väljer (subjektivt) bland de med o "flaggade" talen vilka av den man vill höja en enhet. (Höjningen markeras med ett +-tecken).
- Kol. G₂ = G₁ korrigerat enligt H. Summan är nu 1 000.
- Kol. I, J Första respektive andra differensen för sifferserien G₂.
- Kol. K Förhåller sig till J som F till E.
- Kol. L₁ = G₂ + K. (Jfr ovanstående förklaring beträffande G₁). En kontrollräkning ger summan 997.
- Kol. M Motsvarar H.
- Kol. L₂ = L₁ korrigerat enligt M. Summan är nu 1 000.
- Kol. LN = krökningskorrektionen, se Appendix Y.
- Kol. O = L₂ efter applicering av krökningskorrektionen.

Sifferserien G_2 är i princip serien C utjämnad enligt standardformeln $b' = (a+2b+c):4$; analogt är L_2 = serien G₂ utjämnad enligt samma formel, eller med andra ord: L_2 är serien C utjämnad enligt formeln $c'' = (a+4b+6c+4d+e):16$.

I praktiken kunde skrivarbetet reduceras en del i förhållande till vad tabellen antyder, bl a behövde kol. B, F och K ej skrivas ut, och kol: G_2 och L_2 erhöles genom att i förekommande fall retuschera siffrorna i kol G_1 och L_1 .

Resultatet av utjämnningen i ett typiskt fall framgår av figur 1.

Det bör kanske påpekas att även om den valda utjämnningstekniken inte var speciellt arbetskrävande, hade det i och för sig, med tanke på att det rörde sig om sammanlagt $(3 \times 12 \times 24 + 12 \times 19) = \text{ca } 1100$ sifferkolumner som skulle utjämnas, varit mera rationellt att från början bygga in hela utjämningsproceduren i datorbearbetningen. Man hade då tvingats avstå från sådana subtiliteter som möjligheten att på subjektiva grunder avgöra vilka av olika frekvenssiffror som skulle höjas (kol. H och M i tabell 3), men det hade varit acceptabelt.



Figur 1 Frekvensfördelning före ("mittstolpe") och efter numerisk utjämnning (histogrammet). Stockholm-Bromma, augusti kl 06.

4. DIAGRAM ÖVER FREKVENSEN AV ENGRADSINTERVALL (TYP A)

De enligt beskrivningen i föregående avsnitt utjämnade frekvens-tabellen, som anger den relativa frekvensen (uttryckt i promille) av temperaturen för engradsintervall, plottades på det sätt som framgår av figur 2.

Vid analysen av dessa diagram ställs man inför problemet om den redan genomförda numeriska utjämnningen räcker till, eller om man därutöver bör företa en grafisk utjämnning. Som huvudprincip vid analysen har gällt att en dylik ytterligare utjämnning helst bör undvikas. Denna princip har dock inte tillämpats strikt; det finns fall där det skulle varit orimligt att göra det.

I stället för att grafiskt redovisa frekvensfördelningarna på det vanliga sättet med stapeldiagram ger diagramtypen A ett annat sätt att åskådliggöra fördelningarnas utseende. En fördel med det valda presentationssättet är att man på en och samma A4-sida får plats med 24 fördelningar.

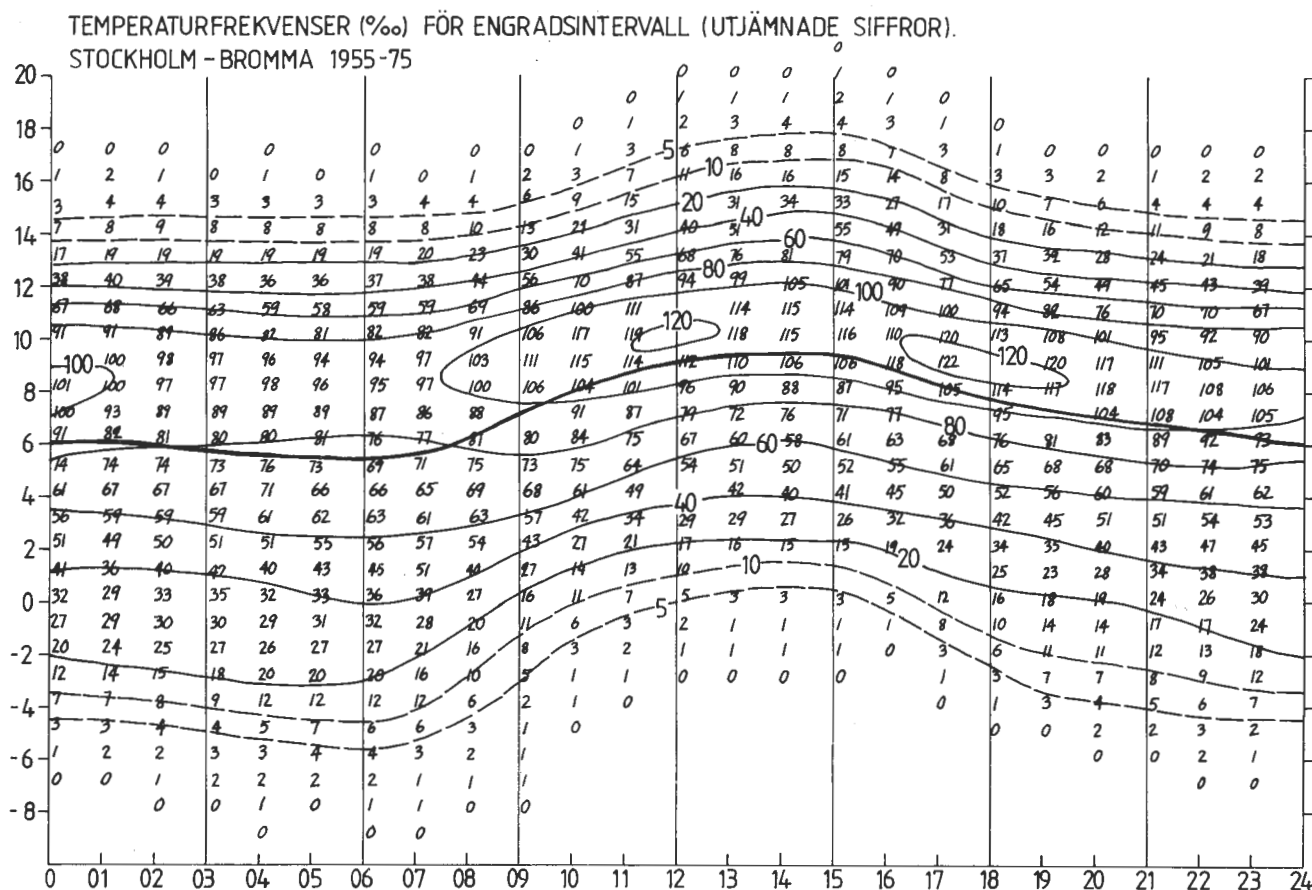
För varje engradsintervall kan man avläsa hur stor den klimatologiska sannolikheten är att temperaturen vid en viss tid på dygnet en viss månad skall hamna just i denna klass. För månader med en stigande (vårmånaderna) eller fallande (höstmånaderna) trend får man anta att fördelningarna i huvudsak representerar förhållandena vid månadens mitt. För dessa månader har man egentligen slagit samman fördelningar med olika medelvärden, men inverkan på frekvensfördelningarnas utseende av detta tillvägagångssätt kan antas vara ganska litet.

Som exempel på hur diagram av typ A lämpligen bör tolkas lämnas här en kommentar till diagrammen för Bulltofta på sidan 104. Om vi ser på fördelningen i januari kl 00 (alla klockslag i diagrammen avser svensk normaltid) visar denna att 10% av observationerna hamnat i intervallet $-1.4 - -0.5^{\circ}$, och att något mer än 10%, men mindre än 12% hamnat i intervallet $0.5 - 1.4^{\circ}$. Man kan utläsa att temperaturer över $+7^{\circ}$ är sällsynta och att man observerat temperaturvärden inom intervallet $6.5 - 7.4^{\circ}$ i ca 5% av fallen. I fördelningens andra "svans" finner man att ca 5% av observationerna legat mellan gränserna -14.5 och -15.4° . Frekvenstalen kan, som tidigare påpekats, översättas till medelvaraktighet i timmar eller minuter. Diagramtyp A visar tydligt var frekvensfördelningen har sitt maximum, det s k typvärdet ($+1$ i exemplet), och ger även en bild av fördelningens snedhet. Fördelningen kl 00 är starkt negativt skev, d v s dess långsträckta del ligger i riktningen mot låga temperaturer.

Frekvensfördelningarna visar liten förändring under dygnets lopp under januari och så är även fallet under februari, man då börjar en daglig gång bli märkbar, exempelvis för isolinjen 5% vid låga temperaturer: temperaturen -12° ($-12.4 - 11.5^{\circ}$) har mer än dubbelt så hög frekvens kl 4-9 som kl 12-18. Under mars har den negativa skevheten minskat och för eftermiddagstemperaturerna är skevheten snarast positiv. Aprildigrammet visar att frekvensen för typvärdet har ökat till 12-24%. Denna tendens fortsätter under maj, då 14-16% av observationerna under tiden kl 21-08 vid fördelningens maximum alltid hamnar inom ett engradsintervall (men naturligtvis inte inom samma engångsintervall för de olika klockslagen). Fördelningarna under denna tid är ganska symmetriska. Junidiagrammet är tämligen likt majdiagrammet

och den större spridningen under den varma delen av dygnet är mycket tydlig. Under juli och augusti ligger maximifrekvenserna som högst, 16-18%, under tiden kl 21-09. Under september och oktober har fördelningarna med de högsta frekvenserna förskjutits i riktning mot dagtid. November- och decemberfördelningarna förändras i riktning mot större spridning och liten- i december nästan försumbar - variation under dygnet.

Vad A-diagrammen beträffar, skiljer sig den nordligaste stationen, Frösön, från de tre sydliga orterna inte bara genom en förskjutning mot lägre temperatur utan även genom att fördelningarna har större spridning. Januarifördelningarna är mycket platta: fördelningarnas maximivärden når inte upp till 6%, ungefär hälften av motsvarande värde i Bulltofta. Sommarfördelningarna visar positiv skevhet (typvärdet lägre än medelvärdet) under hela dygnet. (I södra Sverige är fördelningarna under sommaren ganska symmetriska under natten). Maximivärdena under juli-september för frekvensfördelningarna rör sig för Frösöns vidkommande om 12-14%, vilket är ca 4%-enheter lägre än vad Bulltoftaobservationerna visar.



Figur 2 Exempel på plottning och analys av frekvensfördelningar.
Den kraftiga linjen visar medelvärdets dygnsvariation.

5. DIAGRAM ÖVER KUMULATIVA FREKVENSER (TYP B)

Med hjälp av de utjämnade frekvenserna för engradsintervallen beräknades utjämnade kumulativa frekvenser. Ett ändamålsenligt sätt att visa hur dessa (för en given månad) varierar med tiden på dygnet är att använda sig av ett normalfördelningsdiagram. I diagrammet anges de utjämnade kumulativa frekvenserna uttryckta i procent. Analysen består i att man lagt in isotermer. Det bör framhållas att kurvorna anger kumulativa frekvenser för $t - \frac{1}{2}^{\circ}$, $t + \frac{1}{2}^{\circ}$. . . och ytan mellan två kurvor sålunda frekvensen för en temperatur inom intervallet från $t - \frac{1}{2}$ till $t + \frac{1}{2}$. Man bör även påpeka att i diagrammets översta och nedersta del (ovanför 99.5 och nedanför 0.5) är avläsningsnoggrannheten väsentligt större än den noggrannhet med vilken frekvenserna kan anses bestämda. Med hjälp av ett dylikt diagram kan man avläsa temperaturens medianvärde för en godtycklig tid på dygnet; även de temperaturer som vid en given tidpunkt överträffas i exempelvis 1, 2, 5 . . . % av fallen kan erhållas ur diagrammet. För att visa hur information kan utläsas från diagramtyp B ges här några exempel. Februaridiagrammet för Bromma (sid 61) har godtyckligt valts. Under tiden kl 22-09 är sannolikheten att temperaturen vid en viss given tidpunkt skall vara under 0° 80%. Kl 15 är motsvarande sannolikhet 65%. Sannolikheten för att kl 15 uppmäta en temperatur över 9° är i februari endast 1‰. På efternatten är sannolikheten 1‰ att temperaturen skall vara under -27° , men kl 14 är 0.1-percentilen -19° .

Enligt juli- och augustidiagrammen är sannolikheten för att få temperaturer över 30° större under augusti än i juli. Kl 14 har under augusti en observation av 1000 haft ett värde över 35° , men motsvarande antal i juli är 31. Det bör dock påpekas att denna skillnad mellan juli och augusti gäller endast för den bearbetade perioden och kan återföras till den extremt varma augustimånaden 1975.

Om man studerar diagramtyp B för Frösön ur synvinkeln sannolikhet för extremt låga eller höga temperaturer kan man konstatera t ex följande: i februari är sannolikheten för mycket låga temperaturer större än under januari. Kl 08 och 09 är sannolikheten i februari 0.1% att temperaturen skall vara under -34° . Å andra sidan är sannolikheten för temperaturer under -30° större i januari än i februari. Under juni, juli och augusti kan det någon gång förekomma eftermiddagstemperaturer över 28° . Sannolikheten för låga temperaturer under sommaren är större i juni än i juli och augusti. Under juni är sannolikheten för minusgrader i termometerburhöjd kl 04 ca 1%.

6. DIAGRAM ÖVER STANDARDAVVIKELSEN SOM FUNKTION AV TIDEN PÅ DYGNET OCH PÅ ÅRET (TYP C)

Det kan vara av intresse att se hur standardavvikelsen (spridningen) varierar med tiden på dygnet och året. De med datorns hjälp producerade frekvenstabellerna innehåller (i en rad med beteckningen "DEV") siffror för standardavvikelsen för varje klockslag; avvikelseerna ges med en decimal, vilket i stort sett är tillräckligt - i en del fall hade det dock varit önskvärt att ha två decimaler. I ett fåtal fall har standardavvikelsen korrigerats p g a mycket grova stansfel (av storleksordningen 20° eller mer), jfr kapitel 2. Däremot har ingen korrektion kunnat göras för saknade observationer, och det synes troligt att en dylik korrektion ej heller är påkallad.

Vid bearbetningen av de timvisa temperaturobservationerna har, som framgått av tidigare avsnitt, samtliga observationer vid en och samma tidpunkt under dygnet för månadens alla dygn slagits samman till ett sampel. Men under vissa månader, speciellt övergångsmånaderna under vår och höst, kan frekvensfördelningarna i början och slutet av månaden skilja sig något från varandra. Med andra ord har man slagit samman observationer som tillhör olika populationer. För medelvärden eller medianvärden innebär det att dessa kan antas gälla vid månadens mitt. Vad det innebär för spridningsmättet belyses i Appendix 3. Rent intuitivt kan man inse att om medelvärdet under månaden varierar ger de utförda beräkningarna en över-skattning av standardavvikelsen.

De här beskrivna diagrammen (typ C) analyserades enkelt genom dragning av isolinjer. Att resultaten inte är alltigenom triviala torde framgå av kommentarerna nedan.

Variabiliteten hos temperaturen, uttryckt med hjälp av standardavvikelsen, är en funktion av latituden på så sätt att den ökar med ökande latitud. Under högvintern, då spridningen är störst, är den $3.7-5.3^{\circ}$ i Bulltofta, $4.0-5.9^{\circ}$ i Torslanda, $4.5-6.3^{\circ}$ i Bromma och $6.5-7.6^{\circ}$ på Frösön. Under högsommaren, då variabiliteten är minst, är standardavvikelsen $2.1-3.8^{\circ}$ i Bulltofta och Torslanda, $2.4-4.4^{\circ}$ i Bromma och $2.8-5.3^{\circ}$ på Frösön. Standardavvikelsens variation under dygnet och året är i princip lika vid de fyra undersökta platserna, men under oktober - januari förekommer ingen nämnvärd variation av spridningen, vilket däremot är fallet vid de tre sydliga orterna. Standardavvikelsen är, naturligt nog, störst vid de tidpunkter på dygnet då man vid lugnt och klart väder kan få antingen extremt låga eller extremt höga temperaturer. Det innebär att den under sommarhalvåret är störst under dygnets varmaste del, medan den på vintern - åtminstone i södra Sverige - är störst under natten och morgontimmarna.

7. DIAGRAM ÖVER TEMPERATURENS OCH STANDARDAVVIKELSENS SAMVARIATION (TYP D)

Det kan vara av ett visst intresse att jämföra medeltemperaturens variation under dygnets lopp med motsvarande variation för temperaturens standardavvikelse. Detsker lämpligen på det sättet att man, för varje månad för sig, avbildar den slutna kurva som punkten (s_t, t_m) under dygnets lopp beskriver i ett koordinatsystem där s_t är abscissa och t_m ordinata. Man känner (för tre av de fyra stationerna) 24 punkter på denna kurva och kan därmed bestämma kurvans förlopp med god noggrannhet. Om man lägger in de 12 kurvorna för en viss station i ett och samma diagram har man dessutom en bekväm möjlighet att följa den metamorfos som kurvan undergår under årets lopp.

Diagrammen visar alltså hur frekvensfördelningarnas medelvärden och standardavvikelser förändras under dygnets och året lopp. Det kanske mest iögonfallande är att "slingornas" utseende och lutning är olika under sommar- och vinterhalvåret. I princip gäller, som tidigare anförts, att under vinterhalvåret är spridningen störst då temperaturen är lägst och minst då temperaturen är högst. Motsatta förhållanden råder under sommarhalvåret. Vissa olikheter förekommer mellan de olika orterna, varför diagrammen kommenteras något för de fyra flygplatserna.

Enligt diagrammet för Bulltofta (se sid 129) har temperaturfördelningarna under månaderna oktober-mars ett likartat utseende med minsta spridningen då temperaturen är som högst, mellan kl 13 och 16, och största spridningen mellan kl 01 och 07 då temperaturen i medeltal har sitt minimum. Septemberkurvan är en övergångsform mellan vinter- och sommarförhållandena. Högsta värdena på standardavvikelsen visar då fördelningarna vid temperaturminimum mellan kl 04 och 07, men spridningen vid temperaturmaximum (kl 13-16) är större än under kvälls- och förmiddagstid. Under perioden april-augusti är variationerna kring temperaturmedelvärdena under tiden kl 13-16 större än under sennatten.

Torslandadiagrammet visar stora likheter med diagrammet för Bulltofta. Det gäller t ex den nästan fullständiga överensstämmelsen mellan "slingorna" för juli och augusti. Frekvensfördelningarnas variation under dygnet under september liknar dock mera vintermodellerna än fallet är enligt Bulltoftaobservationerna.

Enligt Stockholmsobservationerna har temperaturfördelningarnas dygnsvariation under september, liksom i Bulltofta, ett förlopp som är en övergångsform mellan sommar- och vintermodellerna. Standardavvikelsen är lika stor vid tidpunkten för temperaturkurvans maximum som vid dess minimum. Stockholmsdiagrammet visar att fördelningarna är likartade beträffande medelvärde och spridning vid tidpunkterna kl 13 och 16, kl 10 och 19 samt kl 07 och 22. Förhållandet är likartat i Bulltofta och Torslanda.

I Frösön har kurvorna för maj-september de för sommarförhållandena typiska dragen. Här är det ännu mera accentuerat än vid de tre sydliga stationerna att minsta spridningen kring medelvärdet förekommer när temperaturen har sitt minimum (kl 04). April och oktober visar övergångsformer mellan vinter- och sommarkaraktäristika. Båda dessa månader är spridningen lika stor på eftermiddagen

som under sennatten och varierar mycket litet med medeltemperatures dygnsvariation. Under november och december är, som även framgår av diagramtyperna A, B och C, frekvensfördningarna under dygnets olika timmar mycket lika. Detta beror på att nettostrålningsförhållandena visar liten daglig amplitud. Trots detta finns det ett mönster i kurvan (för november närmast likt en urtavla) som antyder att de små skillnaderna som redovisas inte är helt och hållet slumpmässiga.

8. DIAGRAM ÖVER TEMPERATURENS DYGNSVARIATION I RELATION TILL DEN TOTALA VARIATIONEN $\bar{t}_x - \bar{t}_n$ (TYP E)

För den följd av år som det här behandlade materialet omfattar känner man för varje station och månad medeltemperaturen för varje hel timme under dygnet (för Östersund-Fröön dock endast för 19 av de 24 klockslagen). Om man beräknar medelmaximi- och medelminimitemperaturen för samma följd av år kan man bestämma värdet av K_τ enligt formeln

$$K_{\tau y} = \frac{\bar{t}_{\tau y} - \bar{t}_{ny}}{\bar{t}_{xy} - \bar{t}_{ny}}, \quad (y = 1 \dots 12)$$

där

$\bar{t}_{\tau y}$ = medeltemperaturen kl τ

$\bar{t}_{xy}$ = medelmaximitemperaturen under månaden y

$\bar{t}_{ny}$ = medelminimitemperaturen

Det är viktigt att $\bar{t}_x$ och $\bar{t}_n$ verkligen beräknats för exakt samma tidsperiod som $\bar{t}_\tau$; annars blir resultatet meningslöst. Likaså är det viktigt att $\bar{t}_x$ och $\bar{t}_n$ avser dygnens extremvärden, inte dagens respektive nattens. Variationen av K_τ under dygnets och årets lopp visas lämpligen i ett diagram med dubbel tidsskala.

Diagrammen visar hur stor skillnaden är mellan medeltemperaturen vid en viss tidpunkt under dygnet (τ) och dygnets medelminimitemperatur i relation (%) till dygnets medelamplitud (avståndet mellan de för månaden gällande medelvärdena av dygnsmaxima- och dygnsminimitemperaturen). Om medelvärdet kl τ ligger nära dygnsminimitemperaturen erhålles ett lågt K -värde och vice versa. K -värdet kan inte anta värdet 0 eller 100 eftersom extremvärdena kan inträffa vid olika tidpunkter på dygnet. Låga/höga värden vid tidpunkten τ visar att extremtemperaturerna ofta inträffar i närheten av tiden τ . K -värden i närheten av 50%, d v s i mitten av intervallet mellan medelmaximi och medelminimi, erhålles på förmiddagen - under högsommaren redan kl 08 i Torslanda, men på Frösön två timmar senare. På kvällen är K -värdena nära mittpunkten vid 21-tiden. (Detta är anledningen till att man, då observationstiderna var kl 08, 14 och 21, före 1914 beräknade månadsmedeltemperaturen genom att ge 21-observationen vikten 5). Vid dessa klockslag ligger alltså timmedelvärdena nära dygnsmedeltalet. Detta gäller strängt taget endast om dygnsmedelvärdet är (nästan) lika med $\frac{1}{2}(\bar{t}_x + \bar{t}_n)$ - och så är ju inte fallet på vintern, speciellt inte i norra Sverige. Under månader med liten dygnsamplitud visar K -värdena också liten dygnsvariation. På Frösön varierar K -värdena under december mellan 50 och 75. De högsta K -värdena, 85-90, förekommer under höst och vår omkring kl 15. Värden under 10 finner man i diagrammen för Bulltofta, Bromma och Frösön under maj och juni kl 04. I Torslanda med ett mera maritimt klimat förekommer ej K -värden under 10.

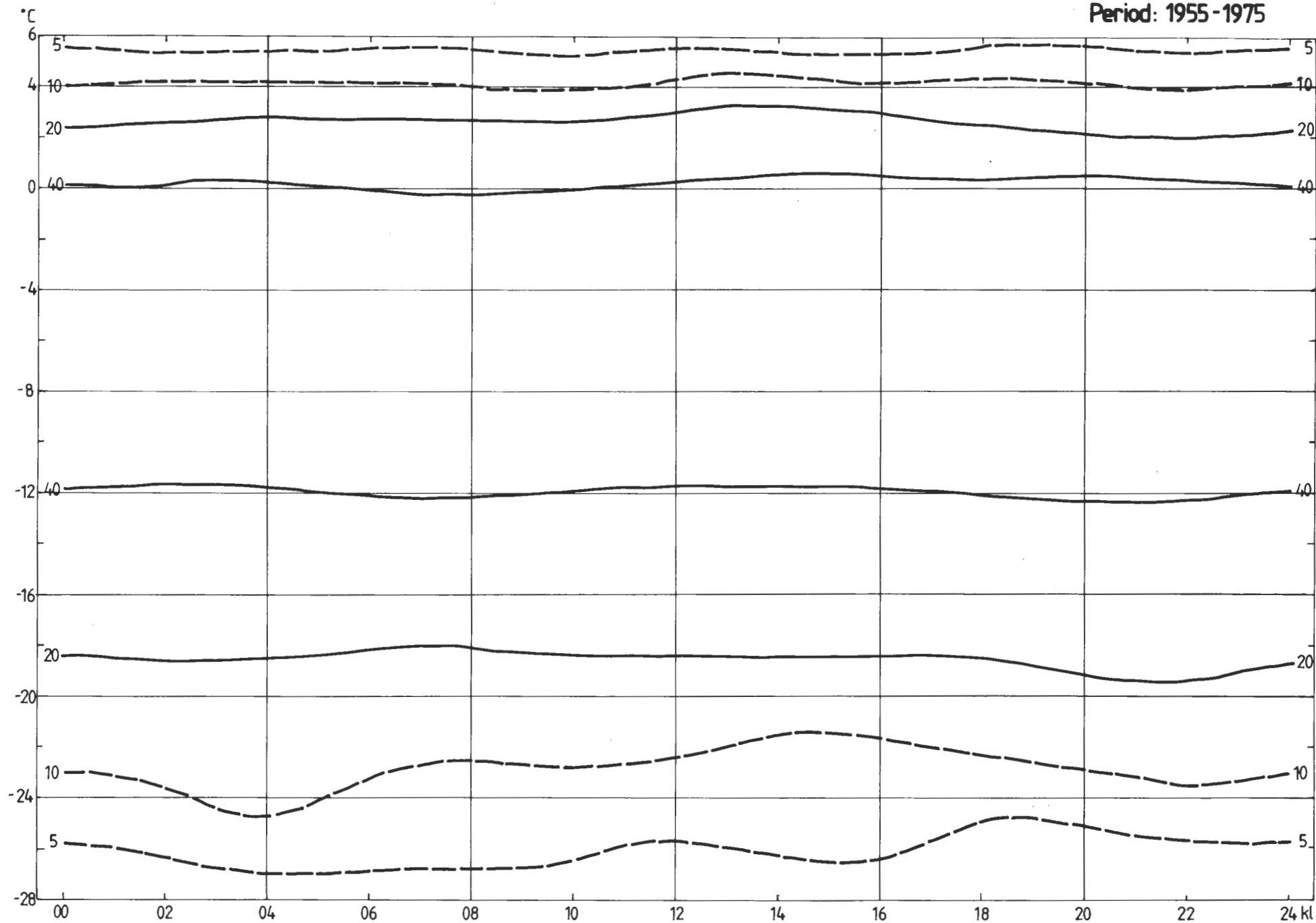
Ett användningsområde för K -värden diskuteras i Appendix 4.

ÖSTERSUND – FRÖSÖN 1955-75

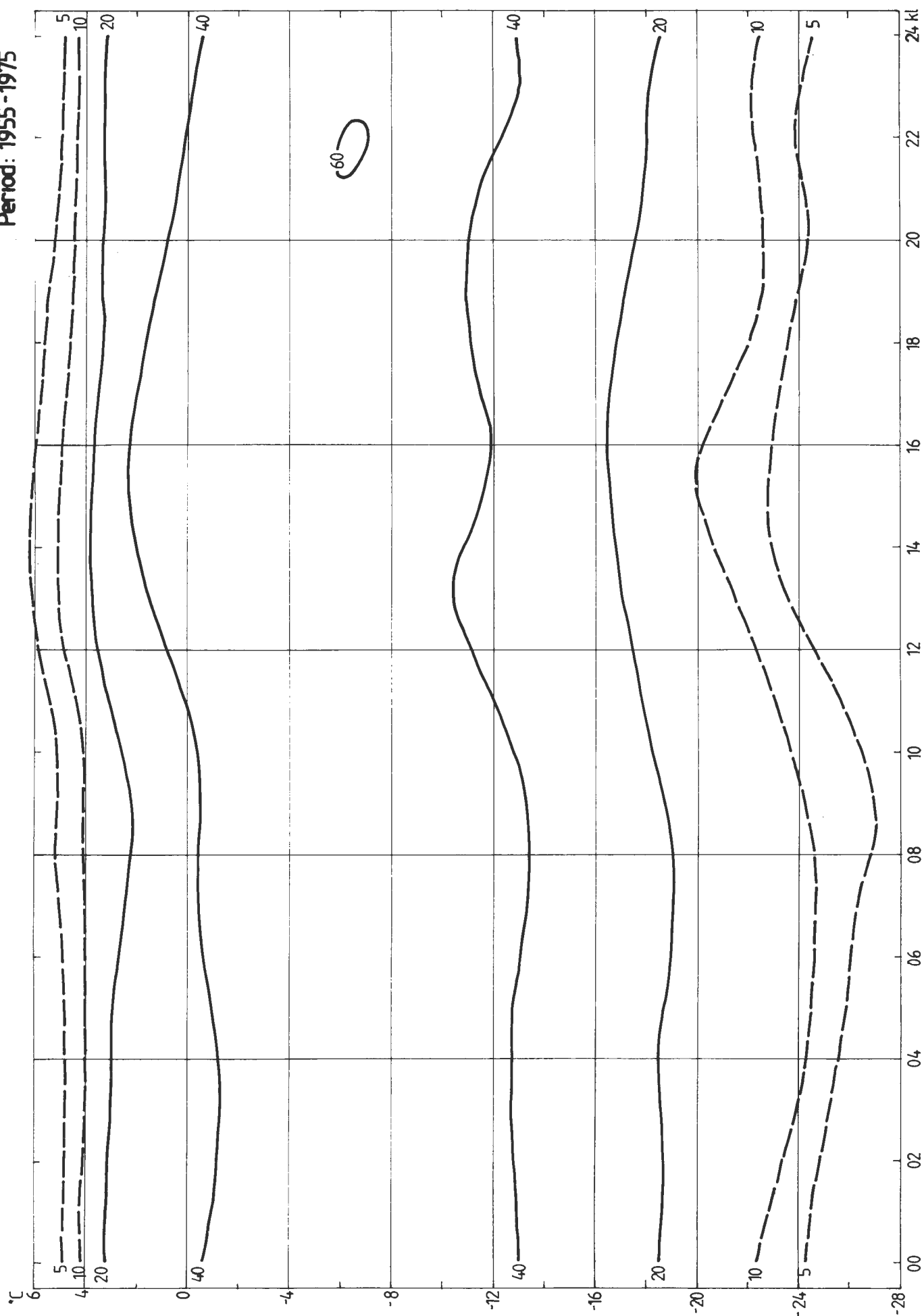


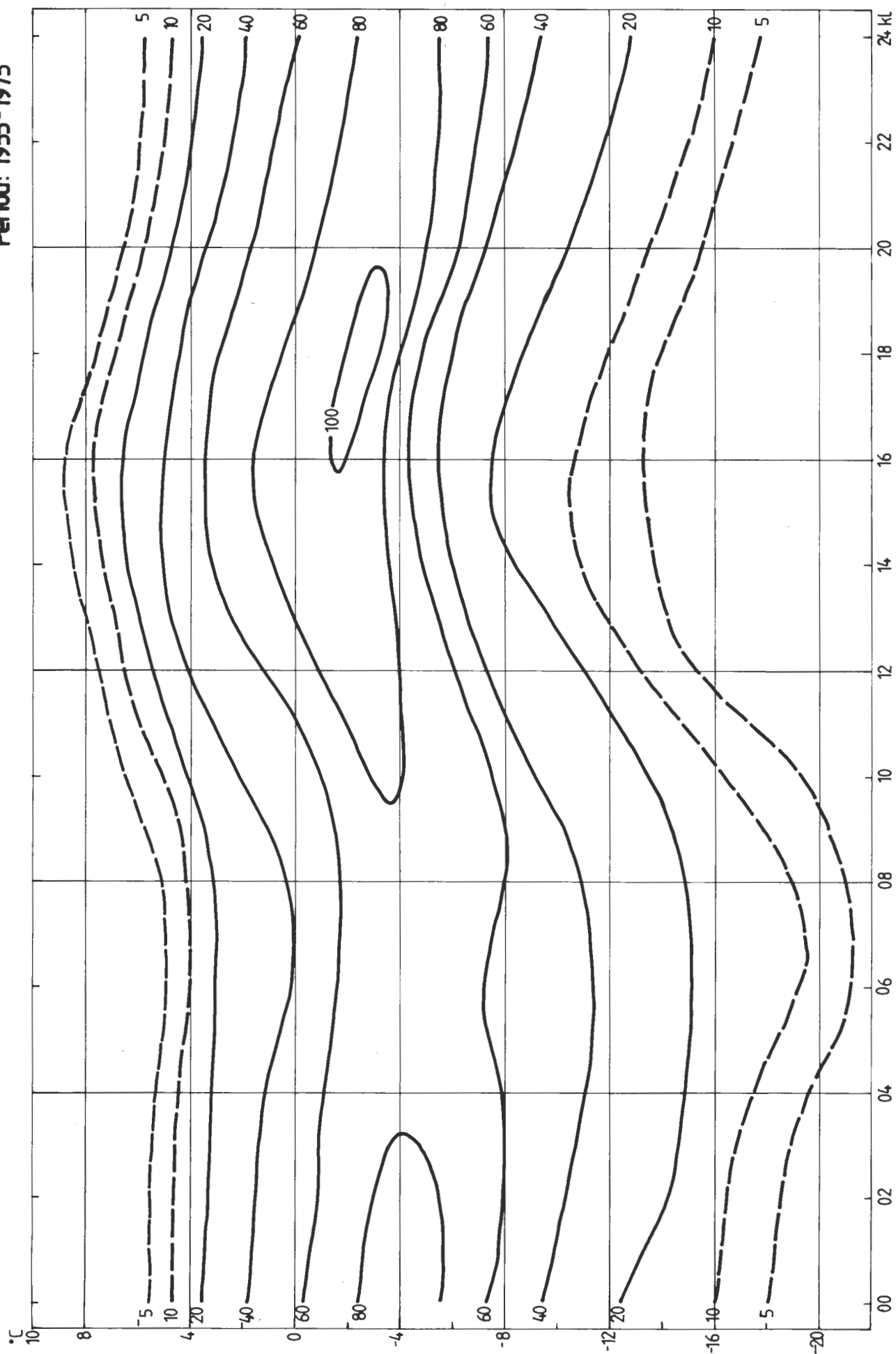
Frösön
Januari
Period: 1955-1975

20

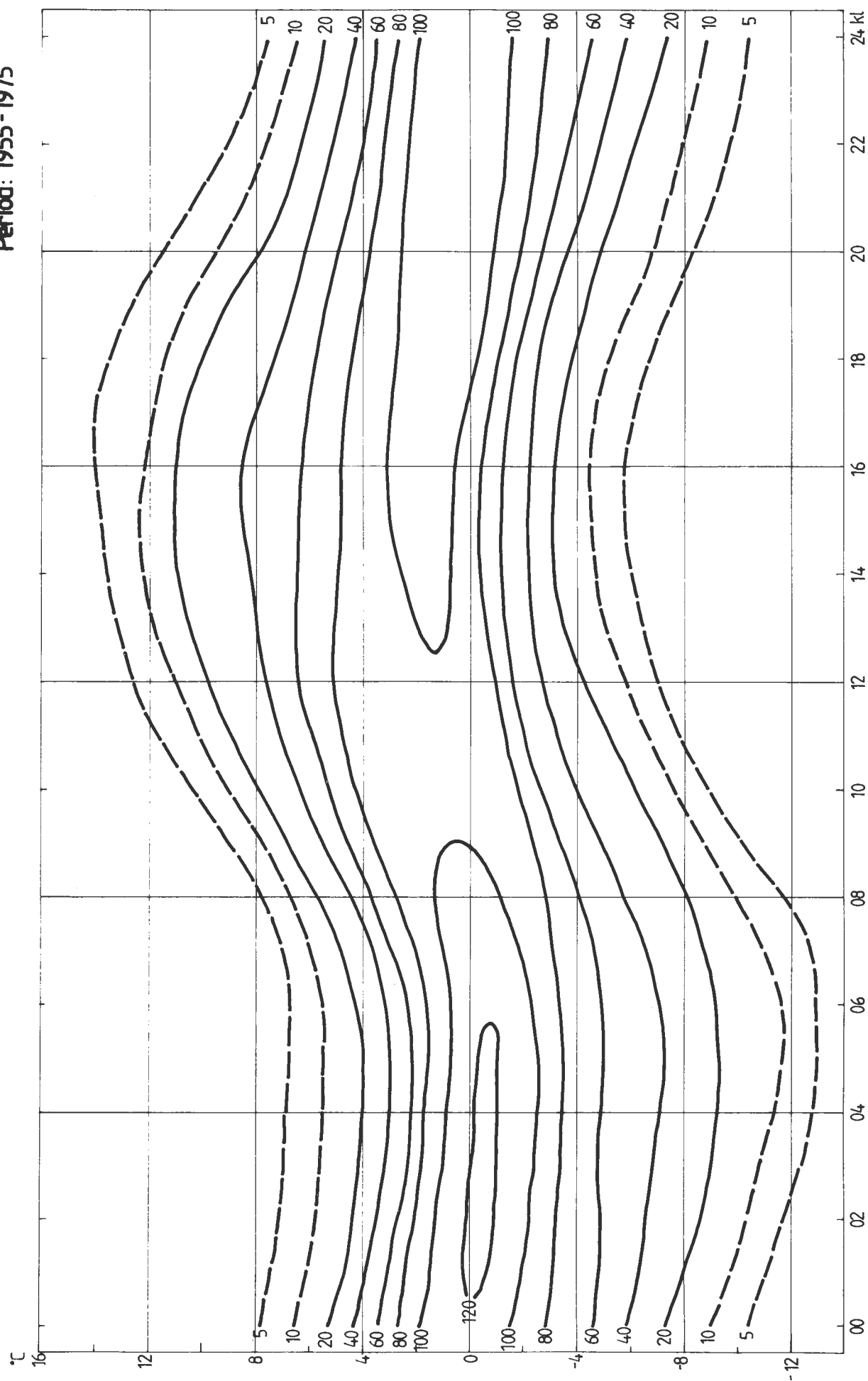


Frösön
Februari
Period: 1955-1975

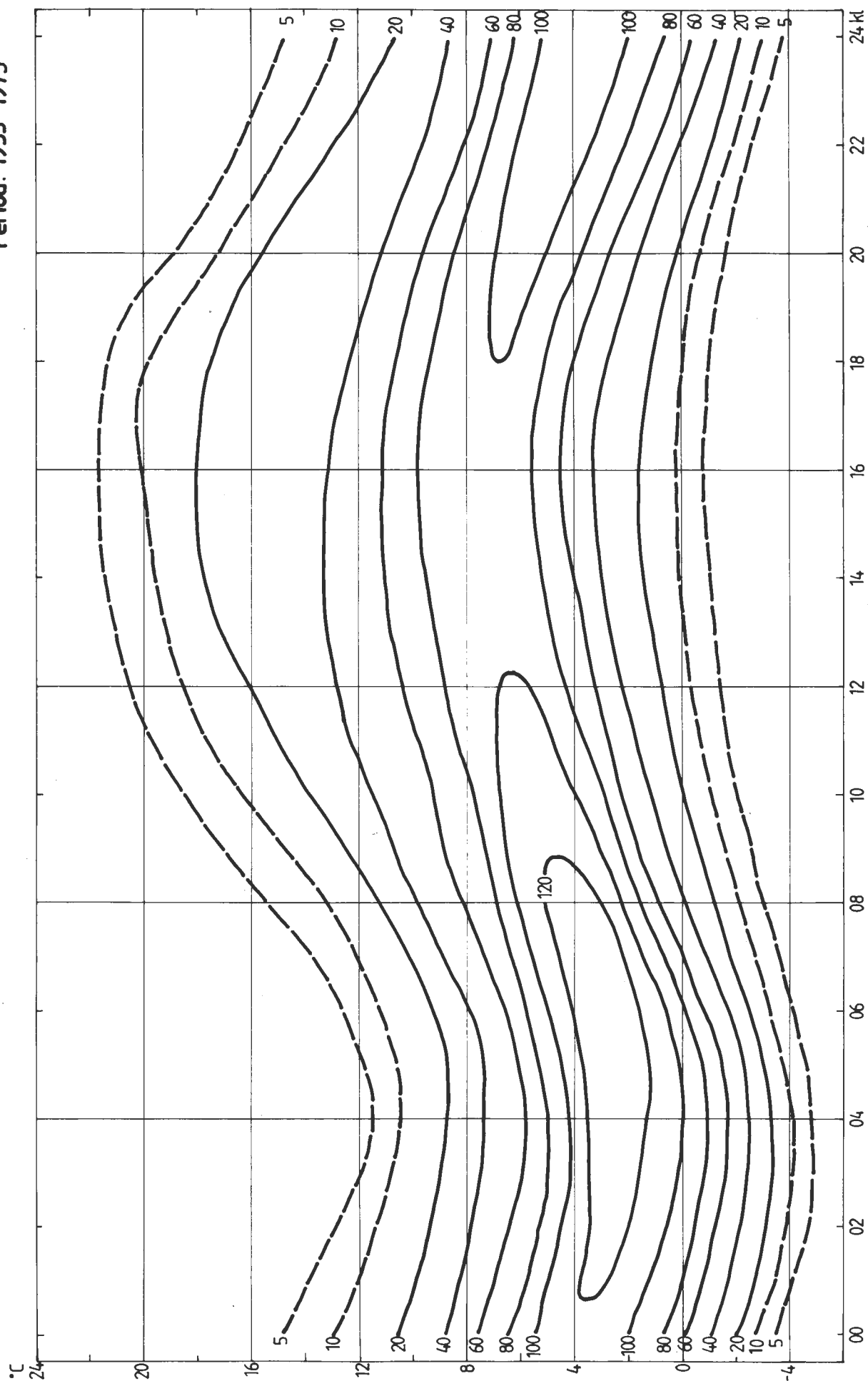




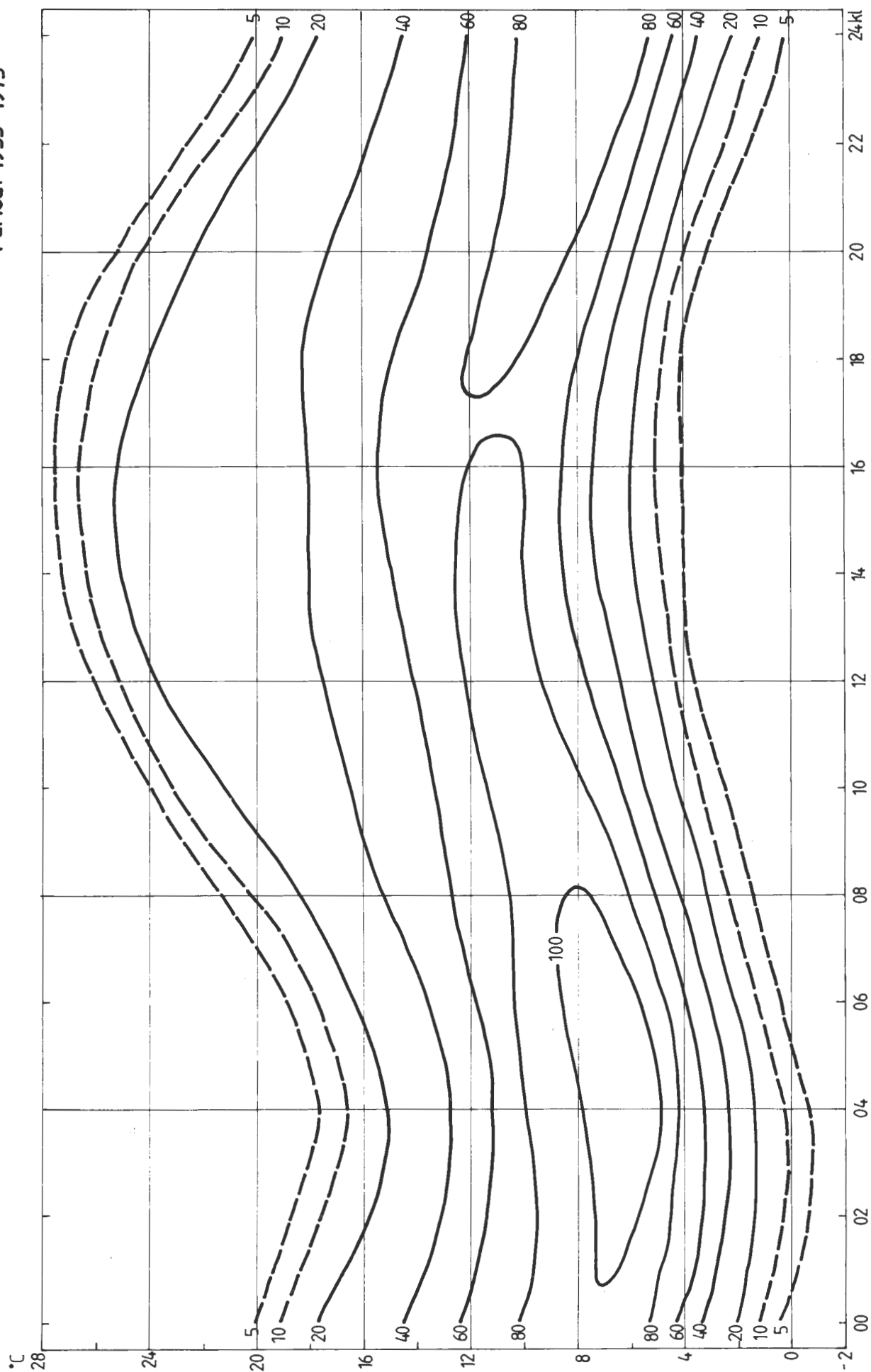
Frösön
April
Period: 1955-1975



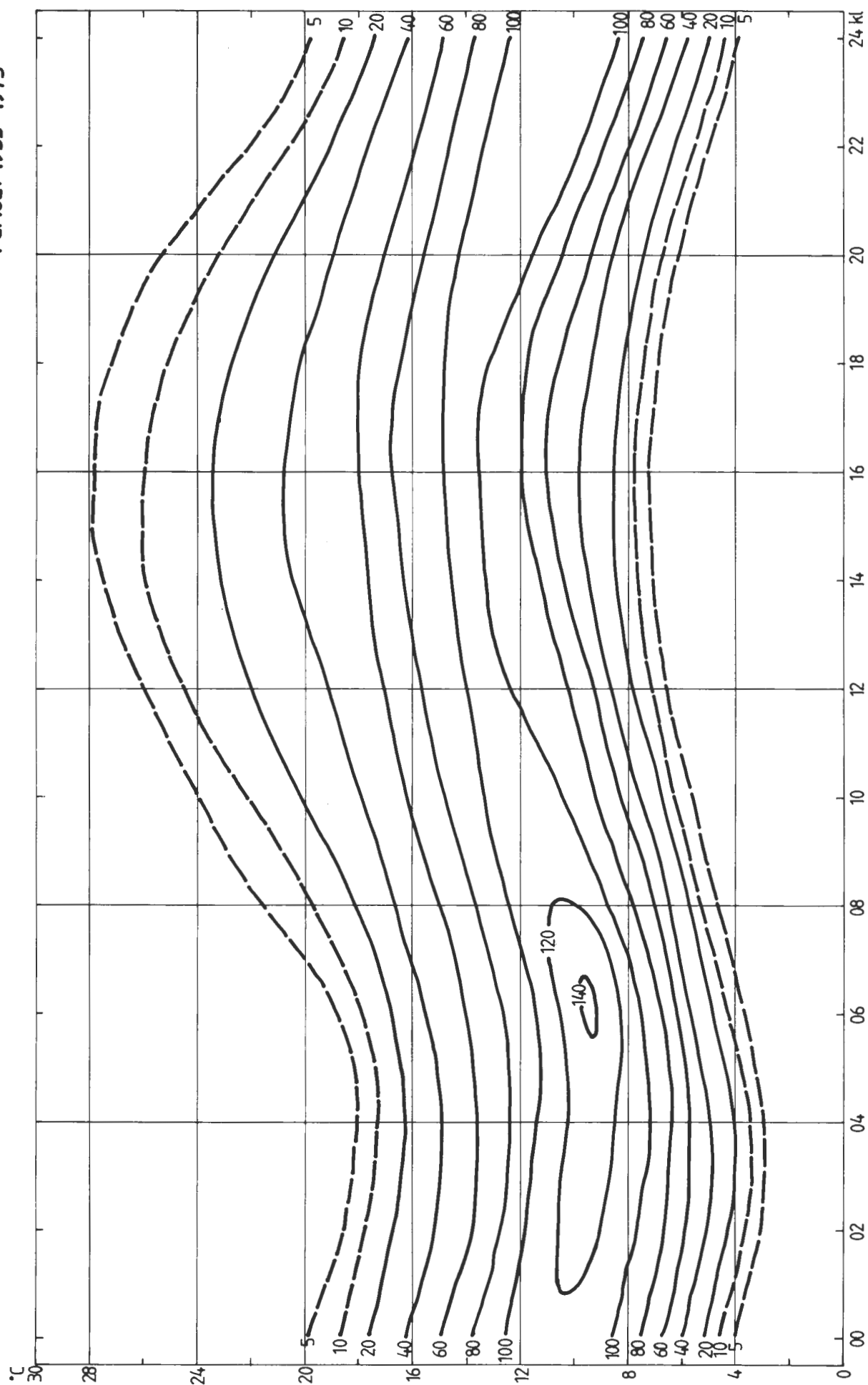
Frösön
Maj
Period: 1955-1975



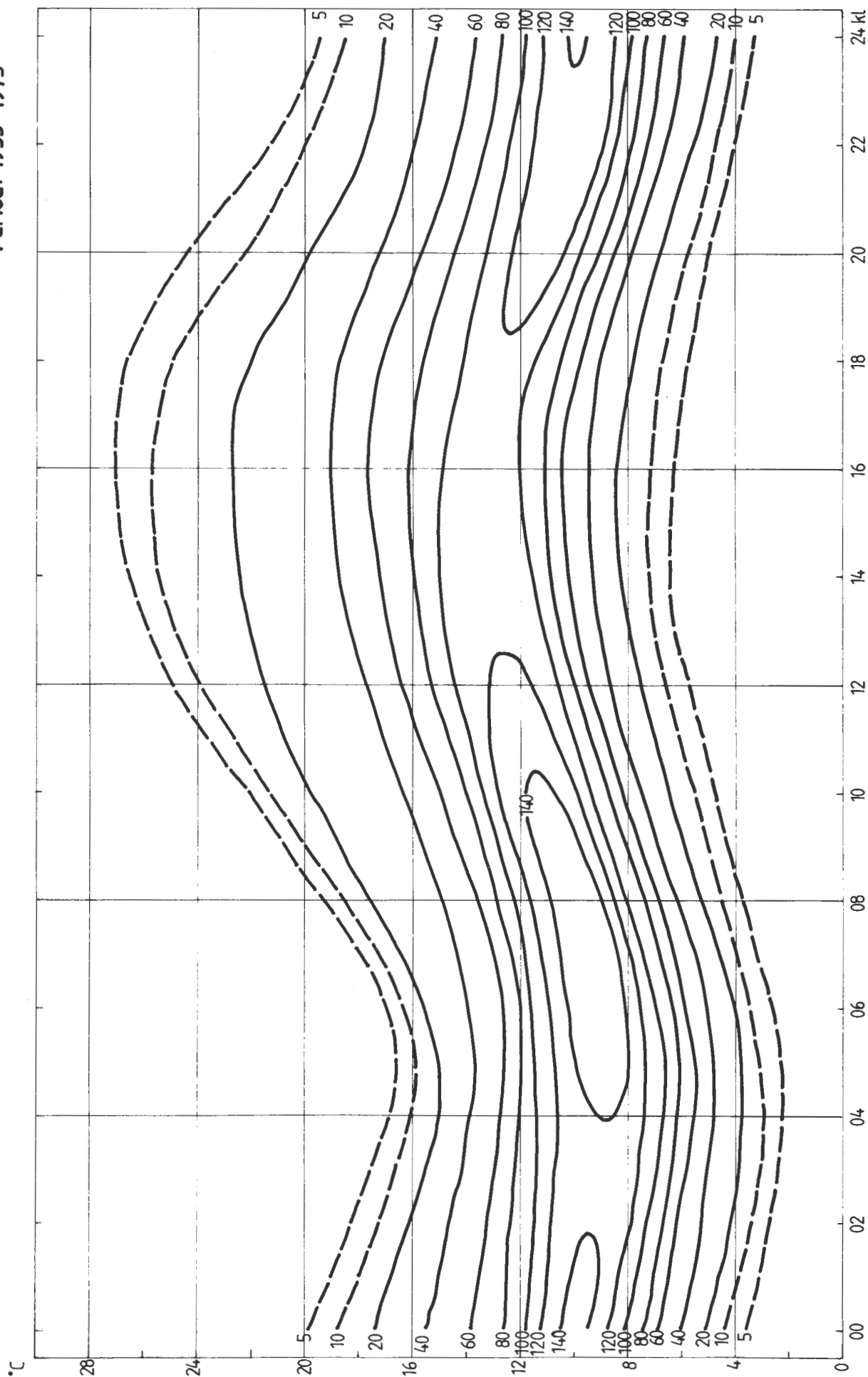
Frösön
Juni
Period: 1955-1975



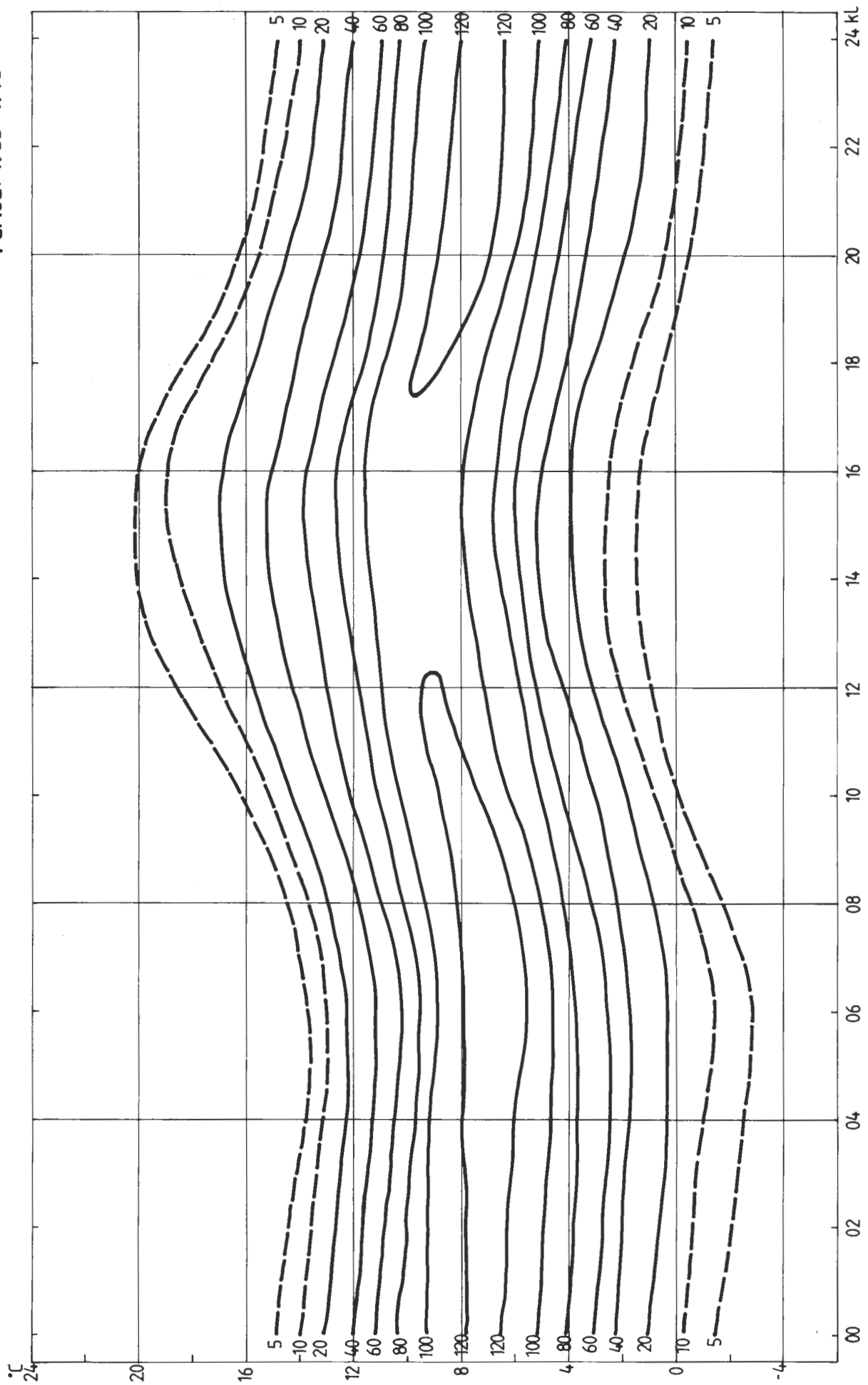
Frösön
Juli
Period: 1955-1975



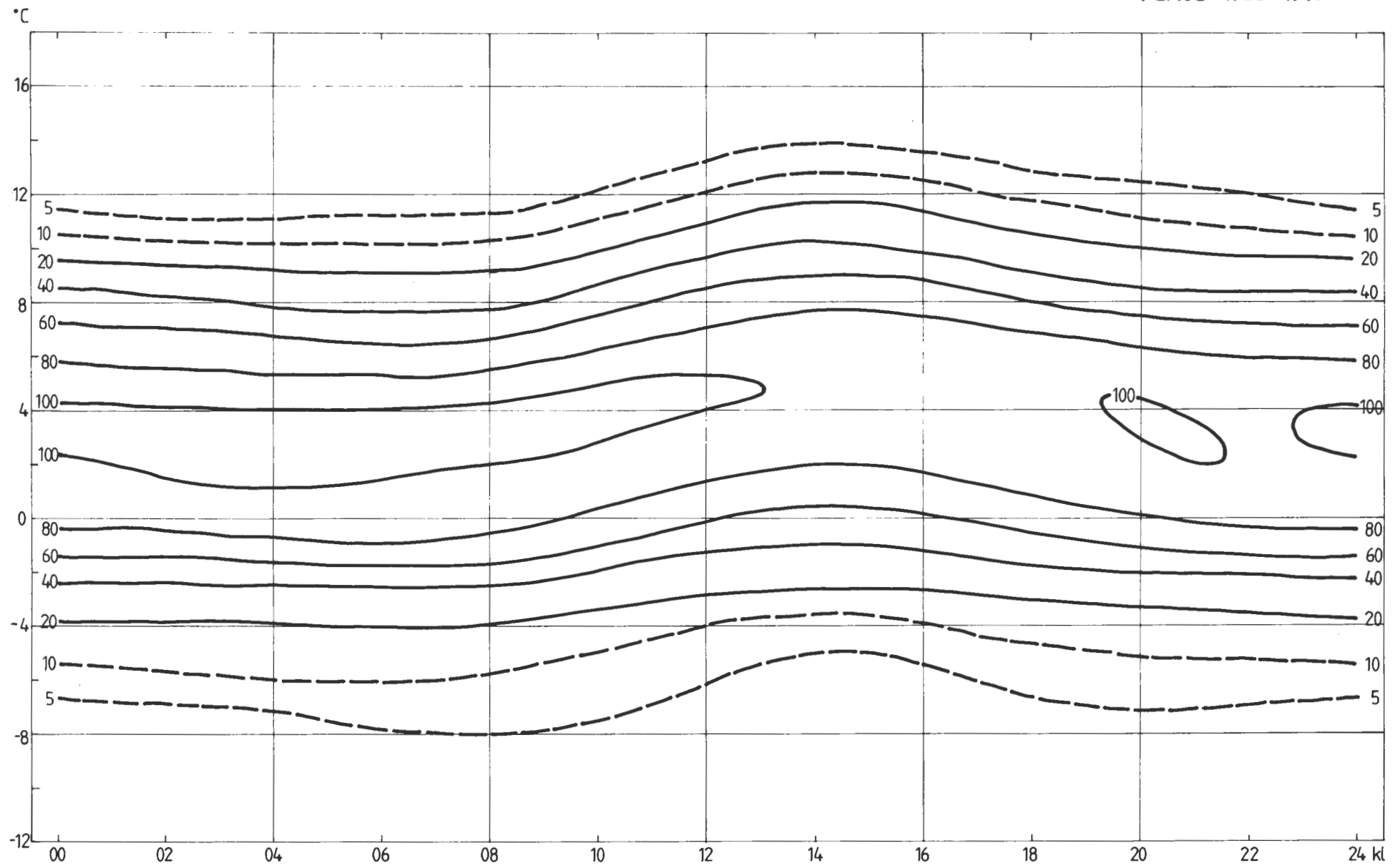
Frösön
Augusti
Period: 1955-1975



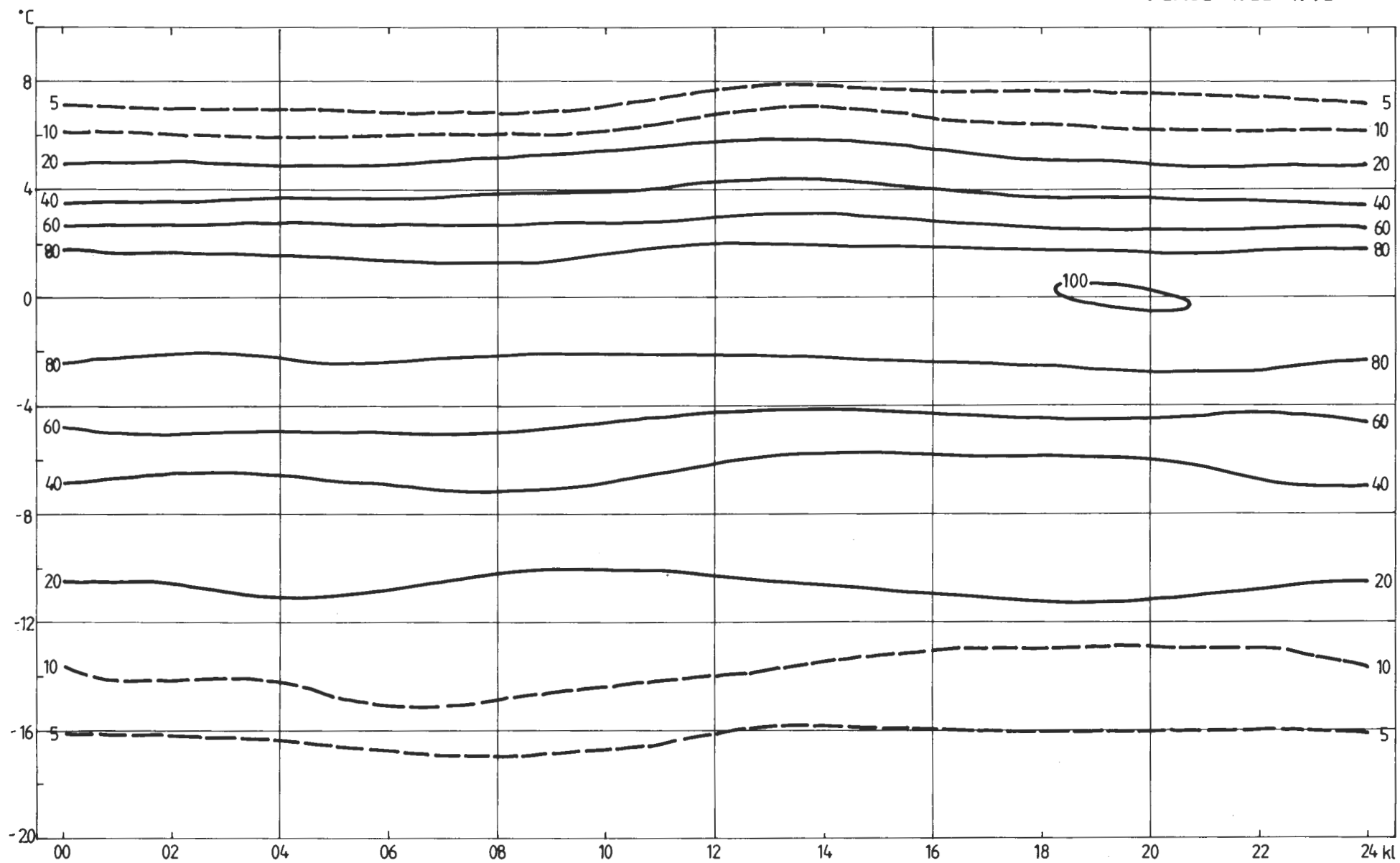
Frösön
September
Period: 1955-1975



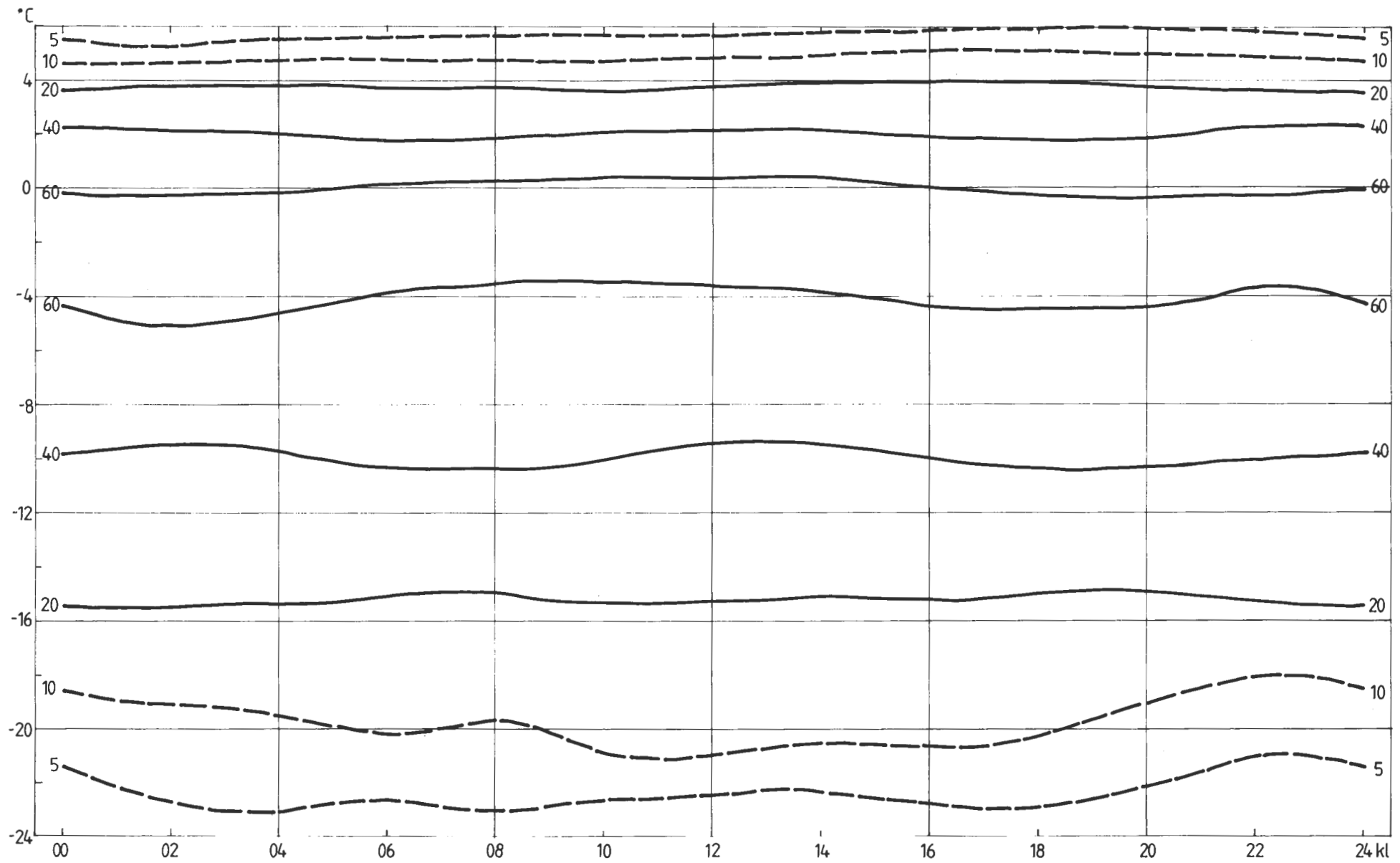
Frösön
Oktober
Period: 1955-1975



Frösön
November
Period: 1955-1975

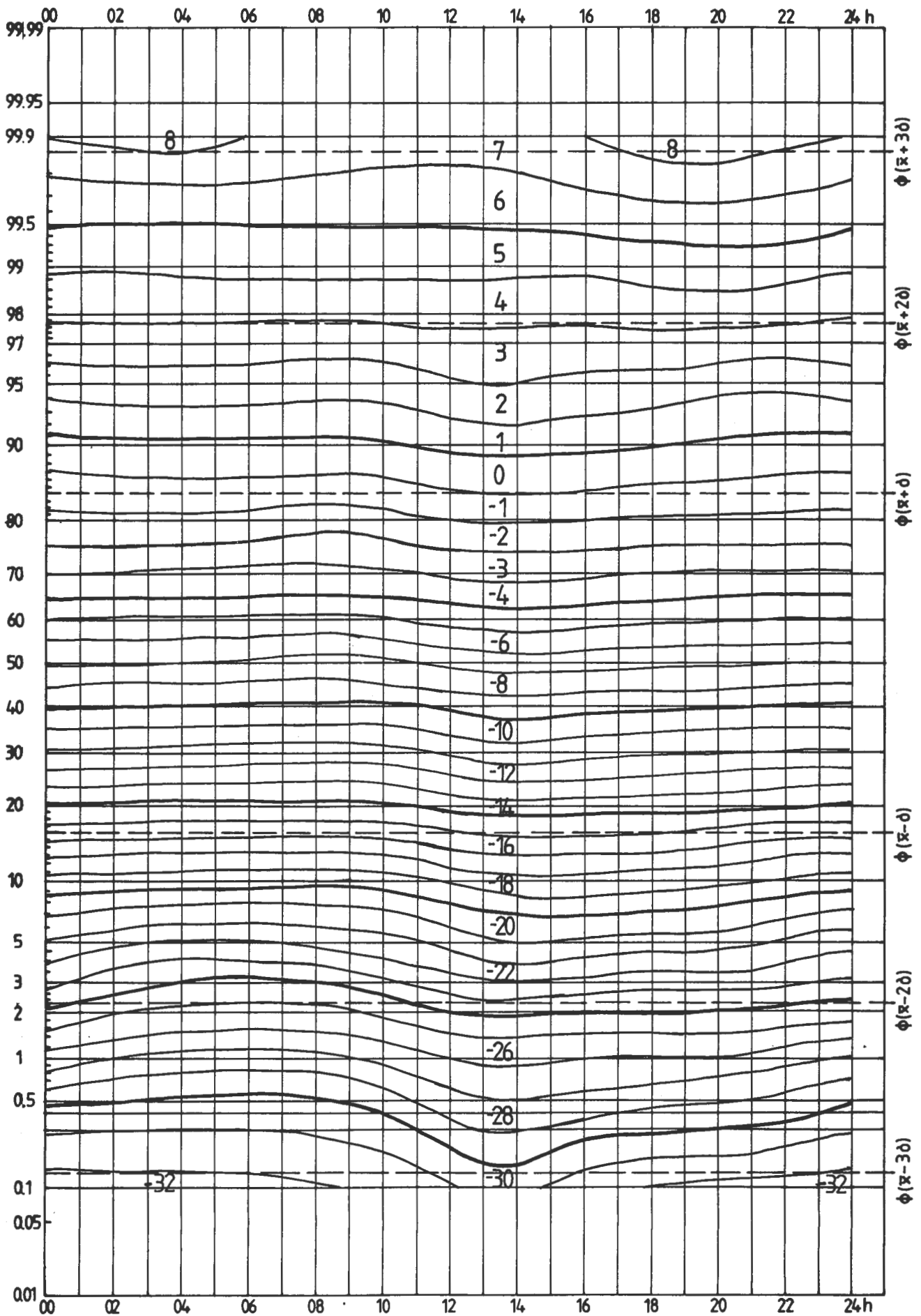


Frösön
December
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

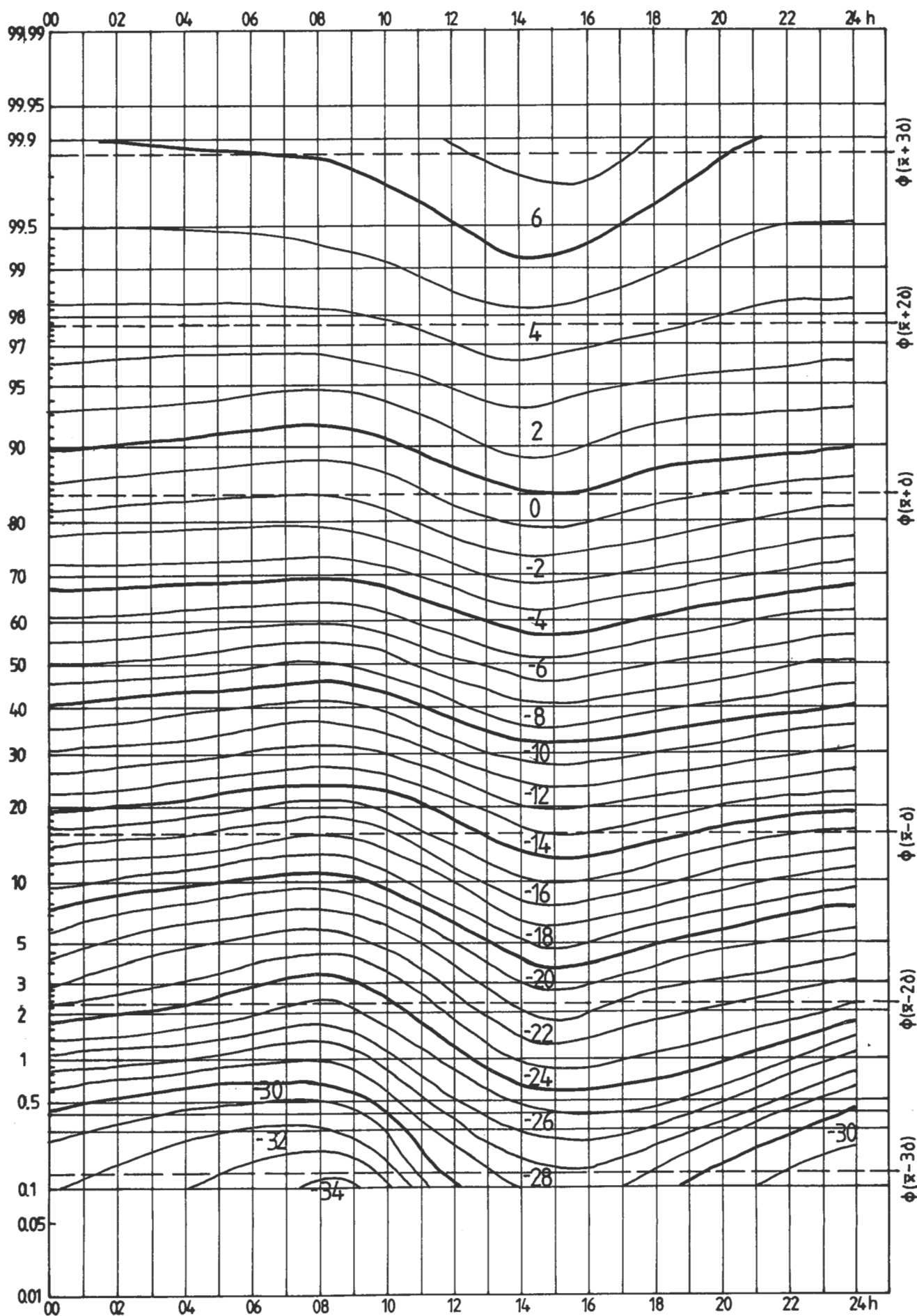
Frösön
Januari
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Frösön
Februari
Period: 1955-1975

33

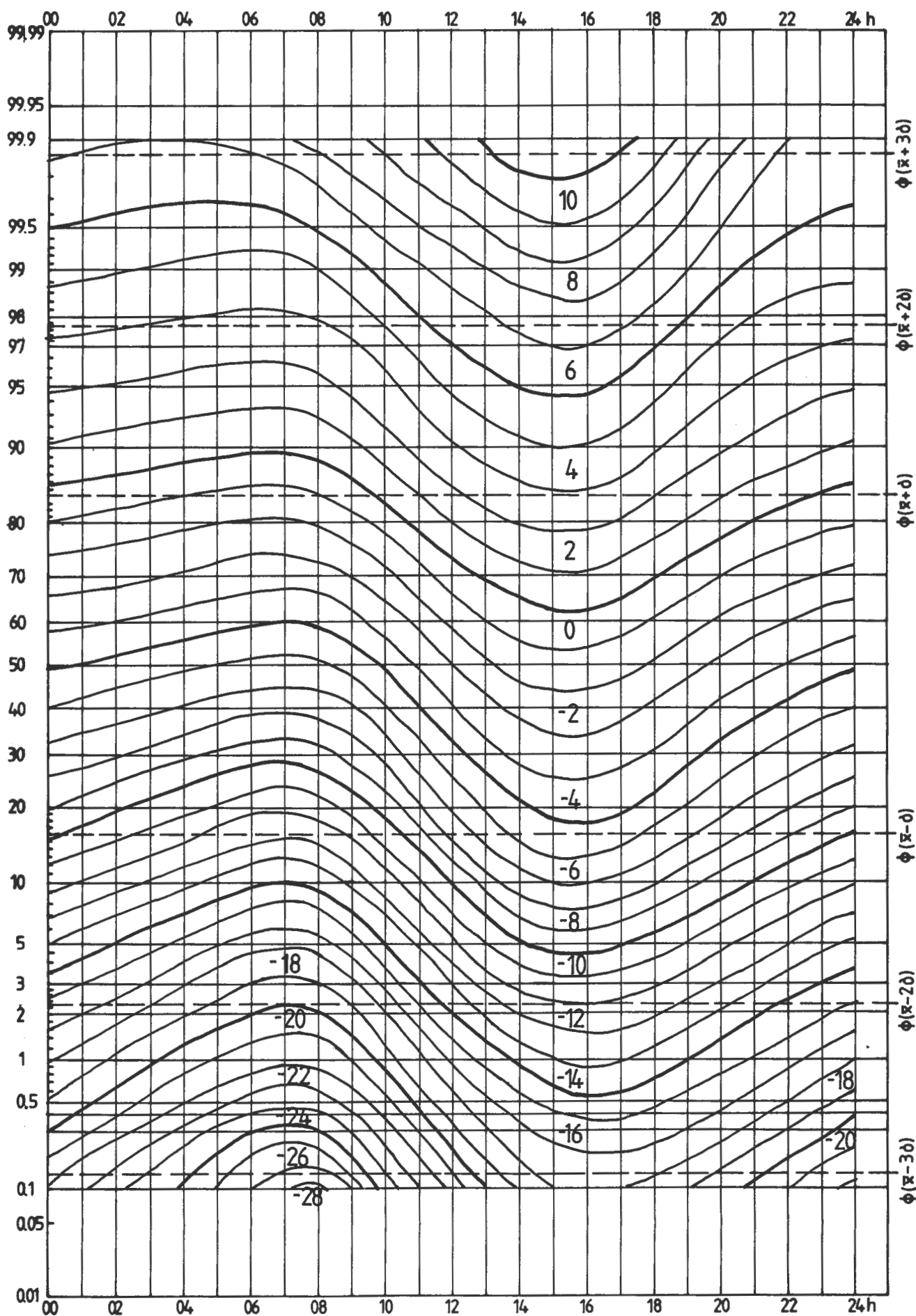


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Frösön

Mars

Period: 1955-1975



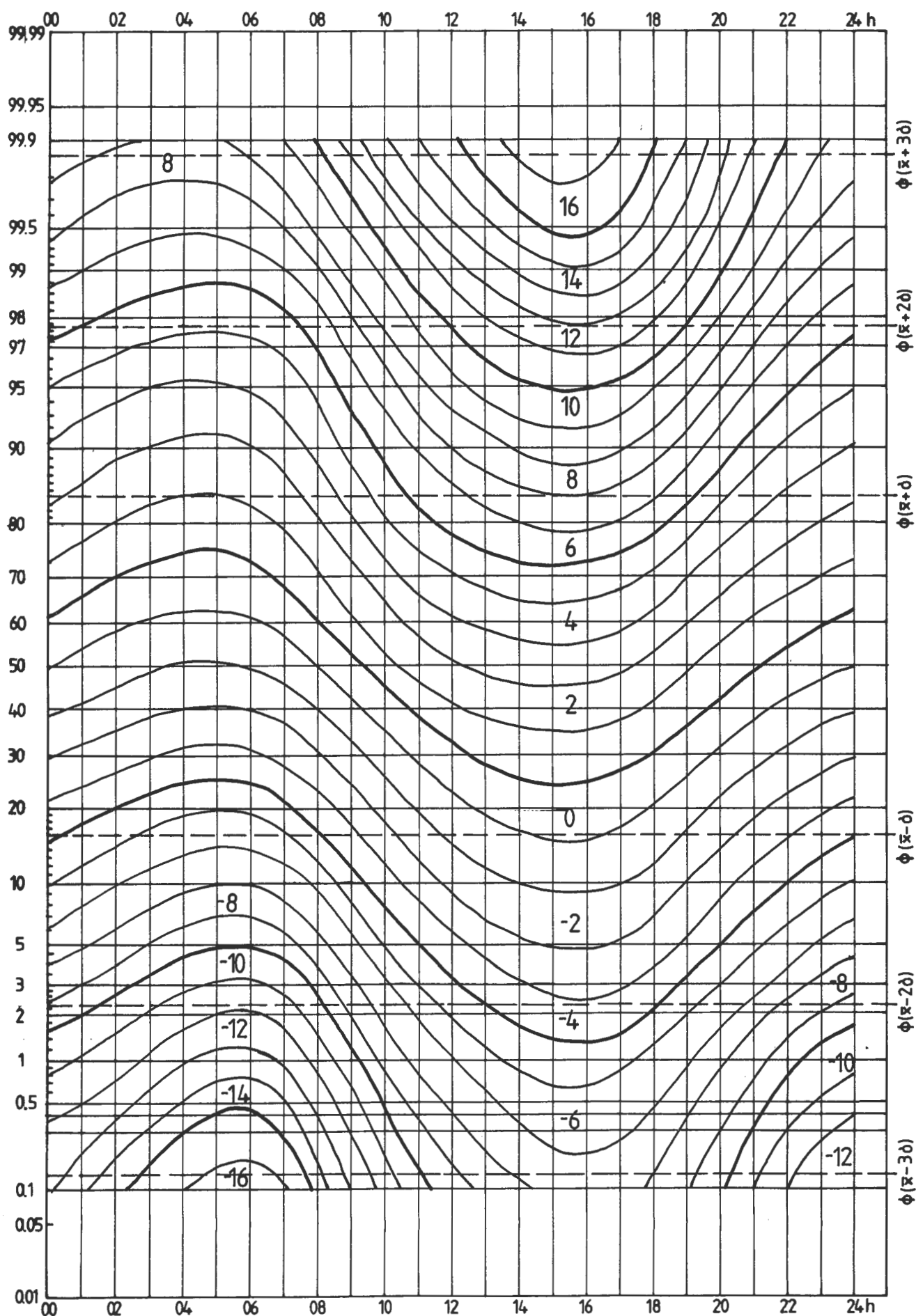
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Frösön

35

April

Period: 1955-1975

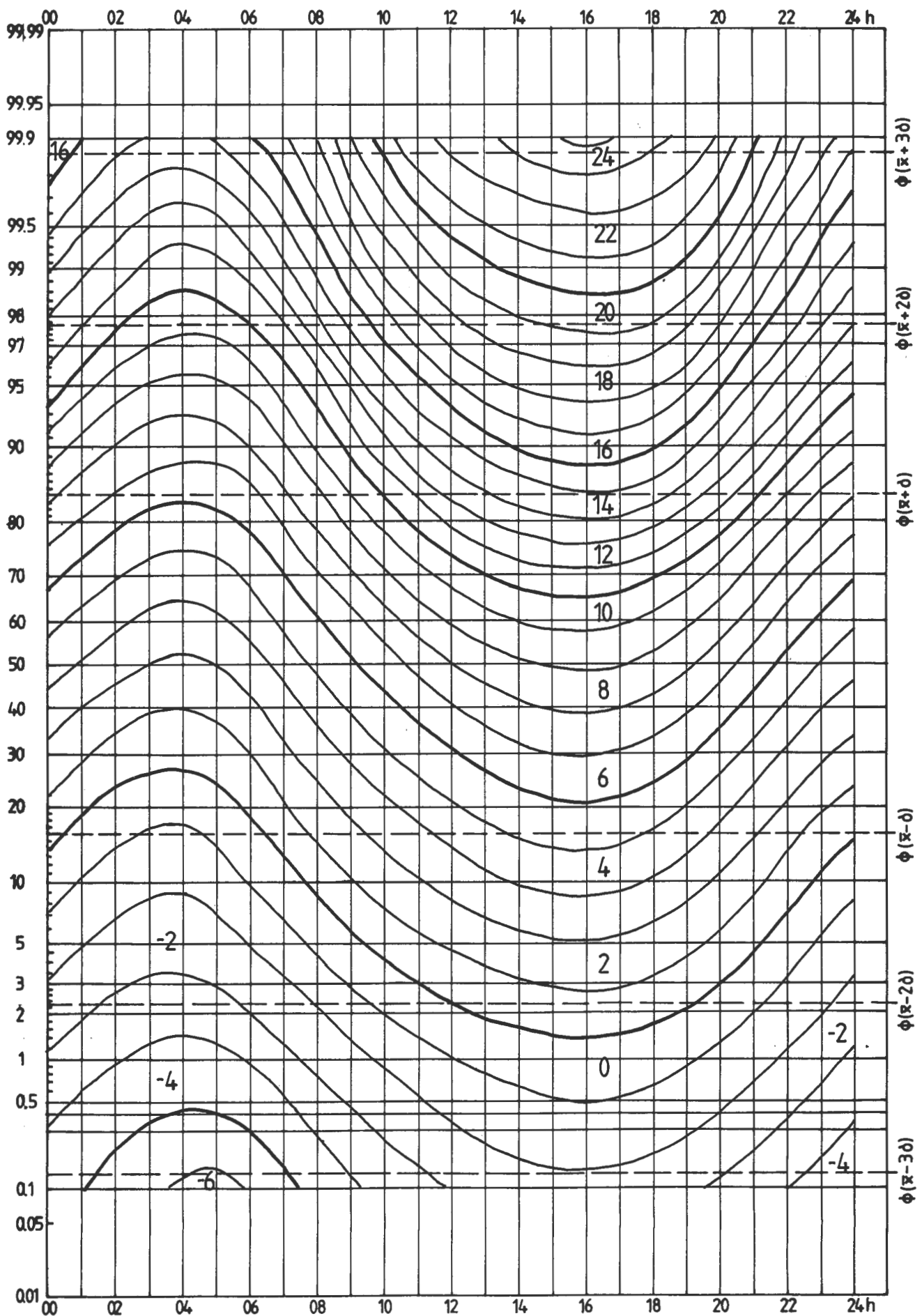


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Frösön

Maj

Period: 1955-1975



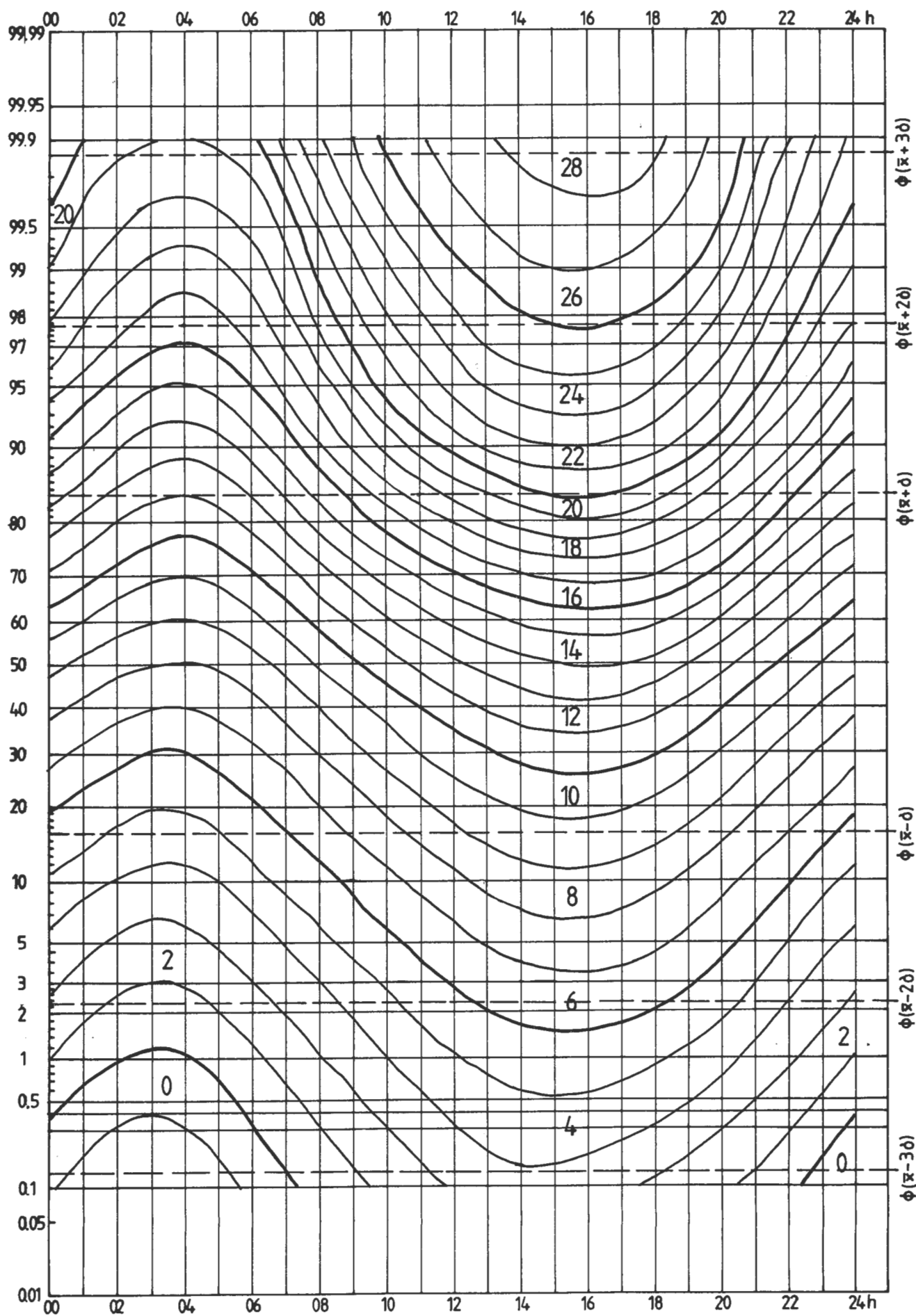
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Frösön

37

Juni

Period: 1955-1975

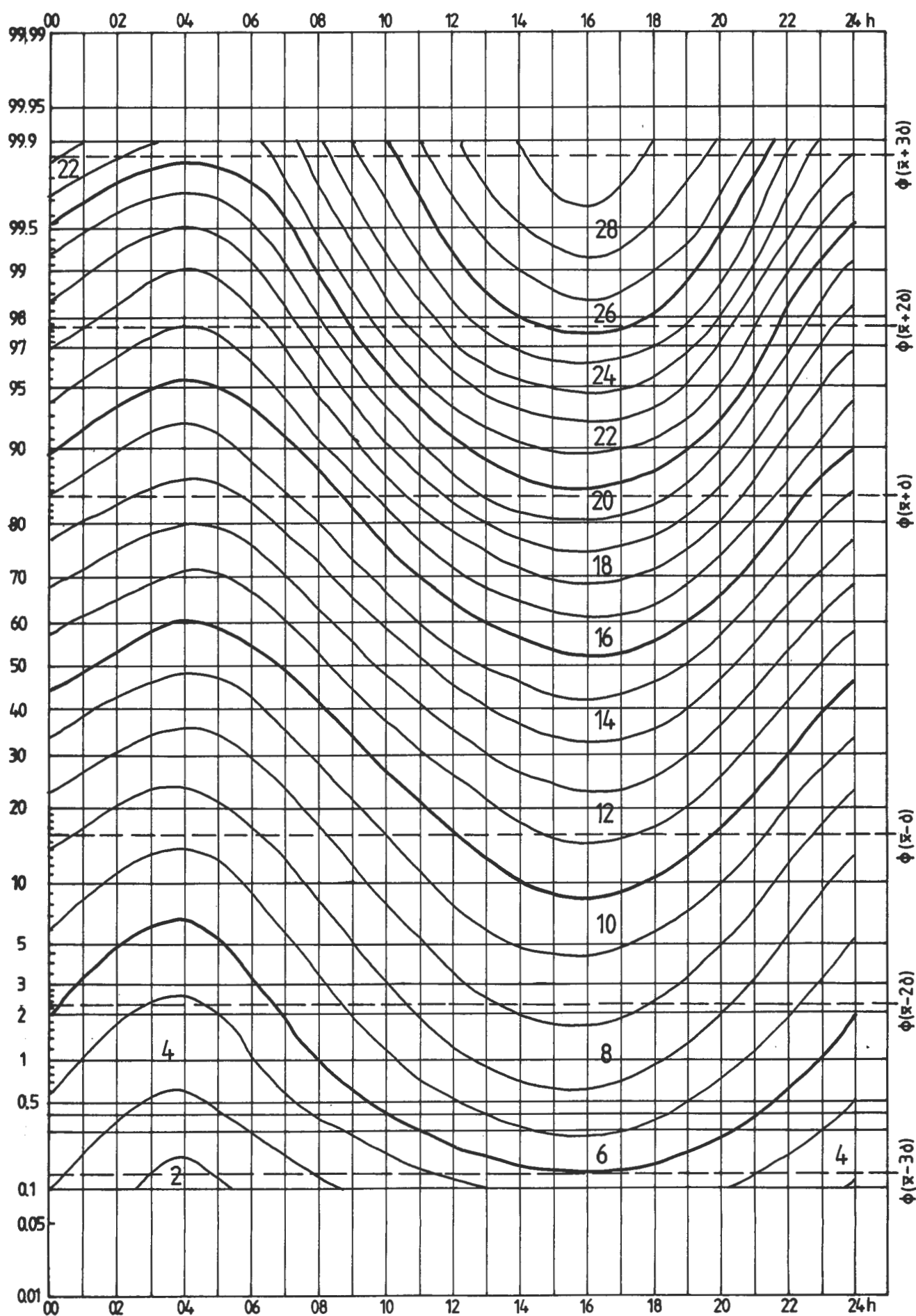


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Frösön

Juli

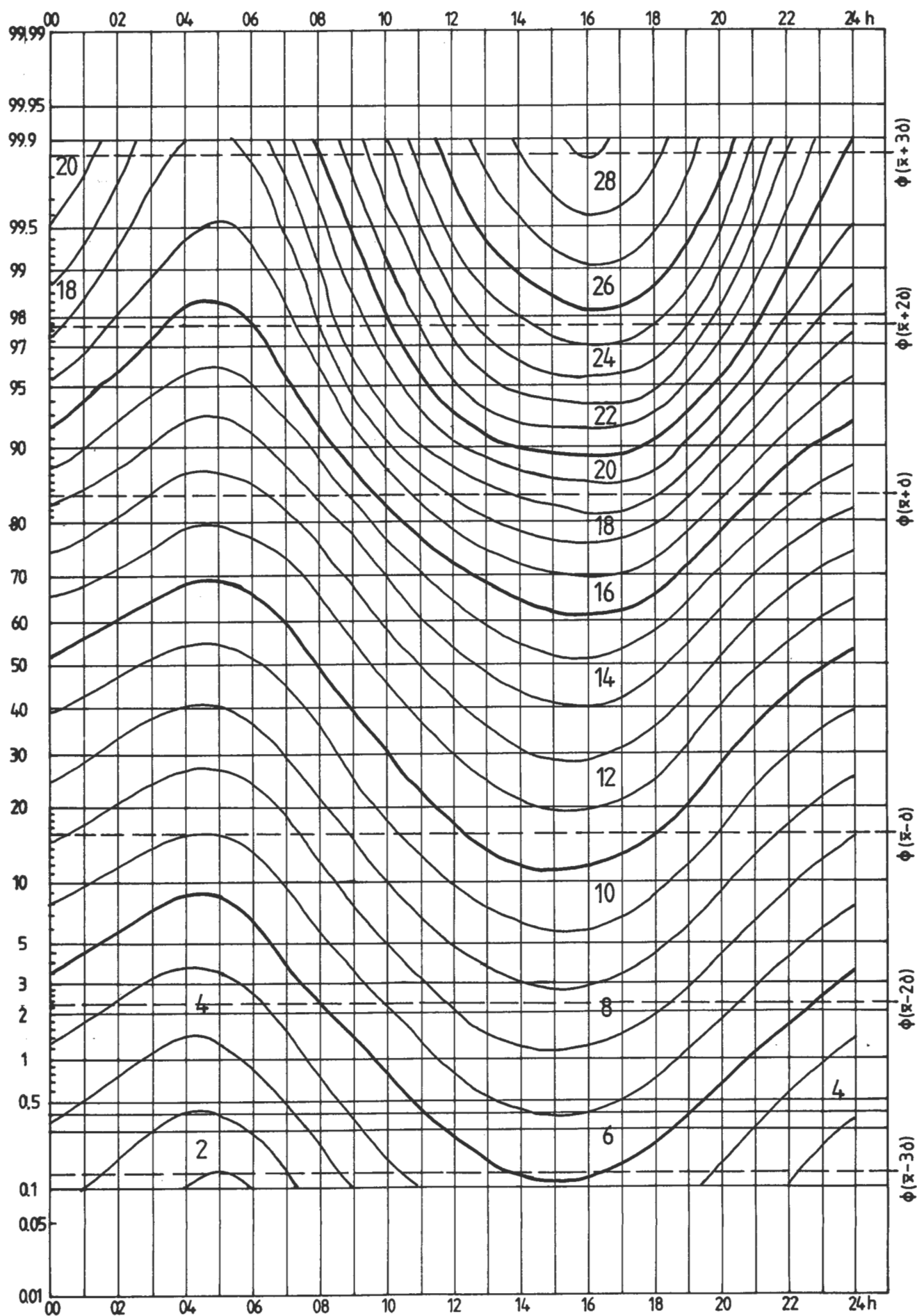
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

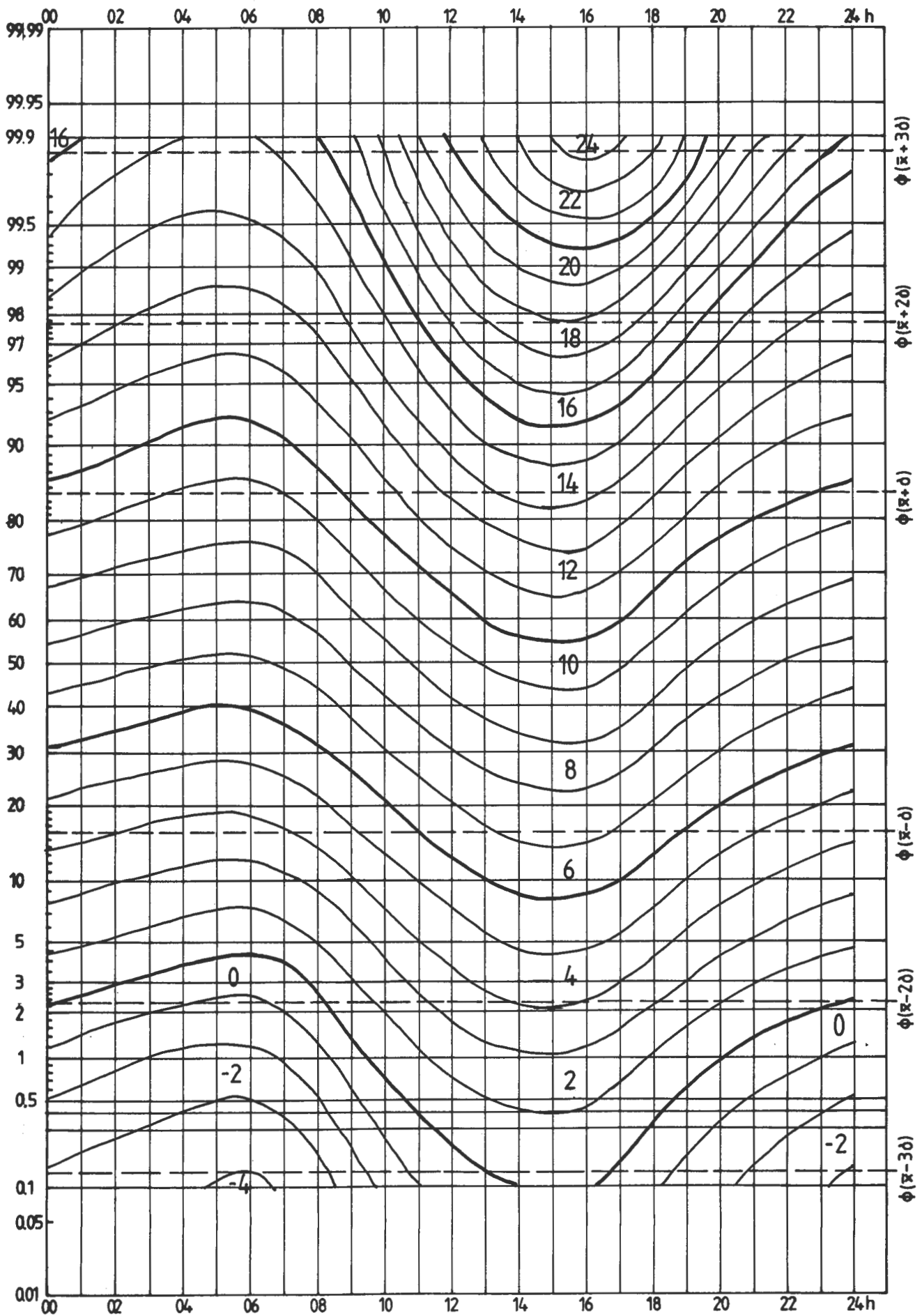
Frösön
Augusti
Period: 1955-1975

39



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

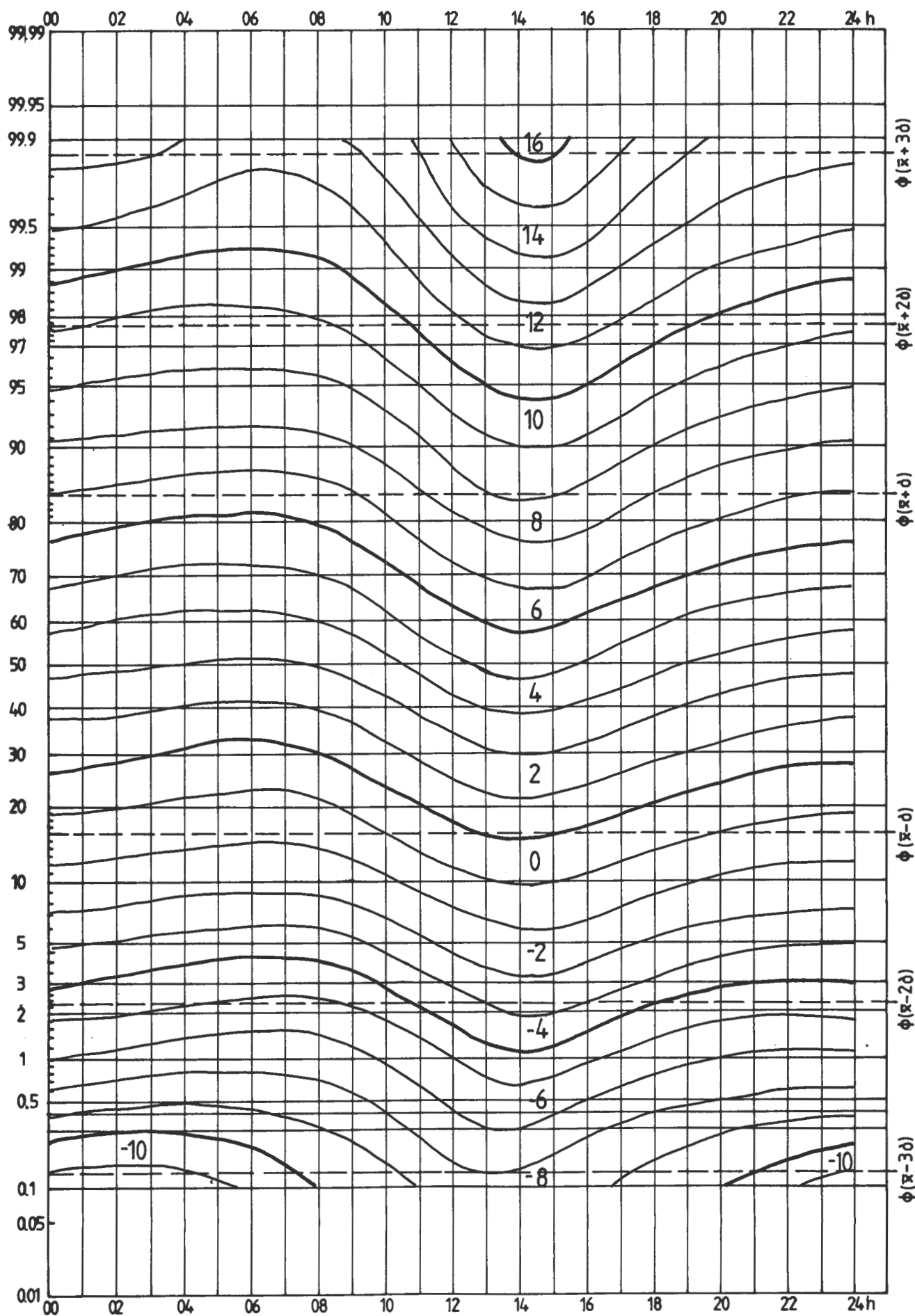
Frösön
September
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

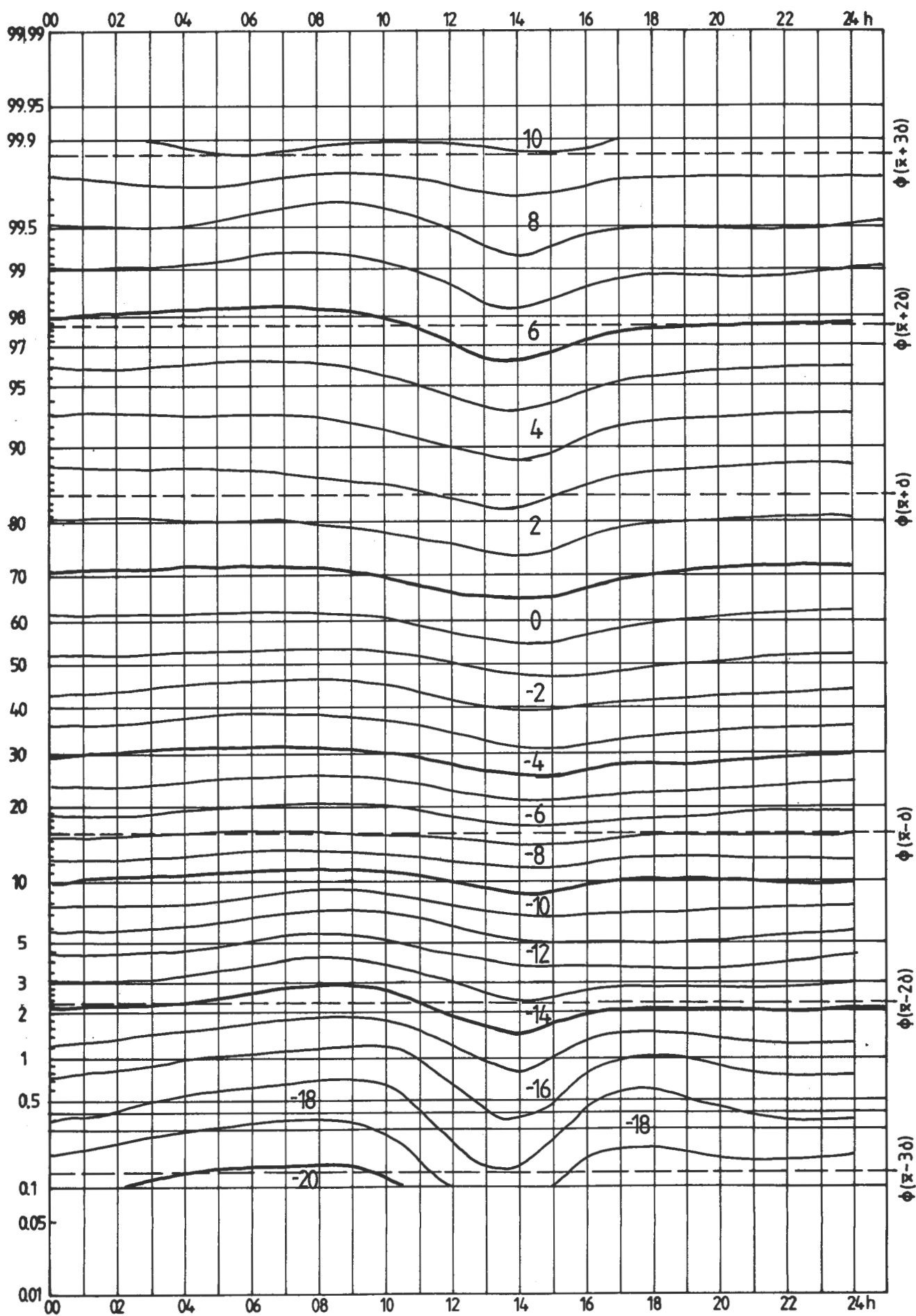
Frösön
Oktober
Period: 1955-1975

41



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

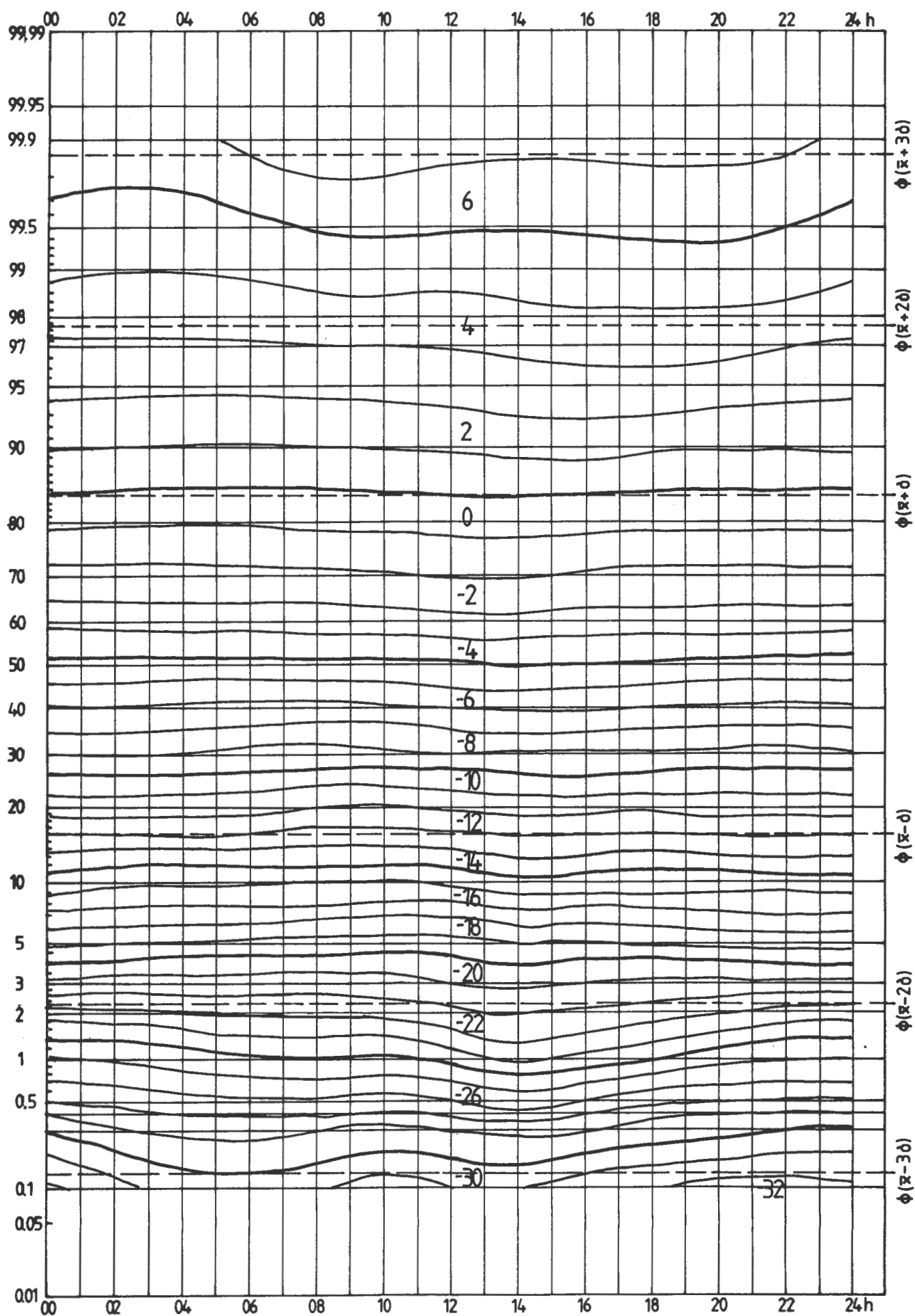
Frösön
November
Period: 1955-1975



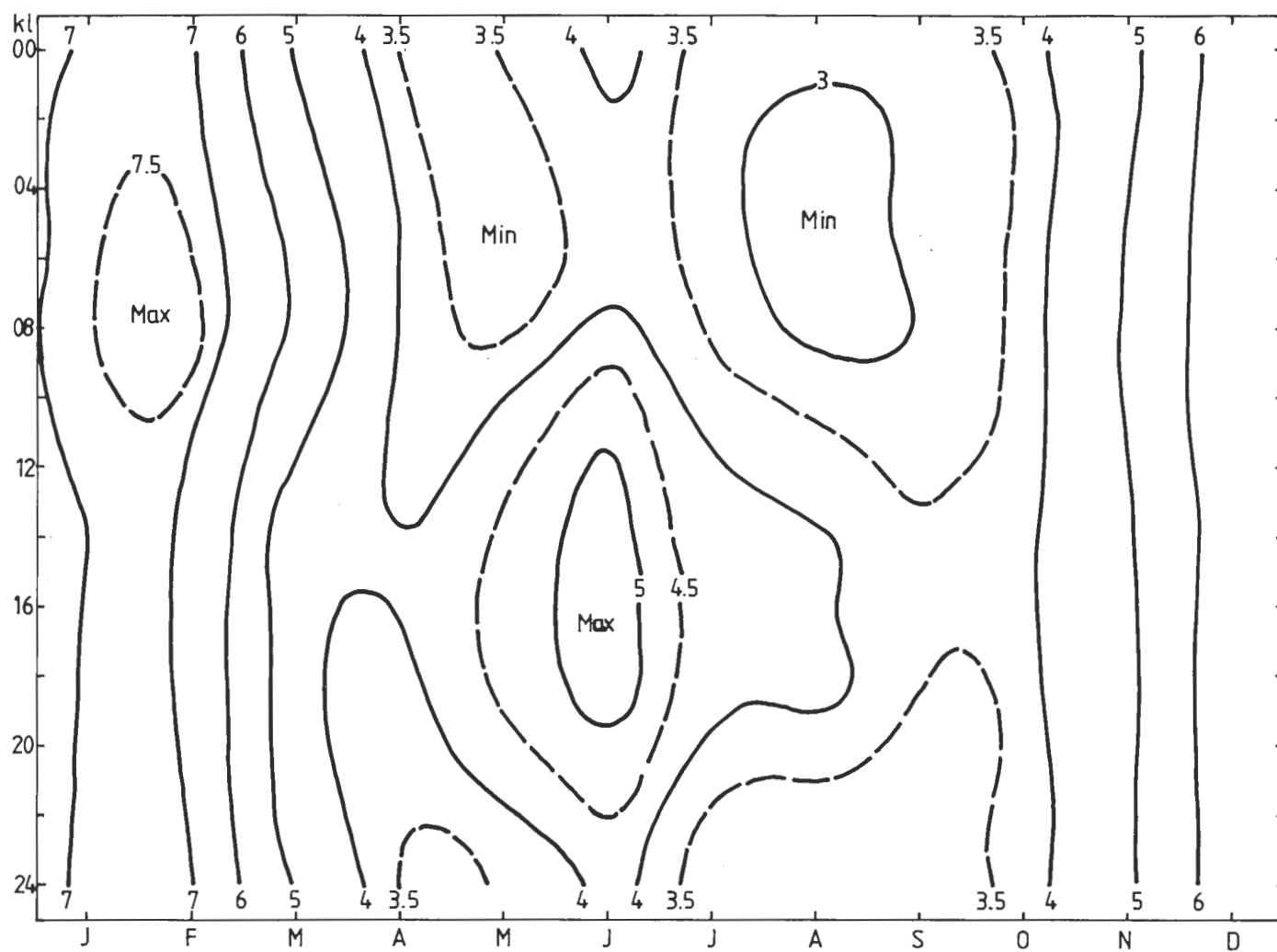
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Frösön
December
Period: 1955-1975

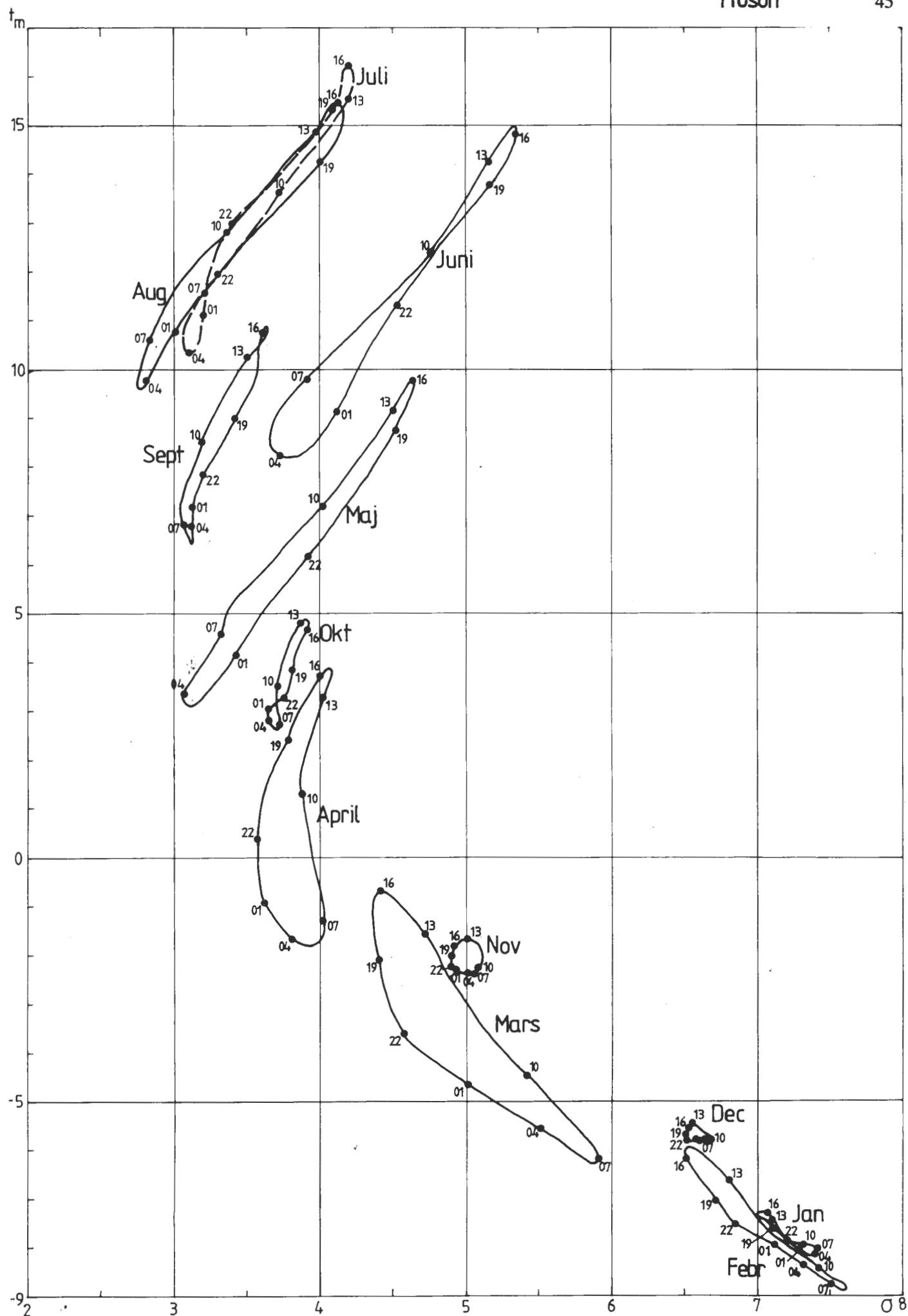
43



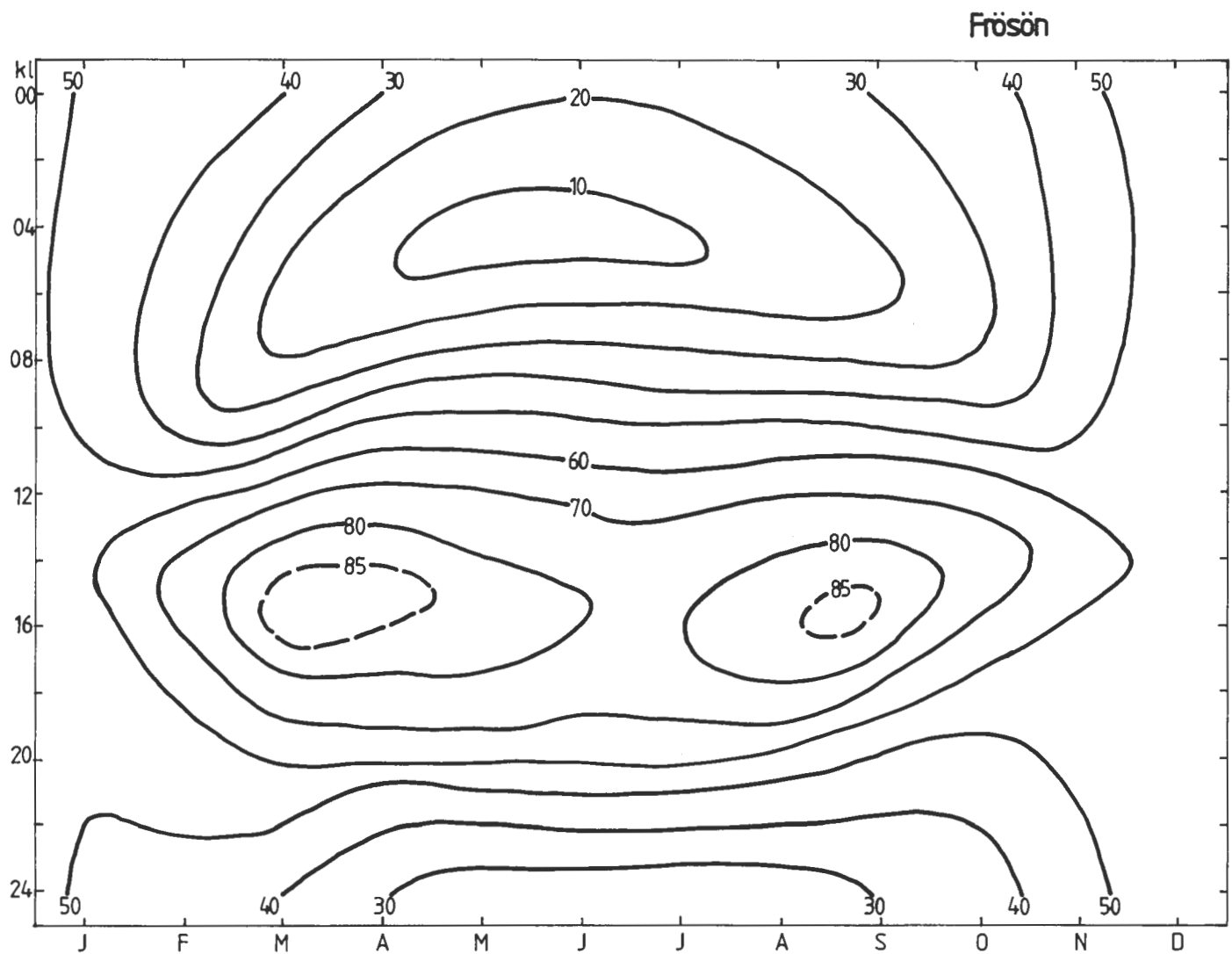
Frösön



Temperatures standardavvikelse som funktion av tiden på året (abskissa) och tiden på dygnet (ordinata).



Sammanhörande värden av medeltemperatur och standardavvikelse.



Värdet av k i uttrycket $k = \frac{t_{\tau y} - t_{ny}}{t_{xy} - t_{ny}}$

där $t_{\tau y}$ = medeltemperaturen kl τ under månad y

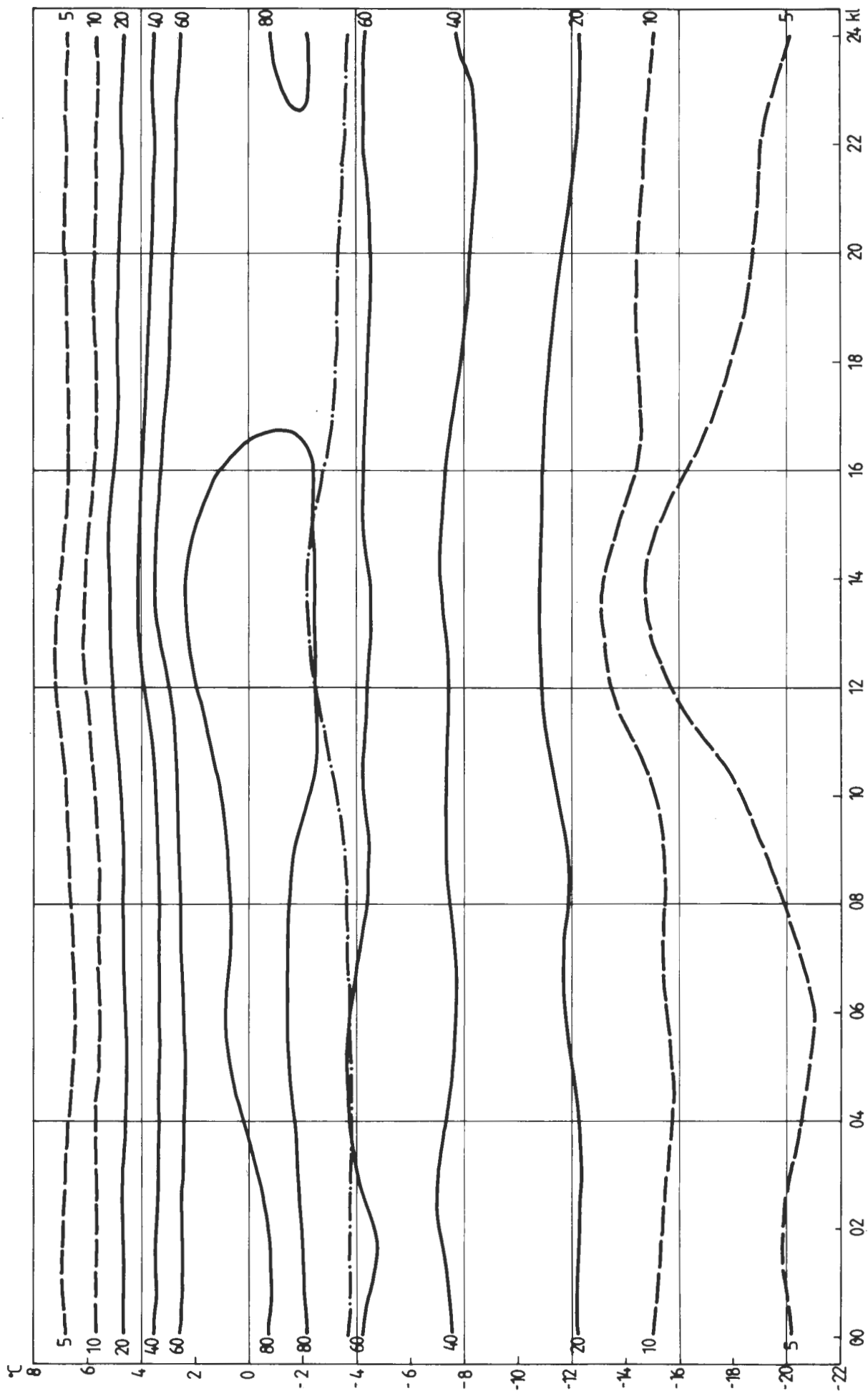
t_{xy} = medelvärde av dygnsmaximitemperaturen under månad y

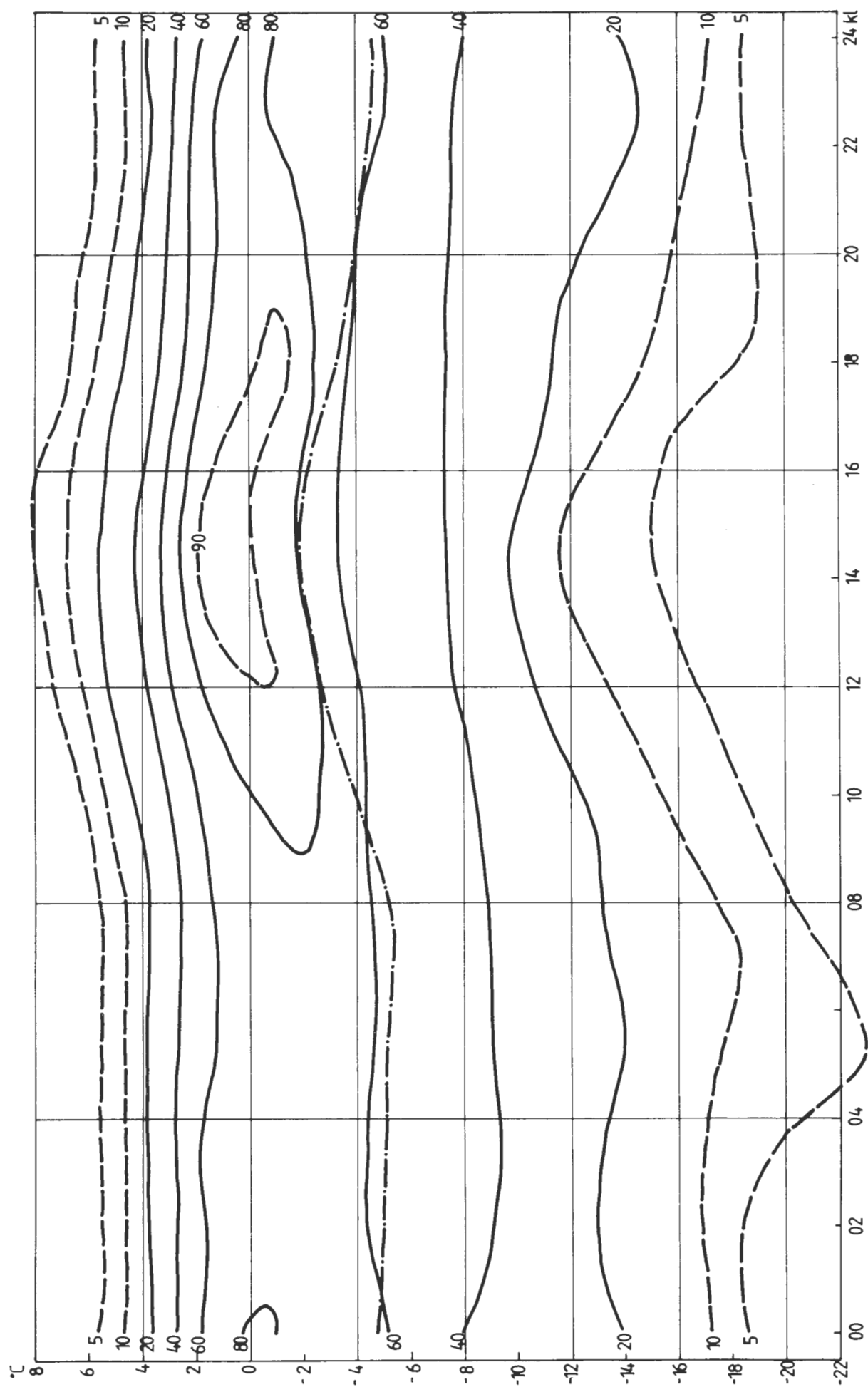
t_{ny} = medelvärde av dygnsminimitemperaturen under månad y

STOCKHOLM—BROMMA 1955-75

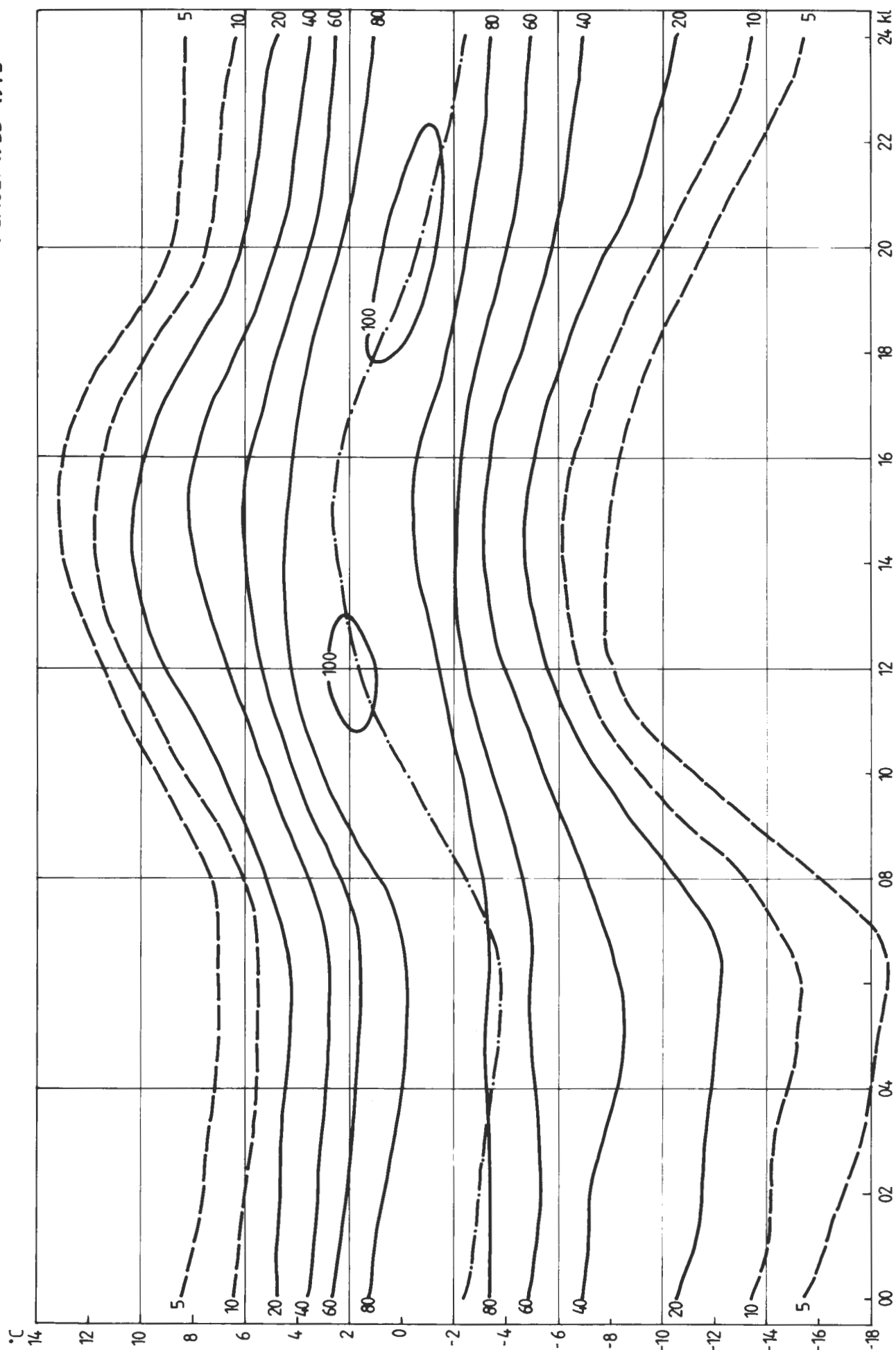


Sthlm-Bromma
Januari
Period: 1955-1975

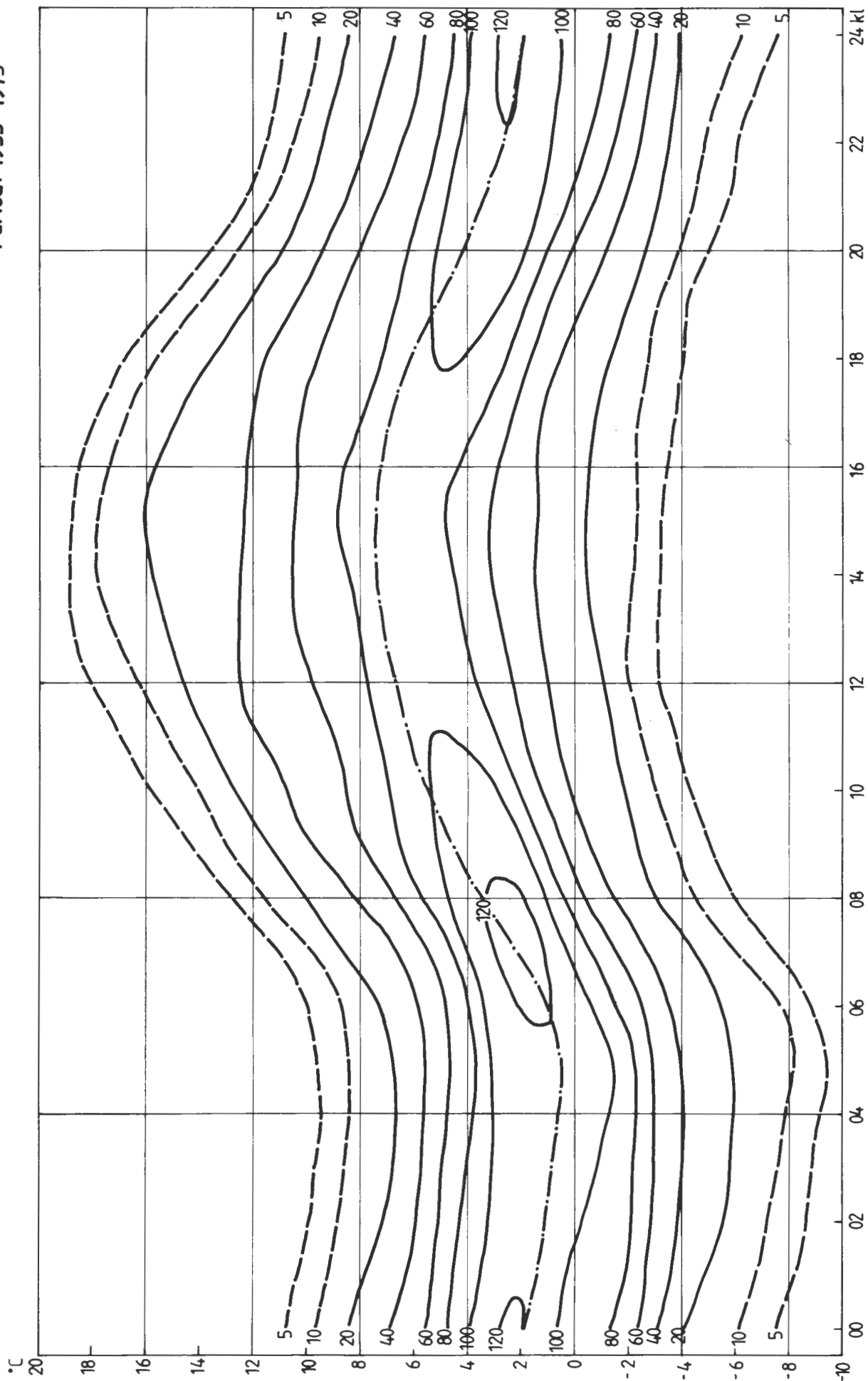




Sthlm-Bromma
Mars
Period: 1955-1975

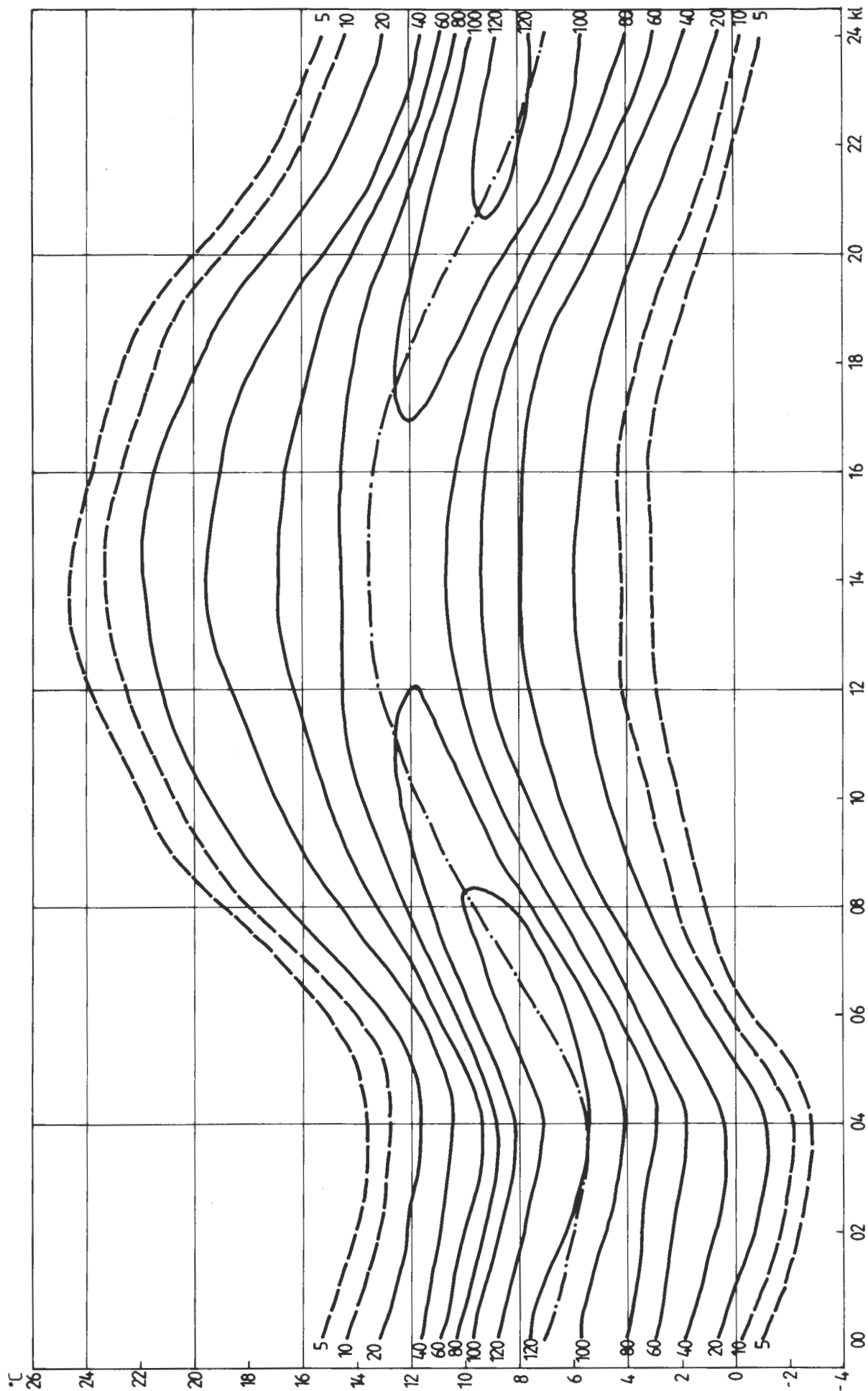


Sthlm-Bromma
 April
 Period: 1955-1975

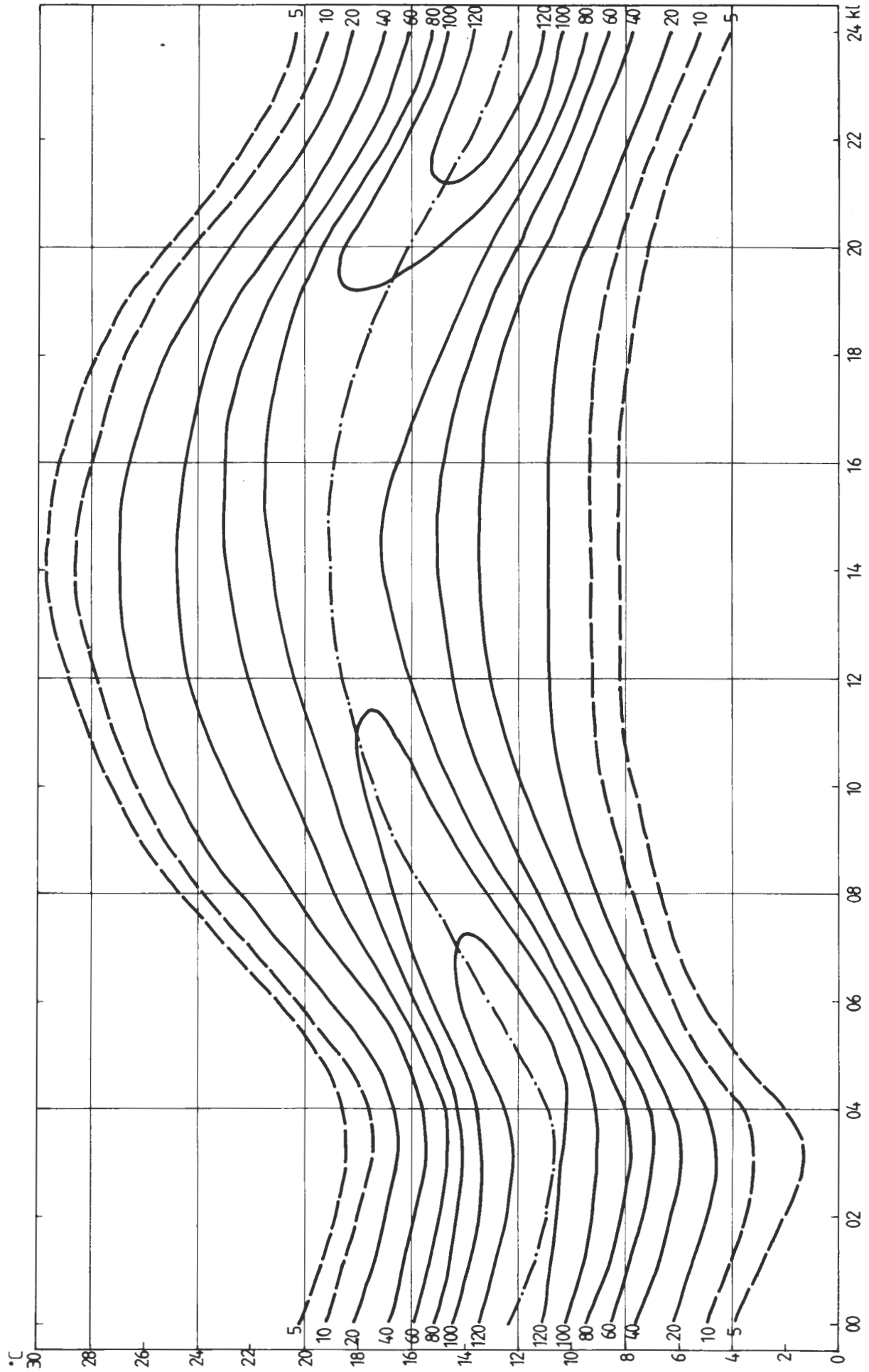


Sthlm-Bromma
Maj

Period: 1955-1975



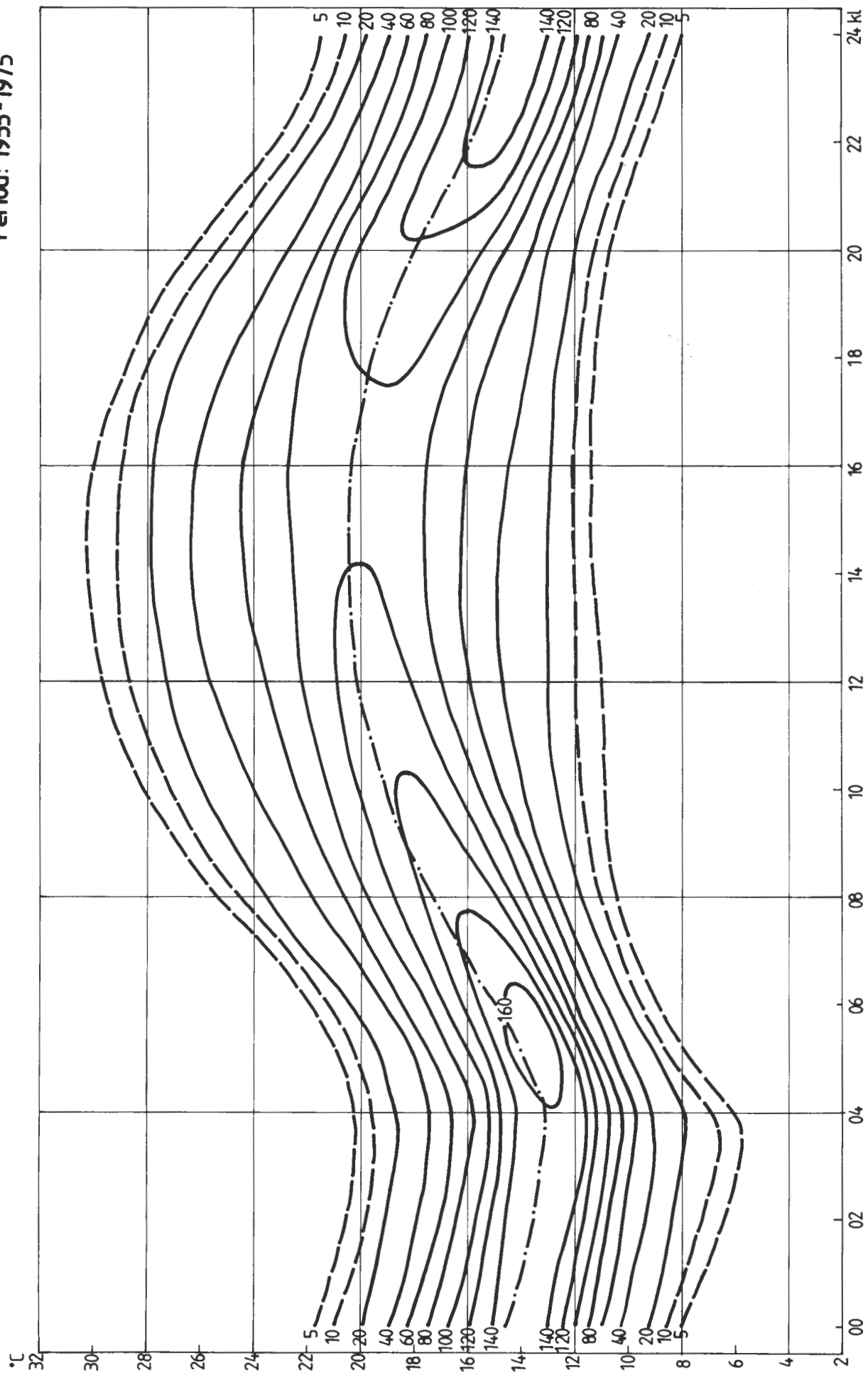
Sthlm - Bromma
Juni
Period: 1955-1975



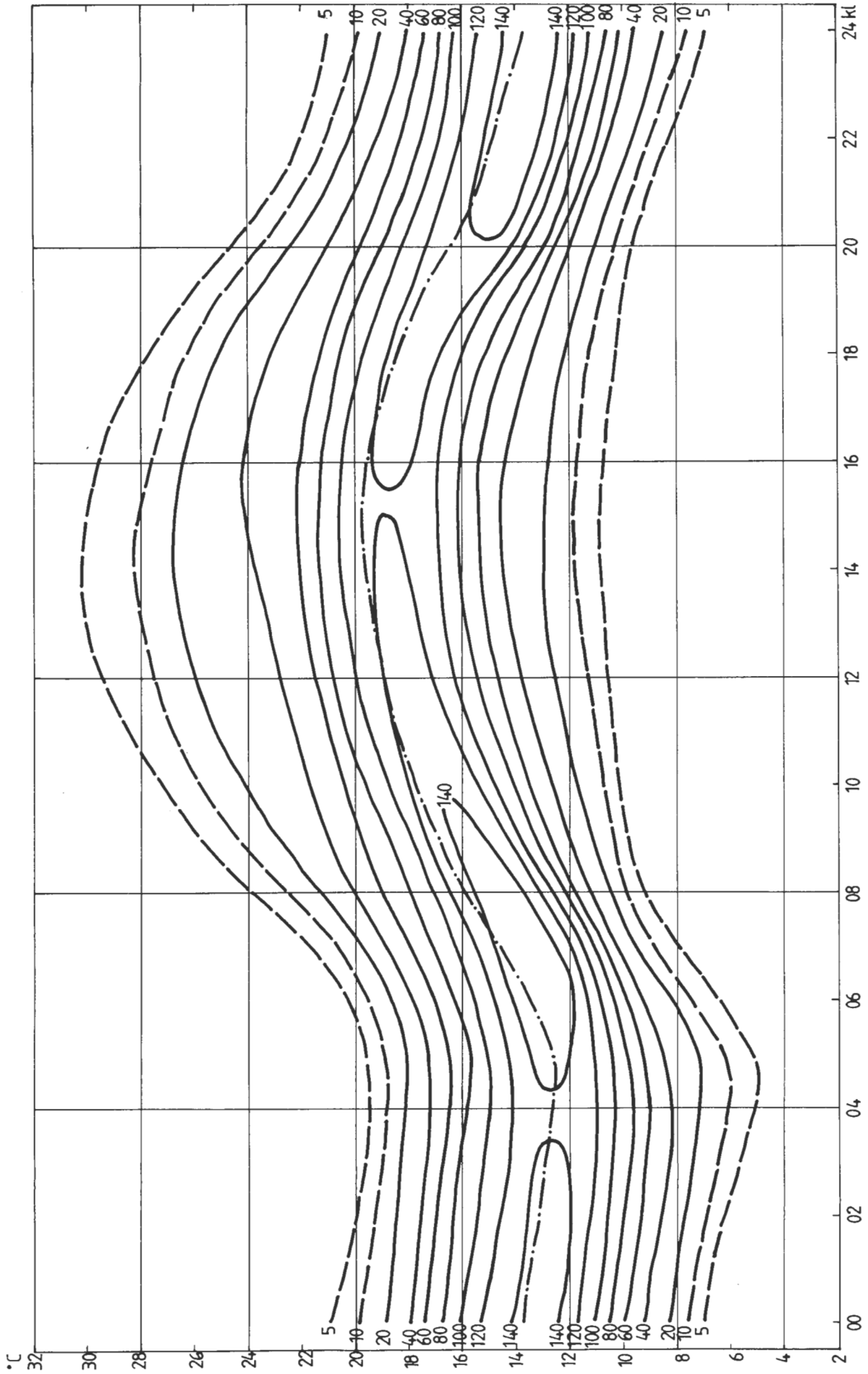
Sthlm - Bromma

Juli

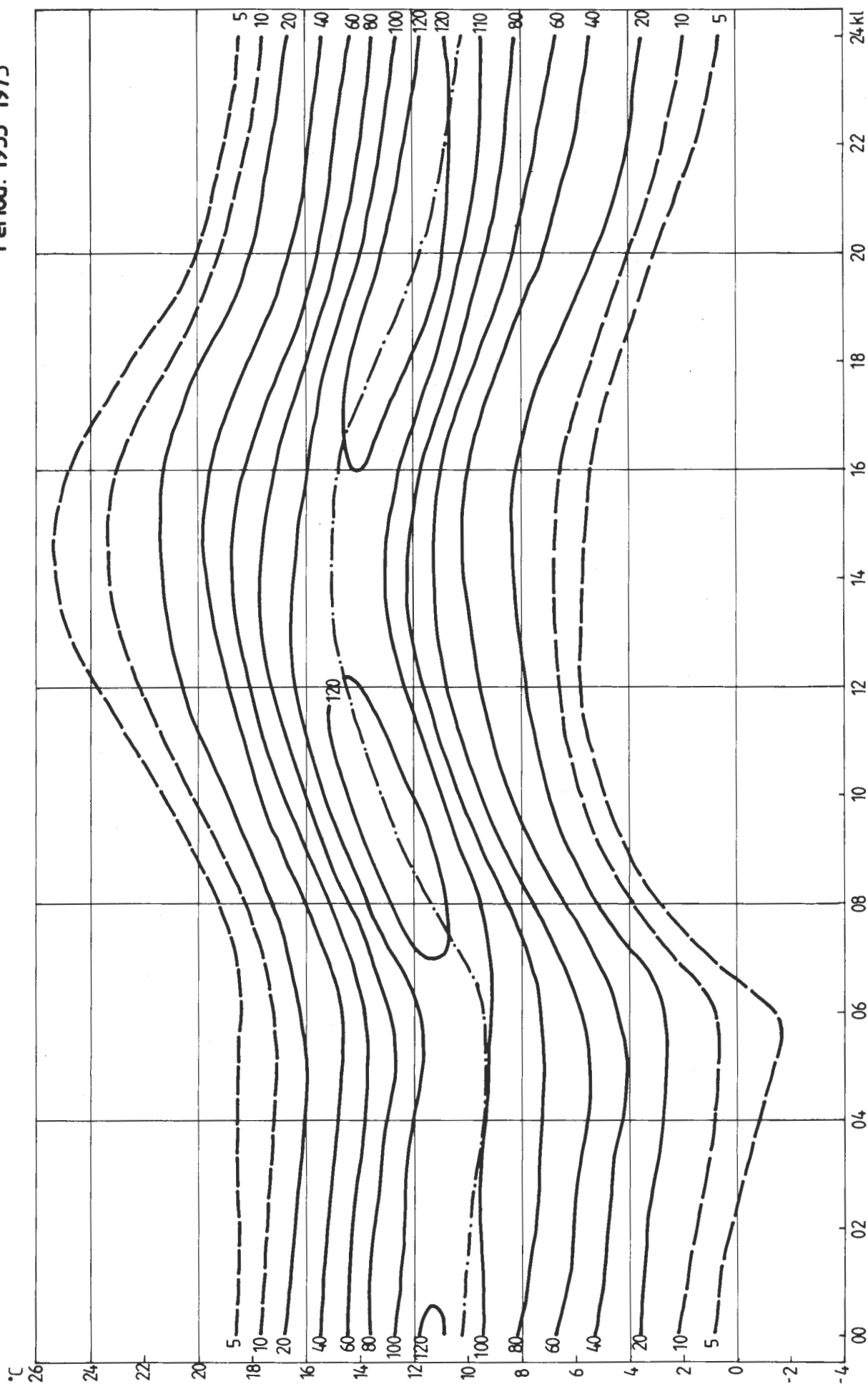
Period: 1955-1975



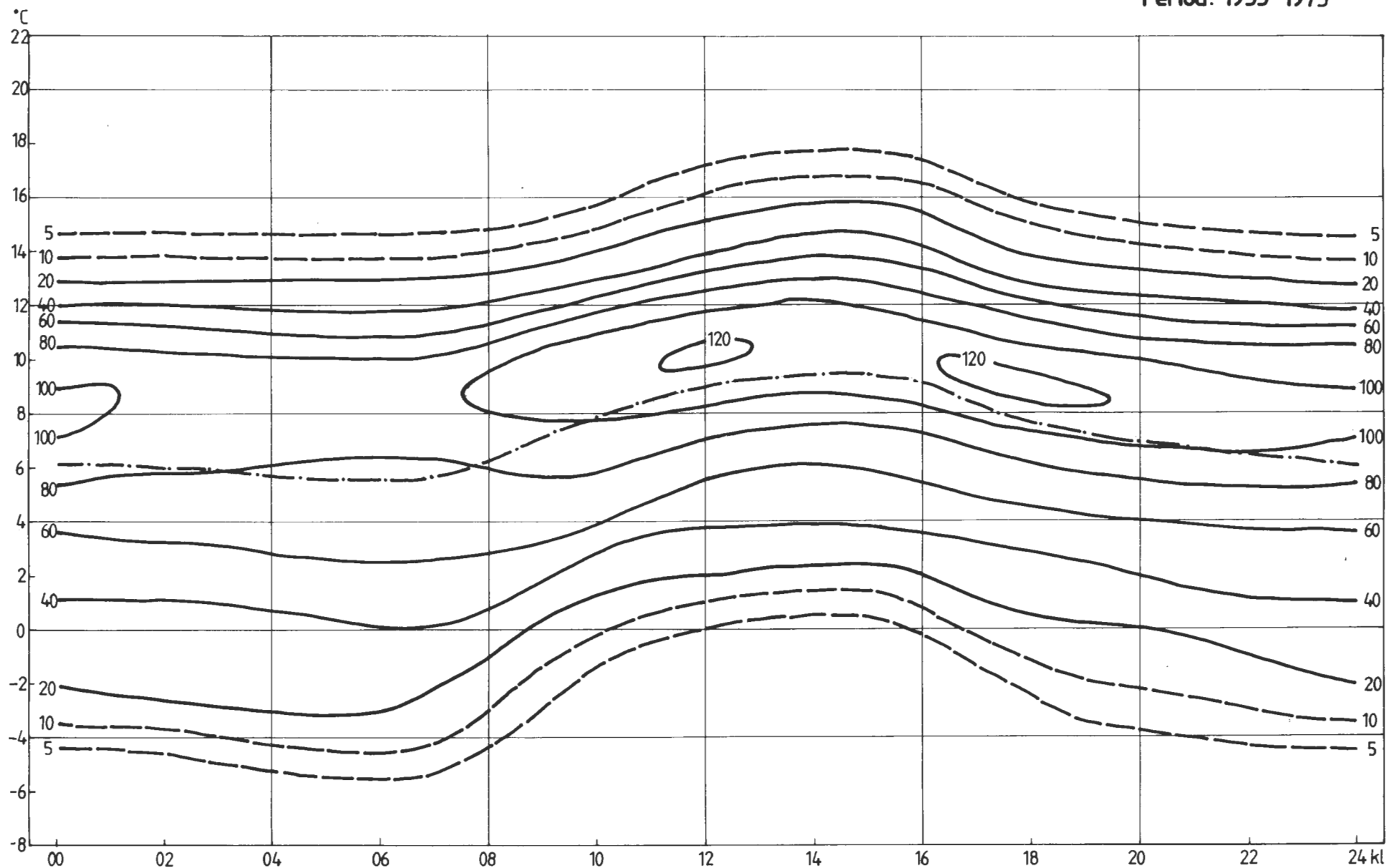
Sthlm - Bromma
 Augusti
 Period: 1955-1975



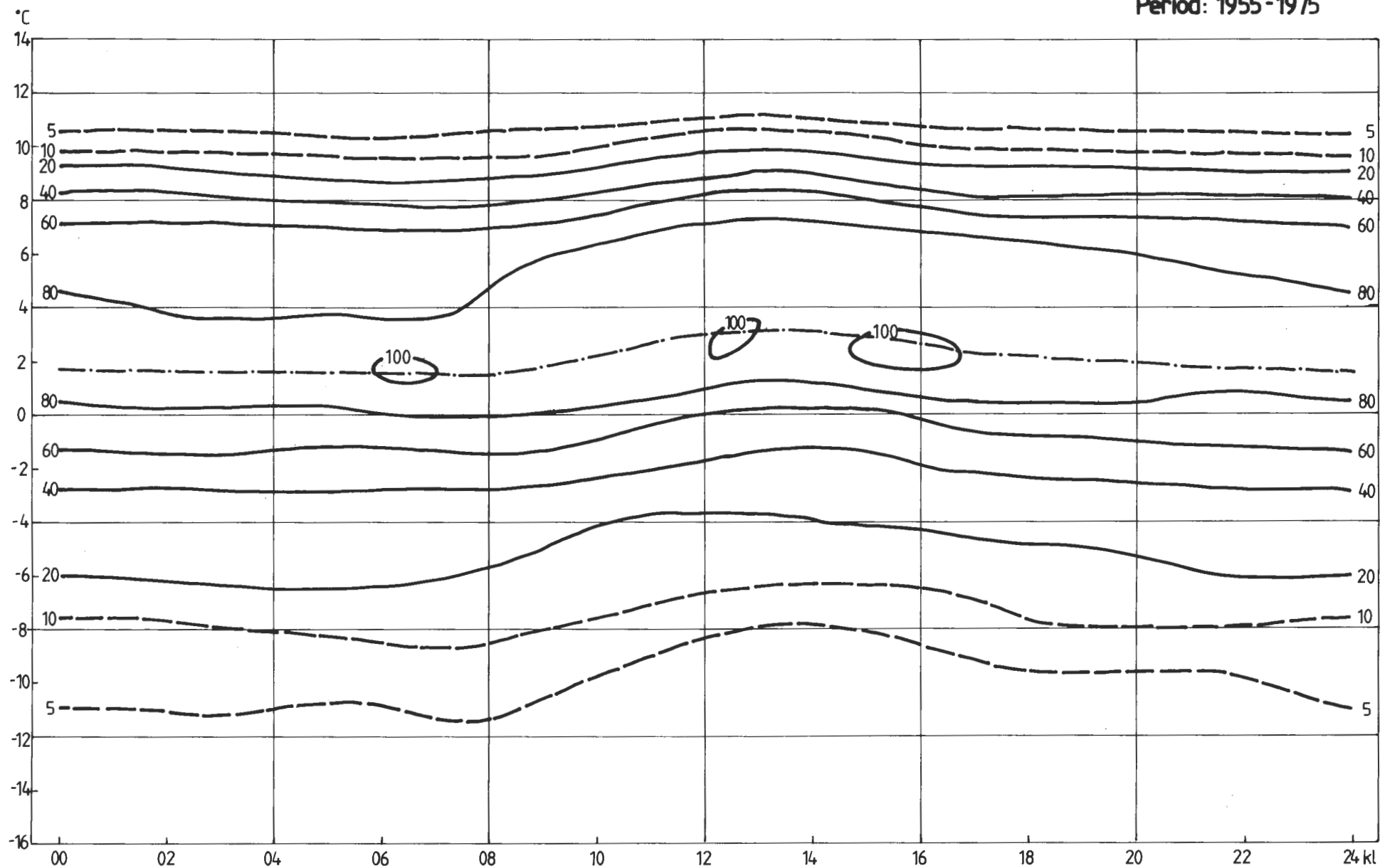
Sthlm - Bromma
September
Period: 1955-1975



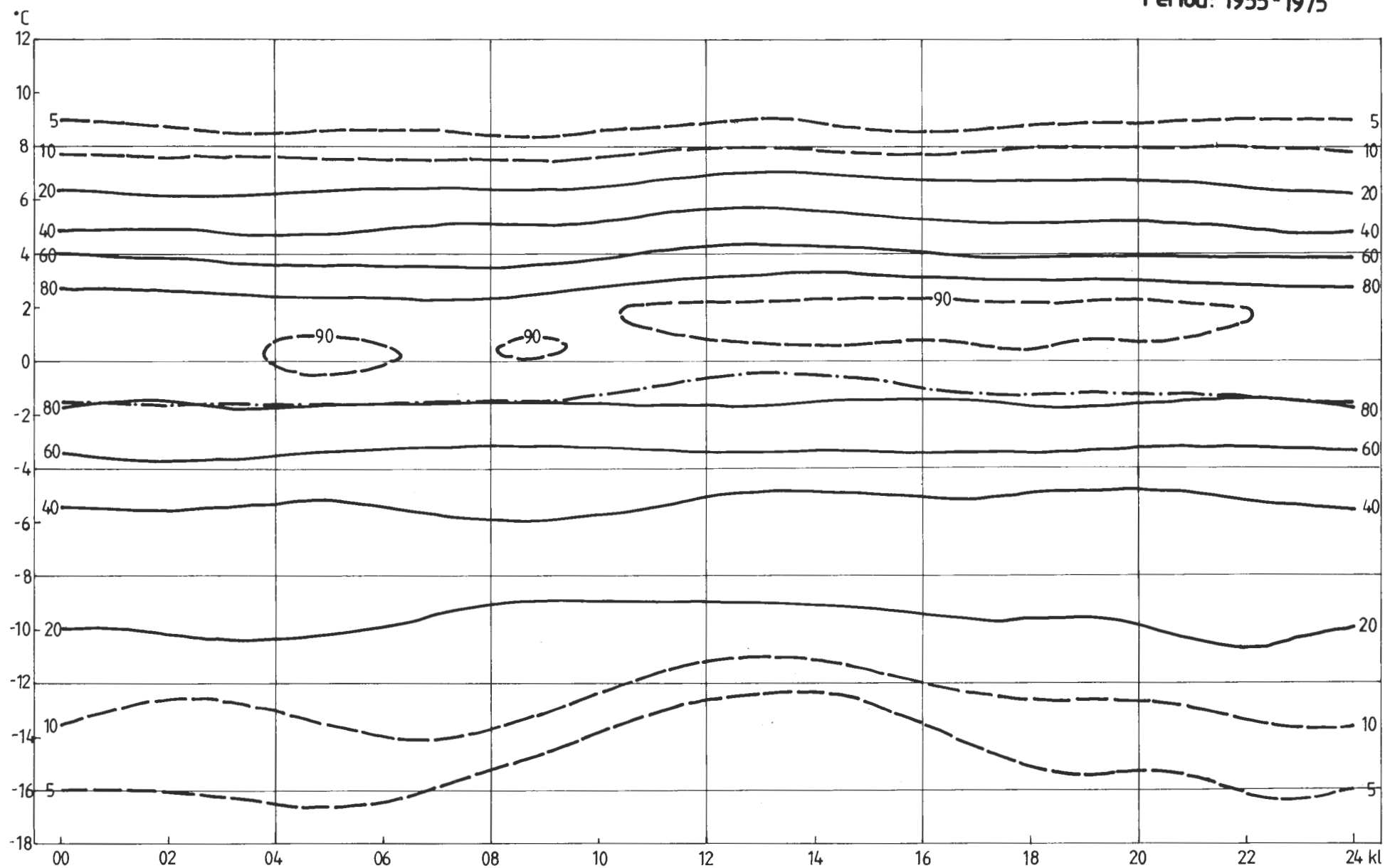
Sthlm-Bromma
Oktober
Period: 1955-1975



Sthlm - Bromma
November
Period: 1955-1975

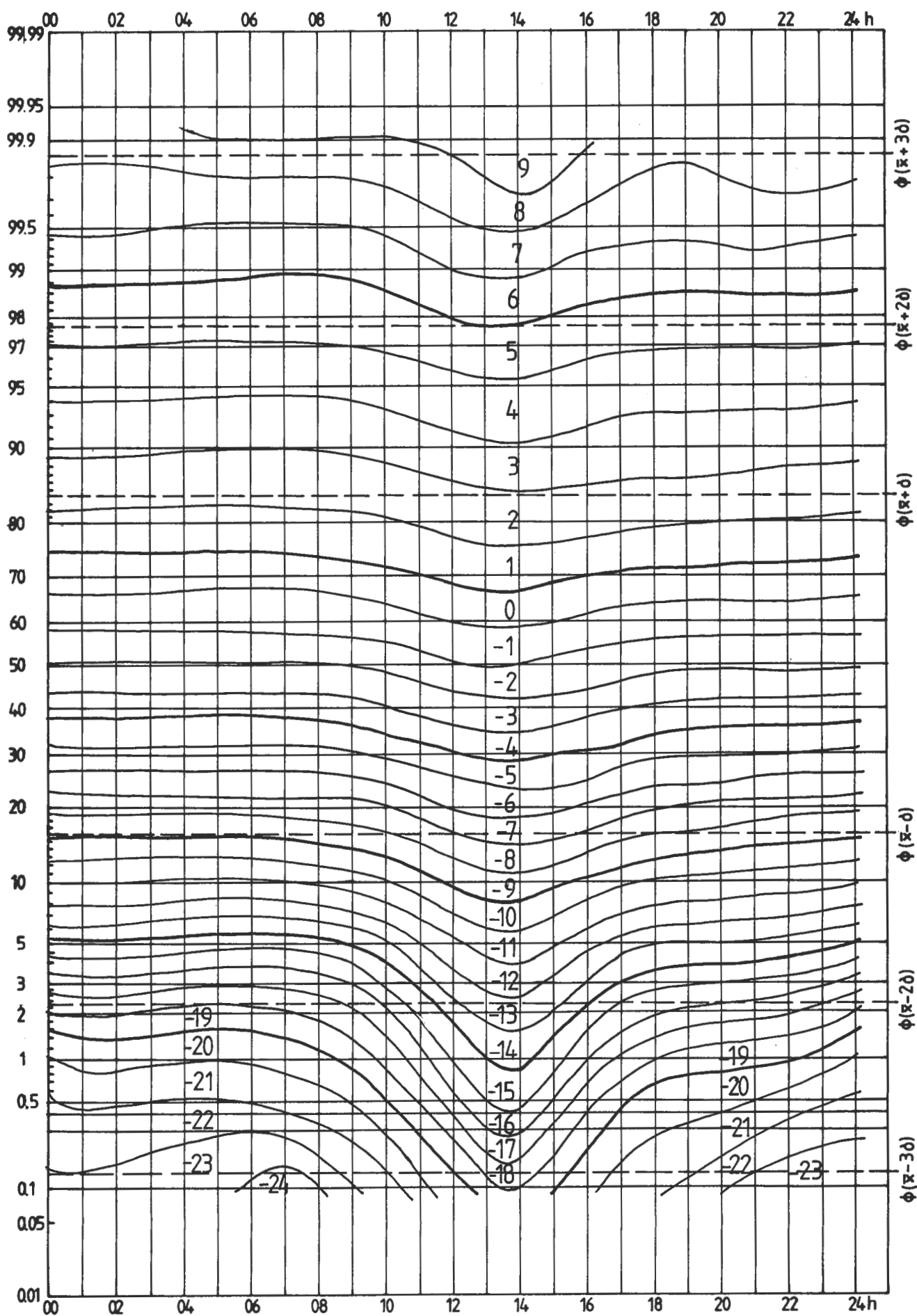


Sthlm - Bromma
December
Period: 1955 - 1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

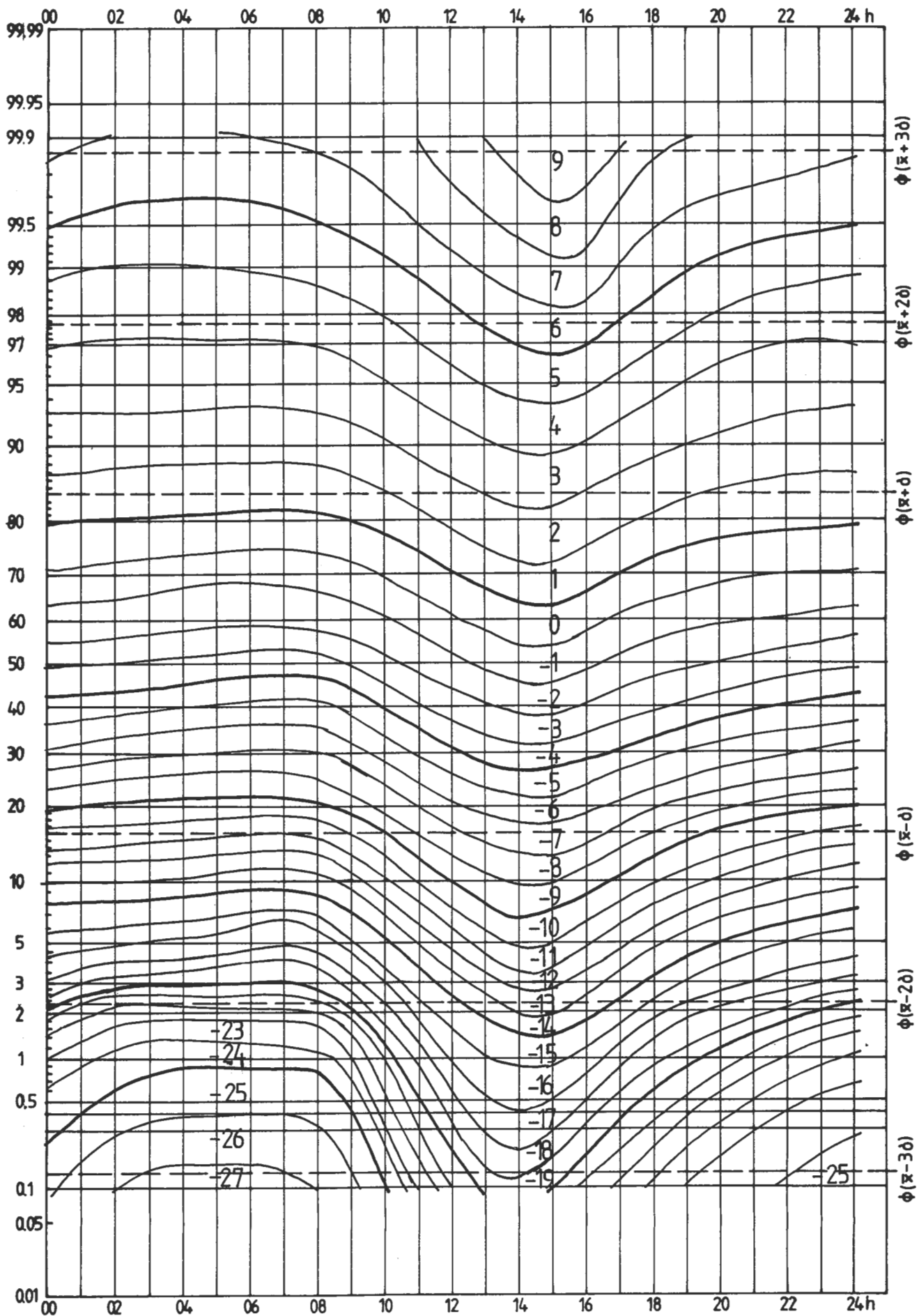
Sthlm-Bromma
Januari
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Sthlm-Bromma
Februari
Period: 1955-1975

61

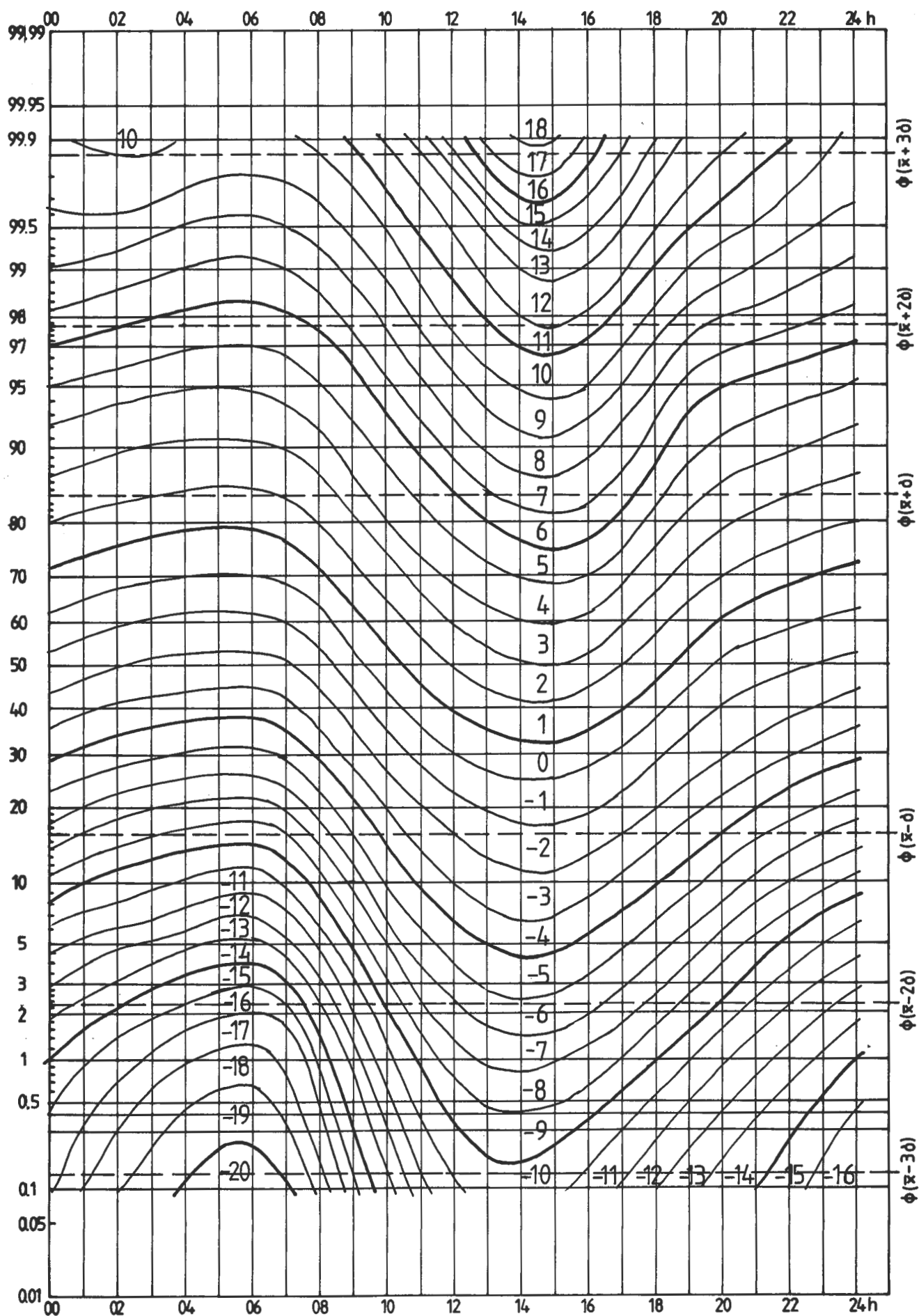


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Sthlm-Bromma

Mars

Period: 1955-1975



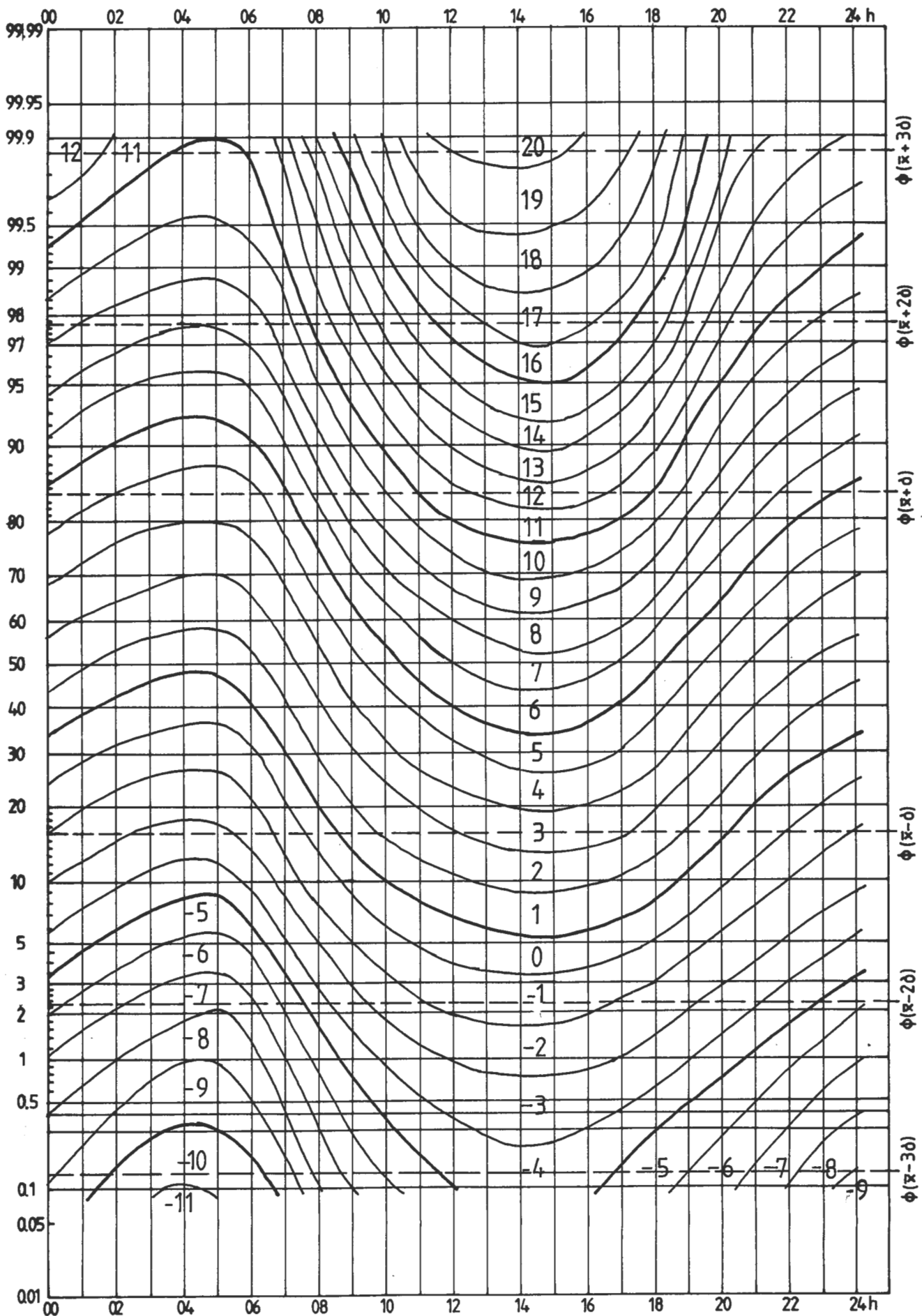
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Sthlm-Bromma

63

April

Period: 1955-1975

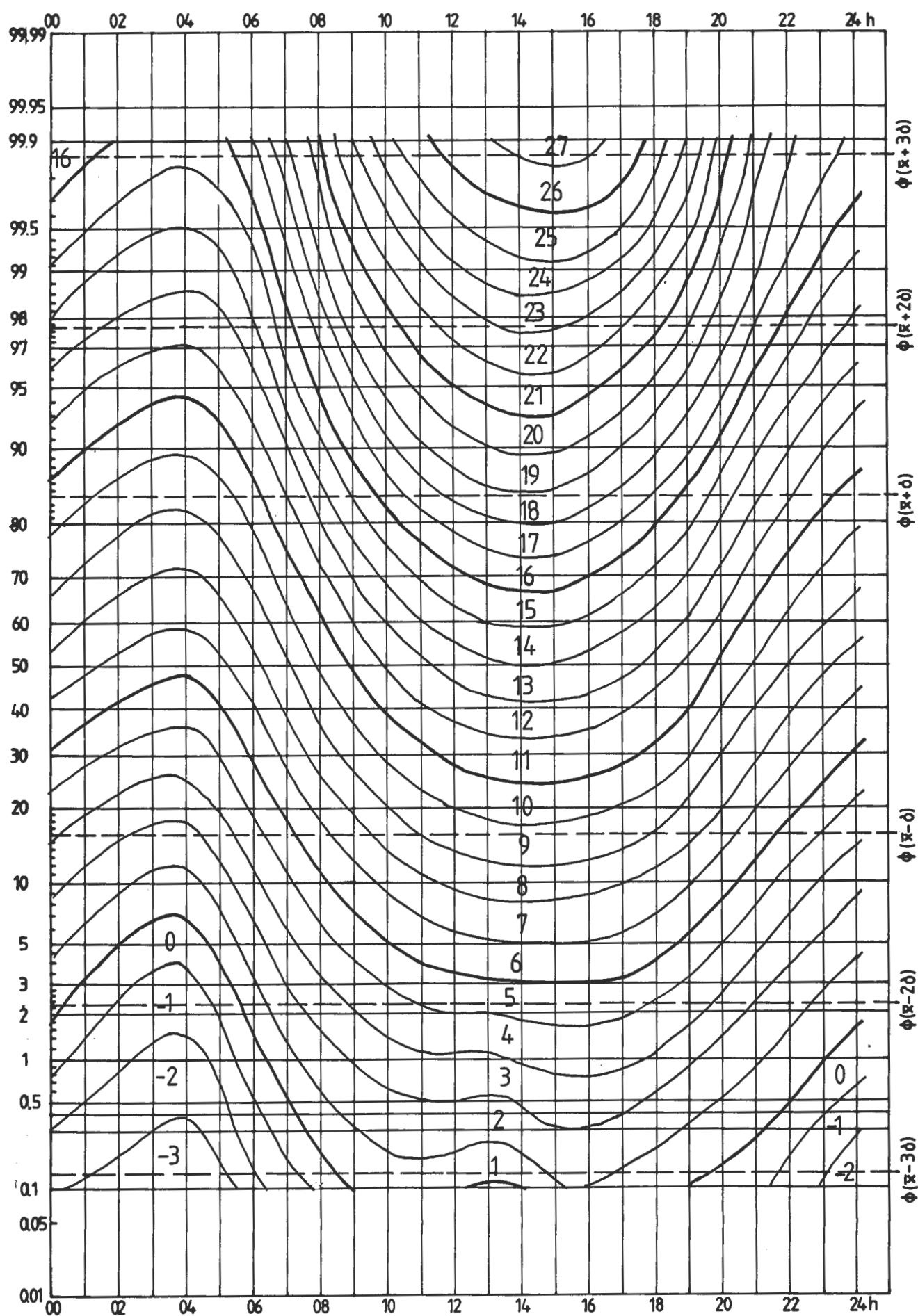


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Sthlm-Bromma

Maj

Period: 1955-1975



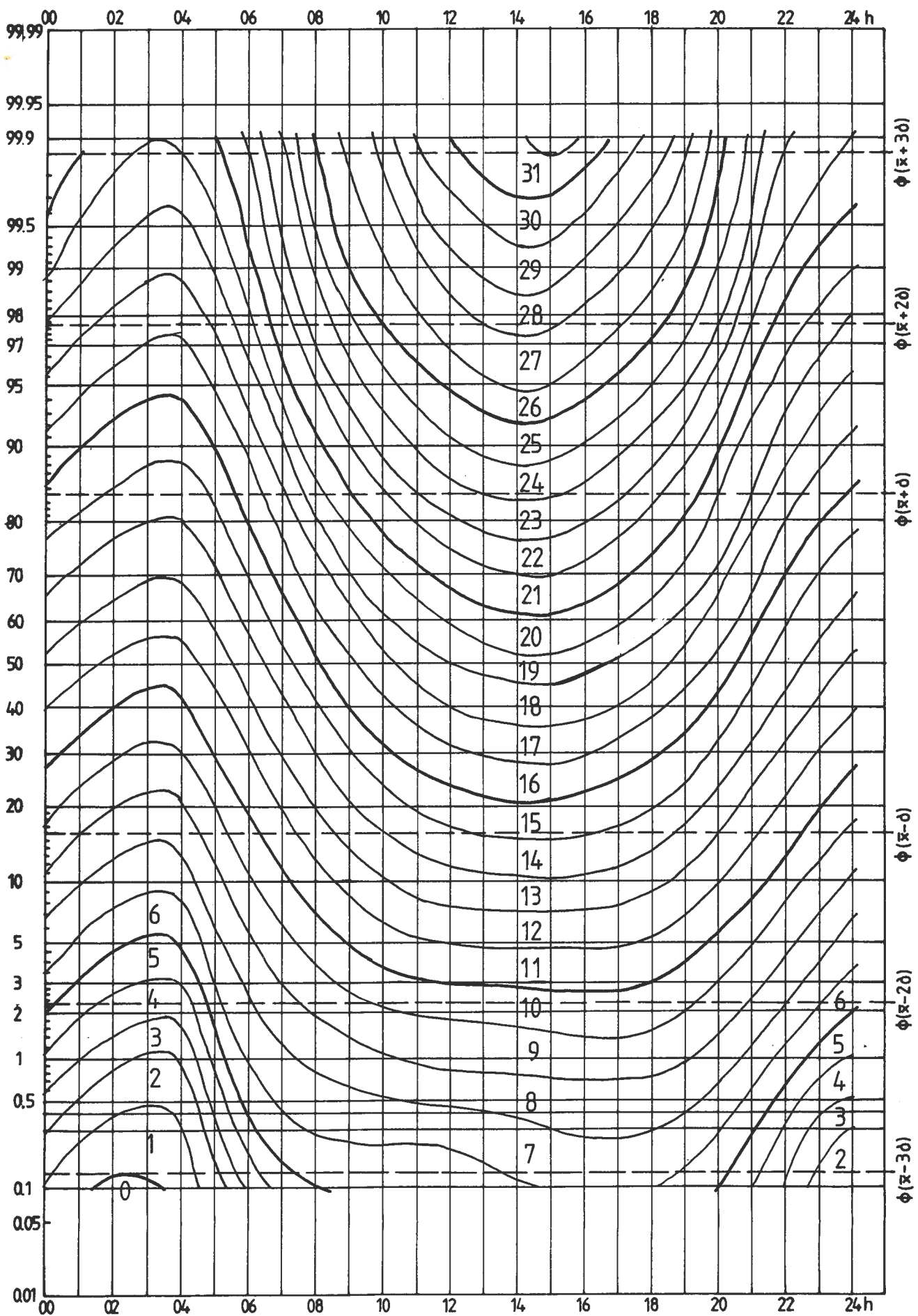
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Sthlm - Bromma

65

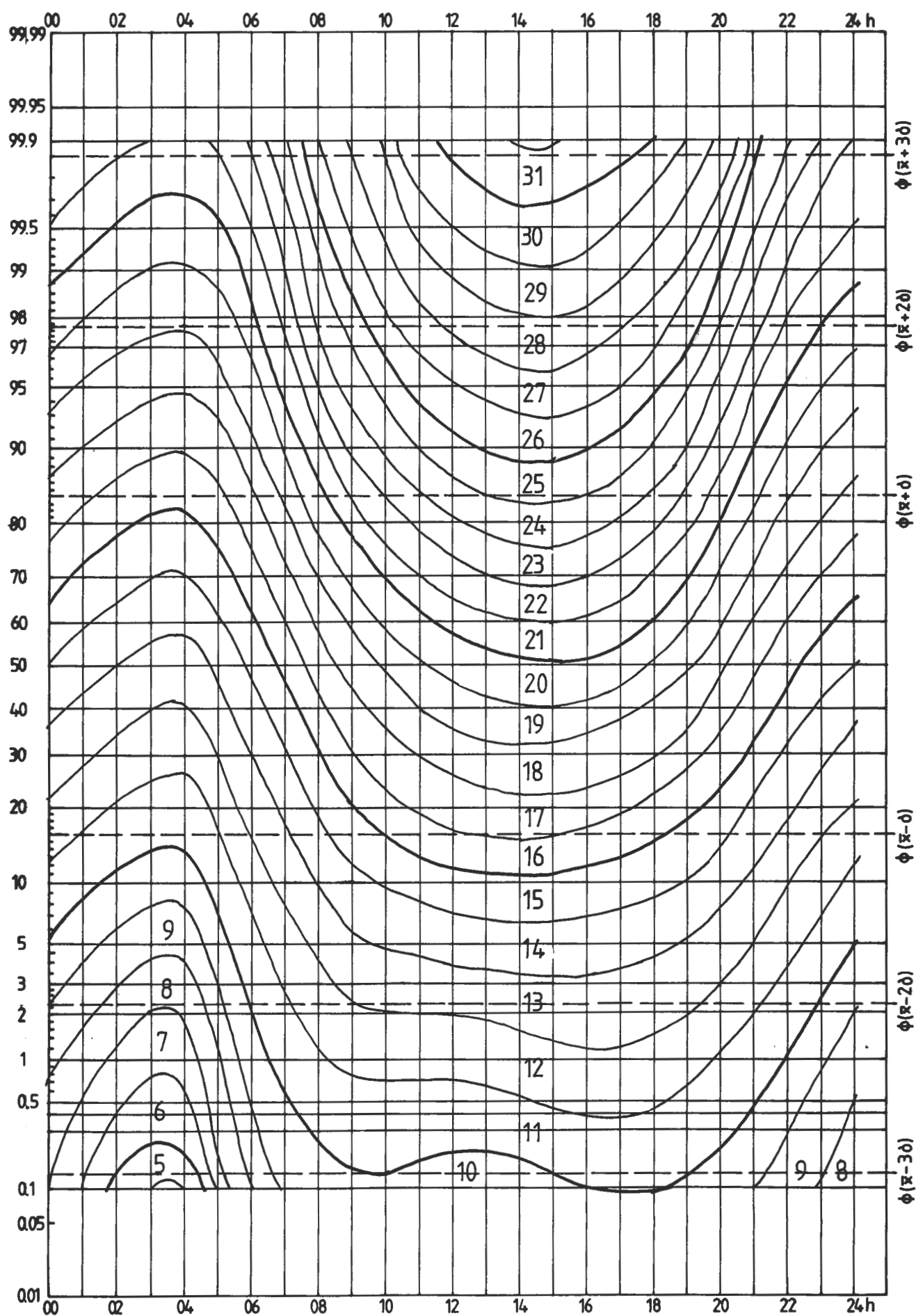
Juni

Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

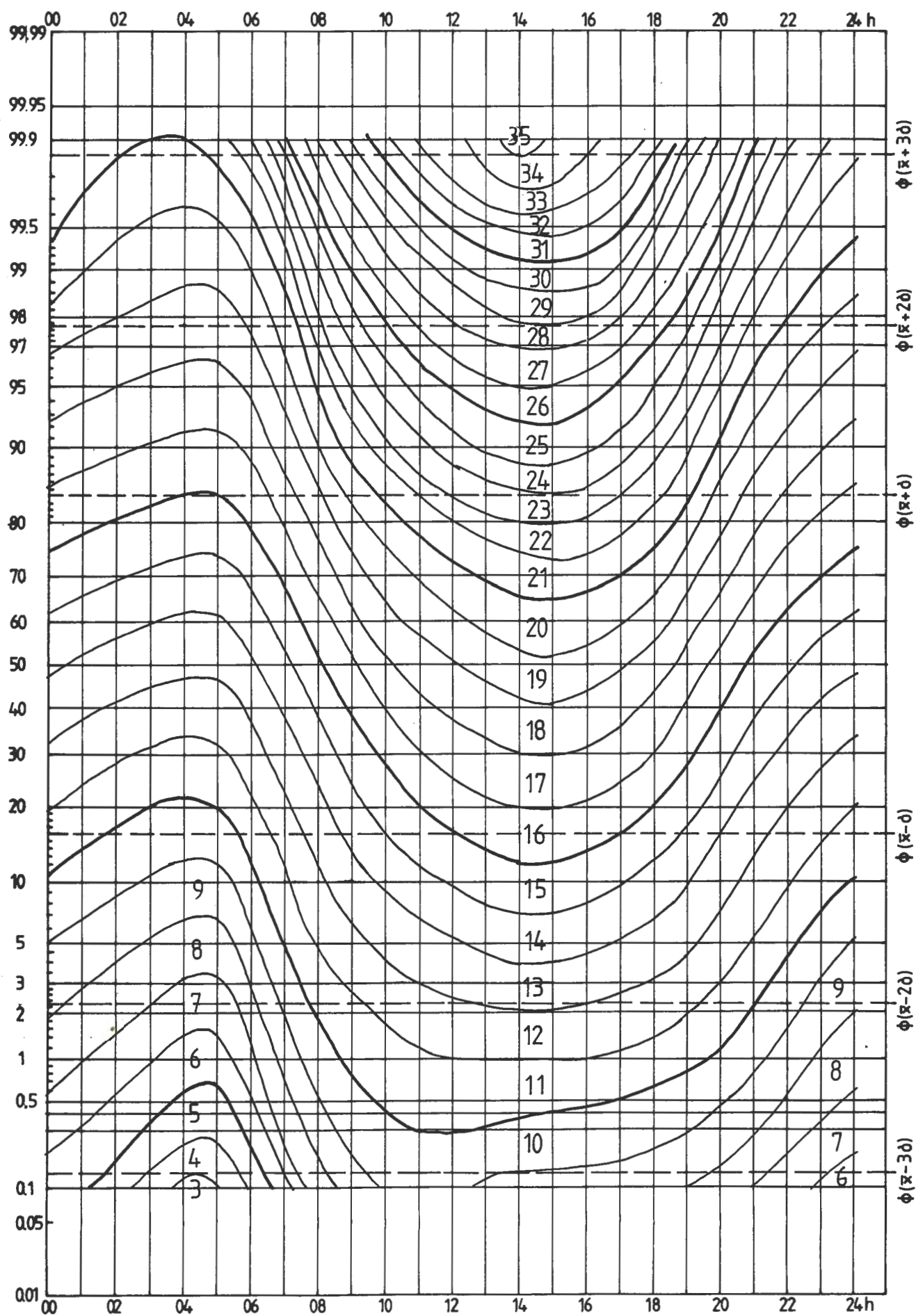
Sthlm - Bromma
Juli
Period: 1955 - 1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

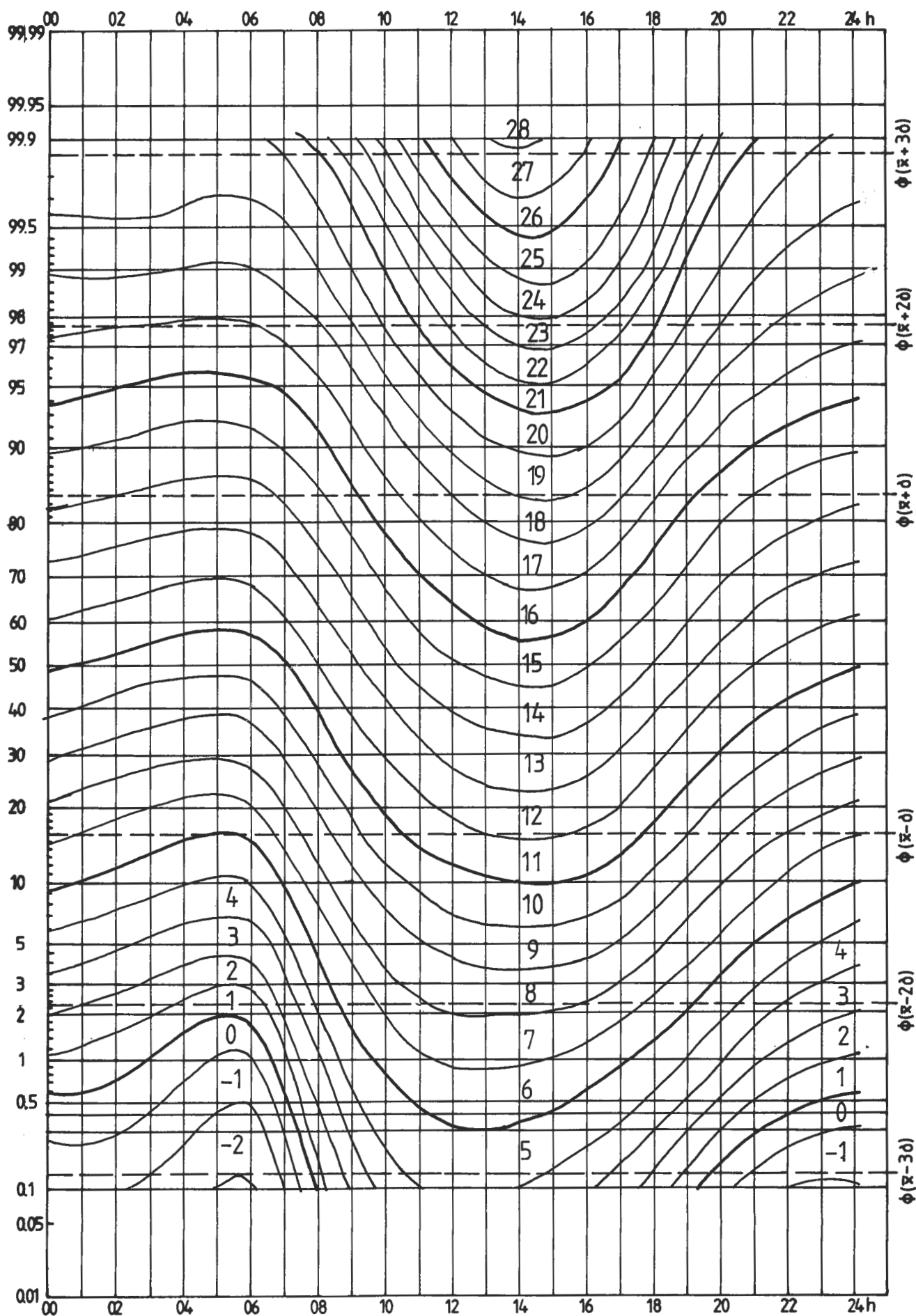
Sthlm - Bromma
Augusti
Period: 1955-1975

67



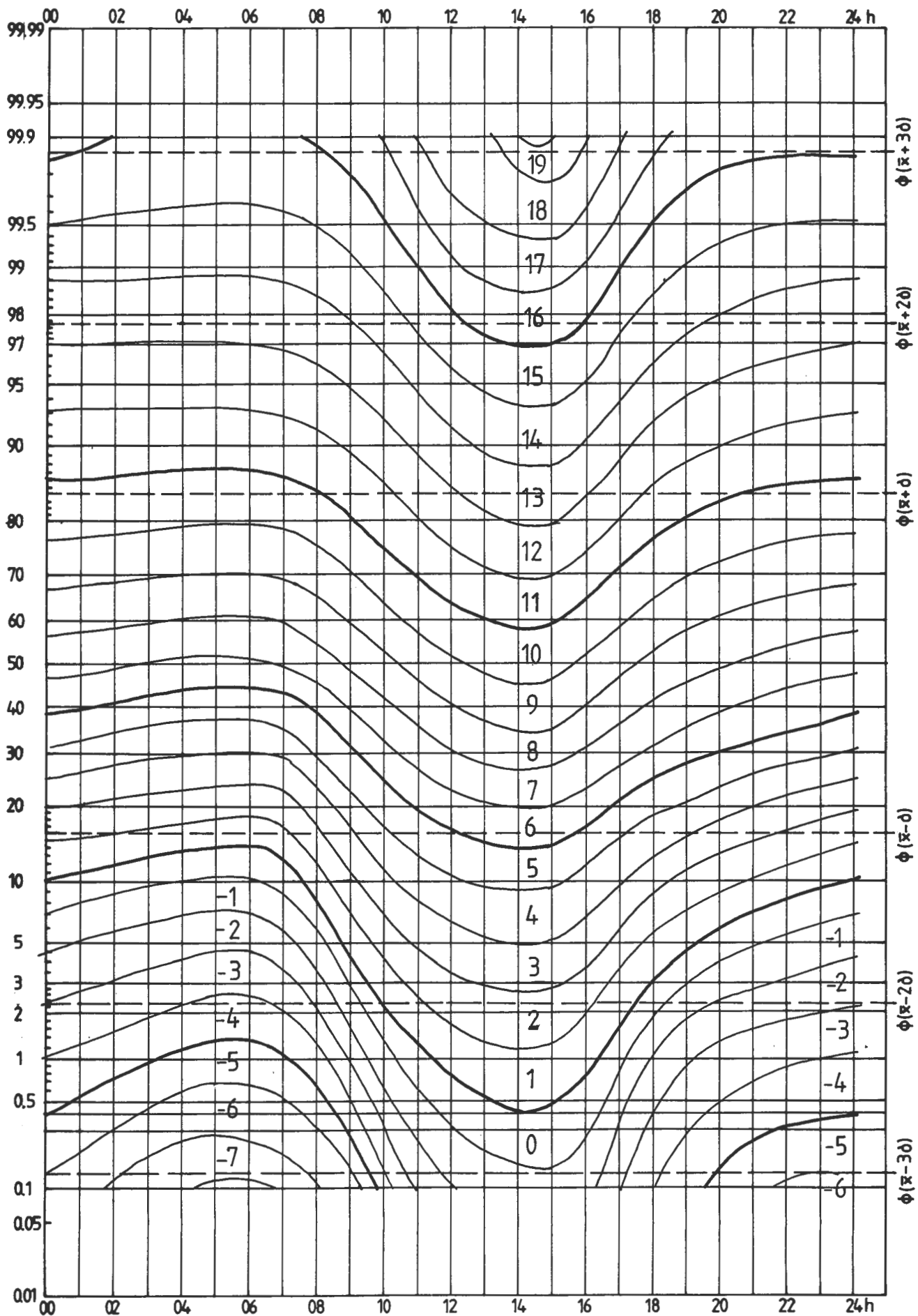
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Sthlm-Bromma
September
Period: 1955-1975



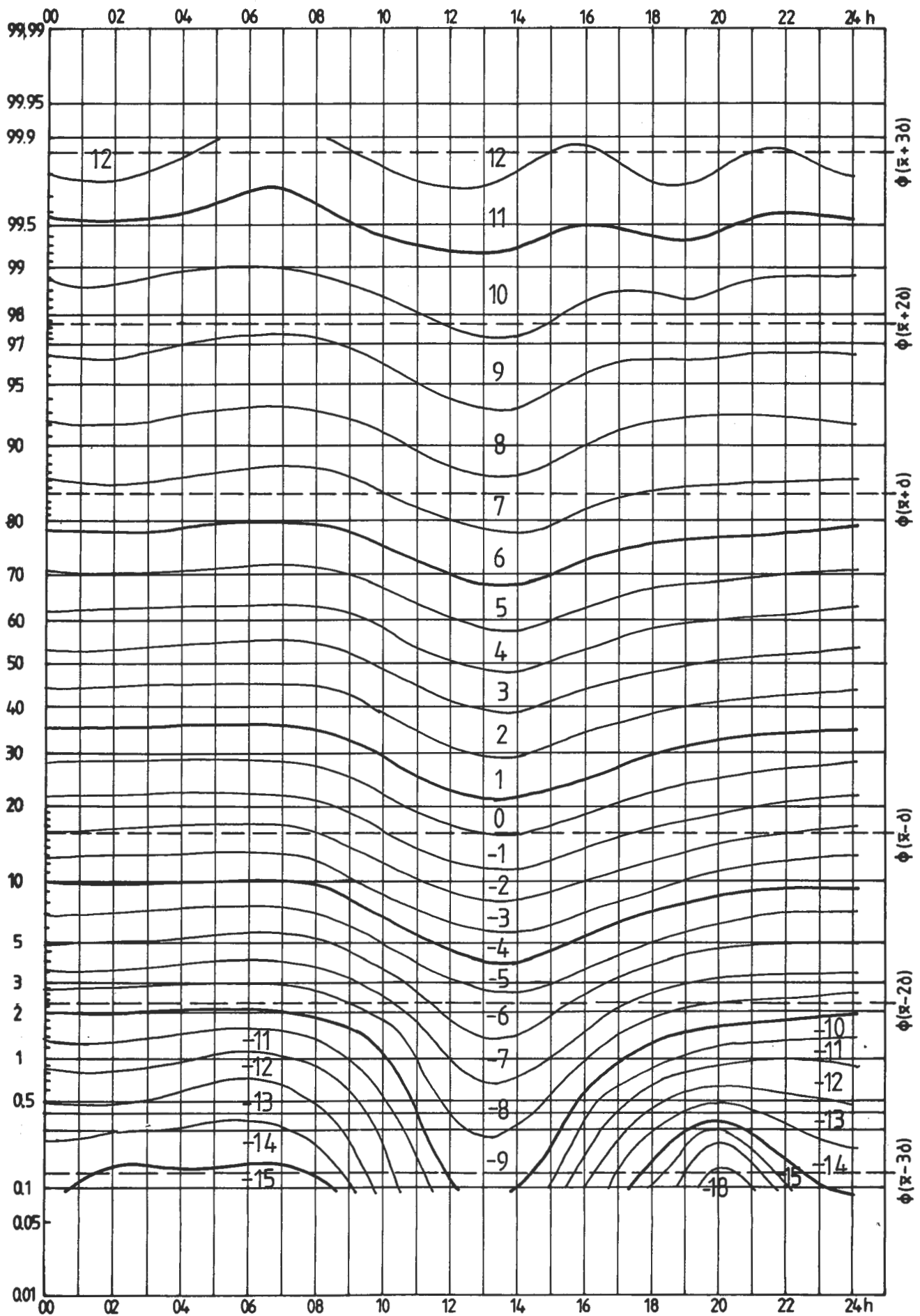
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Sthlm-Bromma 69
Oktober
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

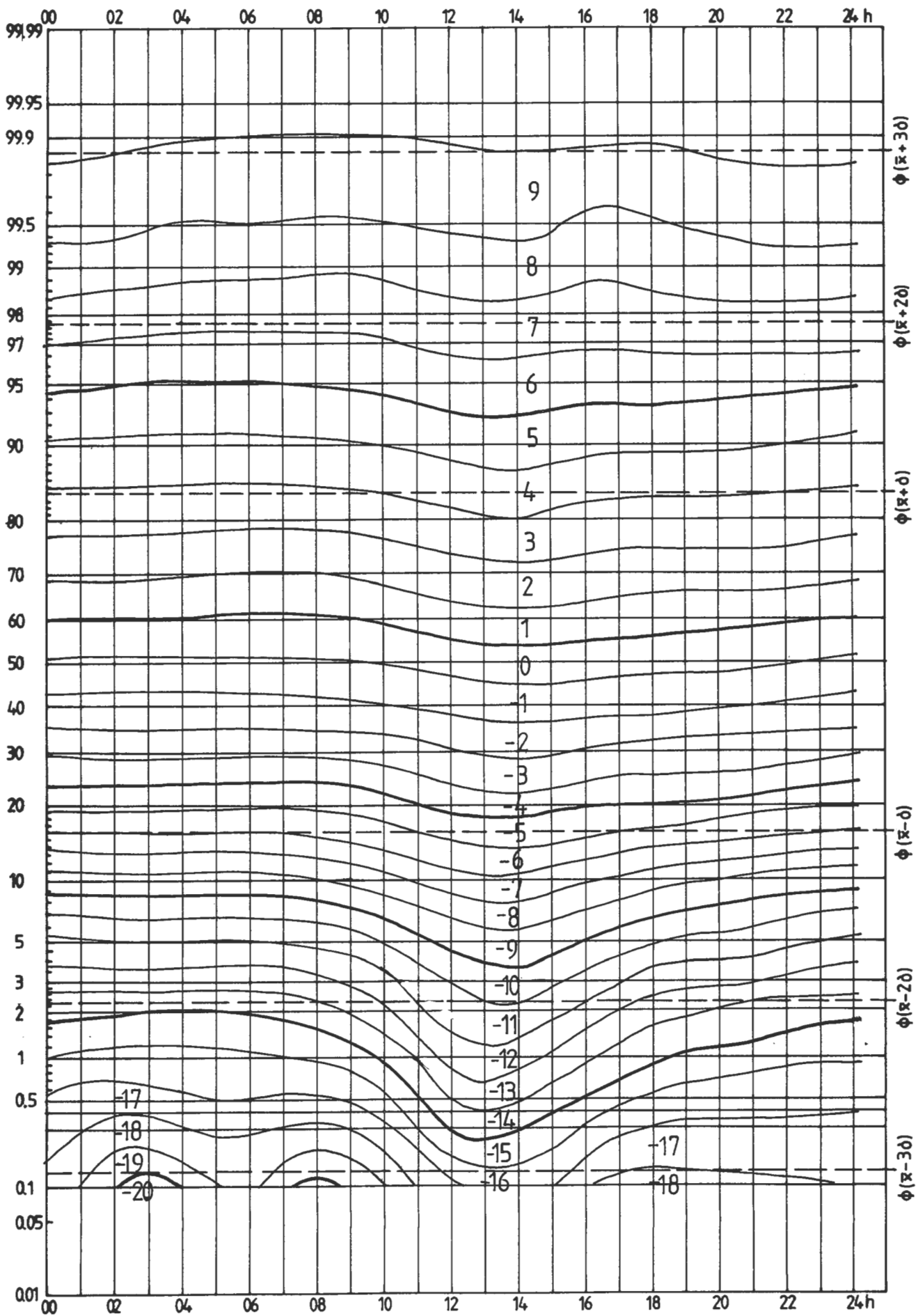
Sthlm - Bromma
November
Period: 1955 - 1975



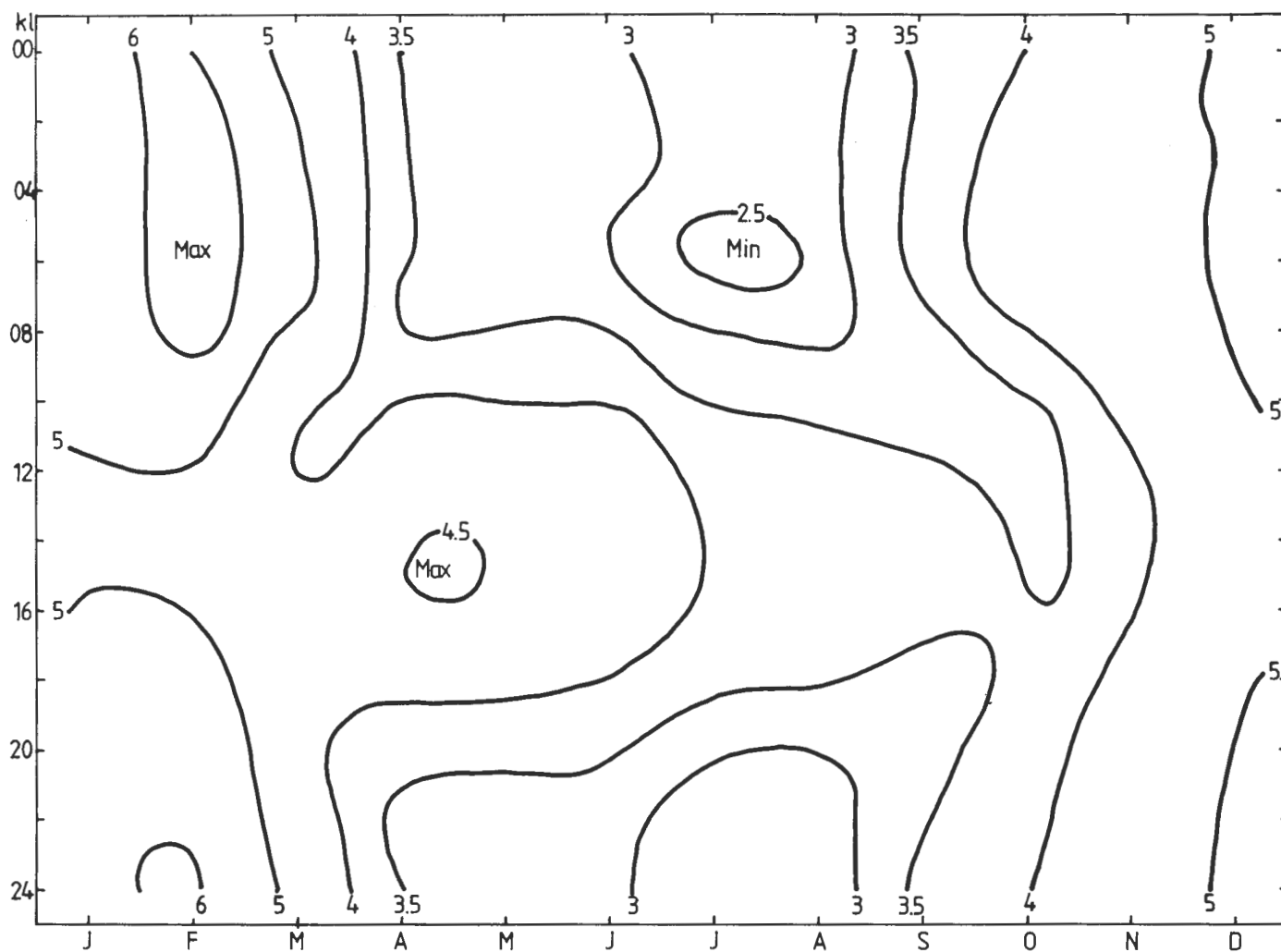
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Sthlm - Bromma
December
Period: 1955-1975

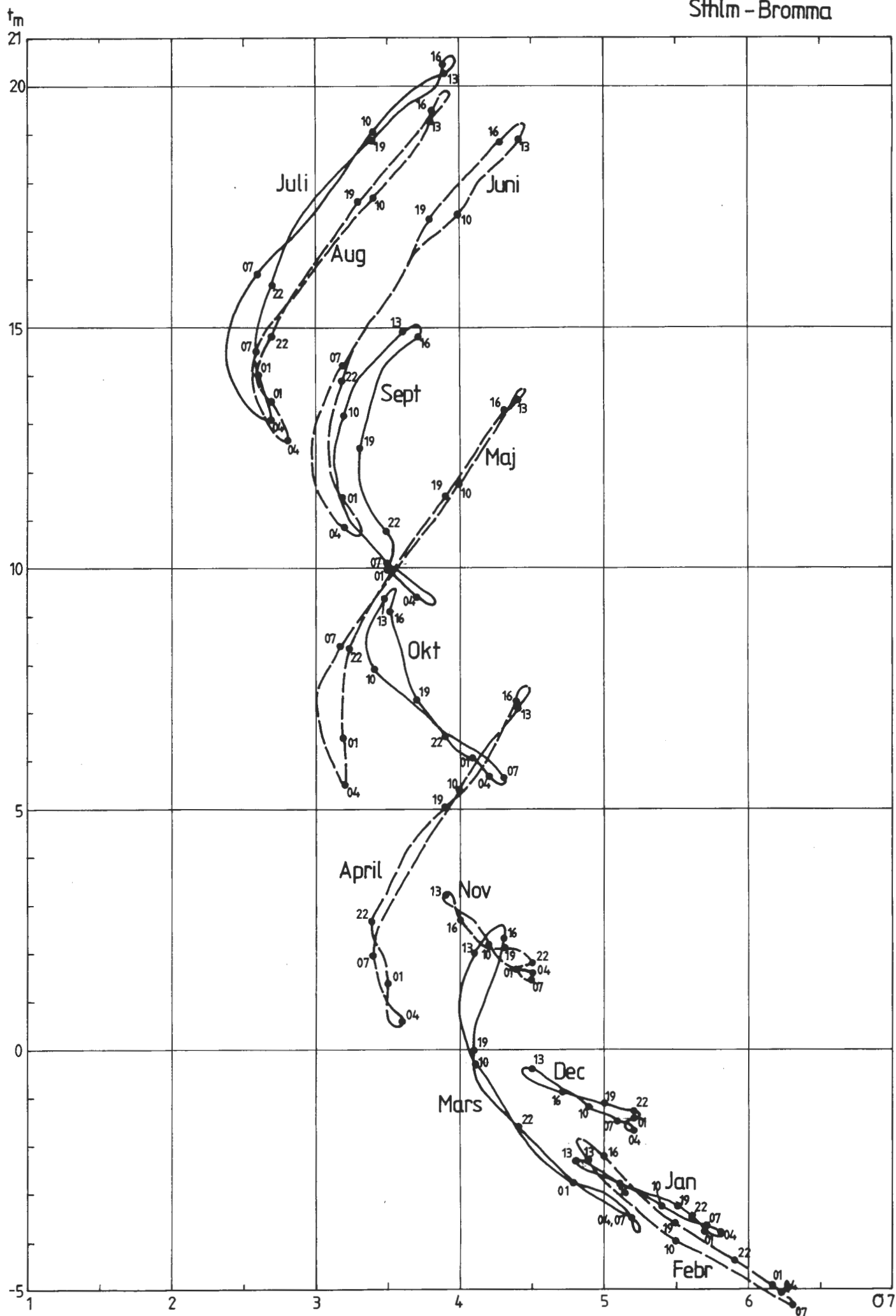
71



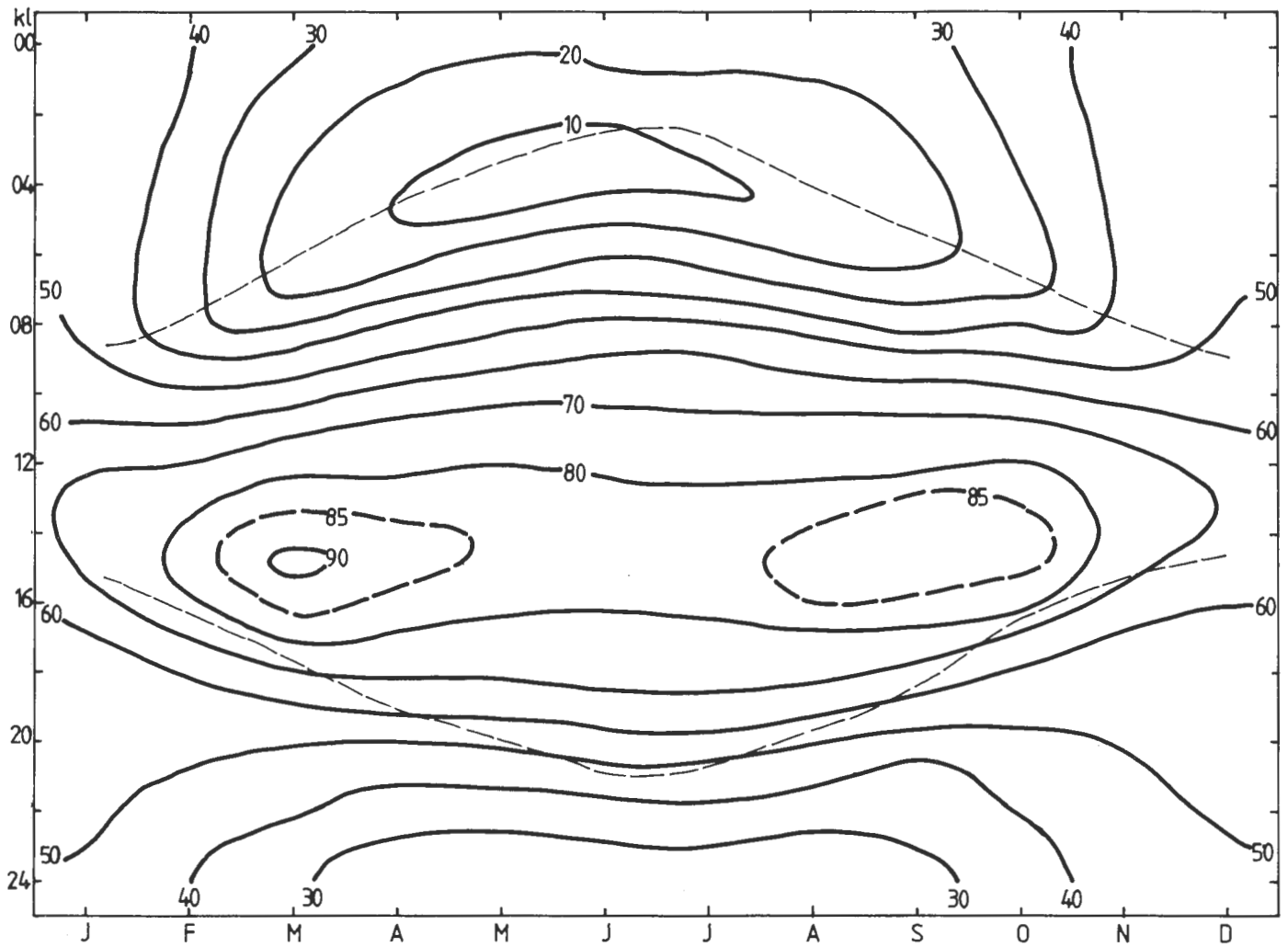
Sthlm - Bromma



Temperaturens standardavvikelse som funktion av tiden på året (abskissa) och tiden på dygnet (ordinata).



Sammanhörande värden av medeltemperatur och standardavvikelse.



Värdet av k i uttrycket $k = \frac{t_{\tau y} - t_{ny}}{t_{xy} - t_{ny}}$

där $t_{\tau y}$ = medeltemperaturen kl τ under månad y

t_{xy} = medelvärde av dygnsmaximitemperaturen under månad y

t_{ny} = medelvärde av dygnsminimitemperaturen under månad y

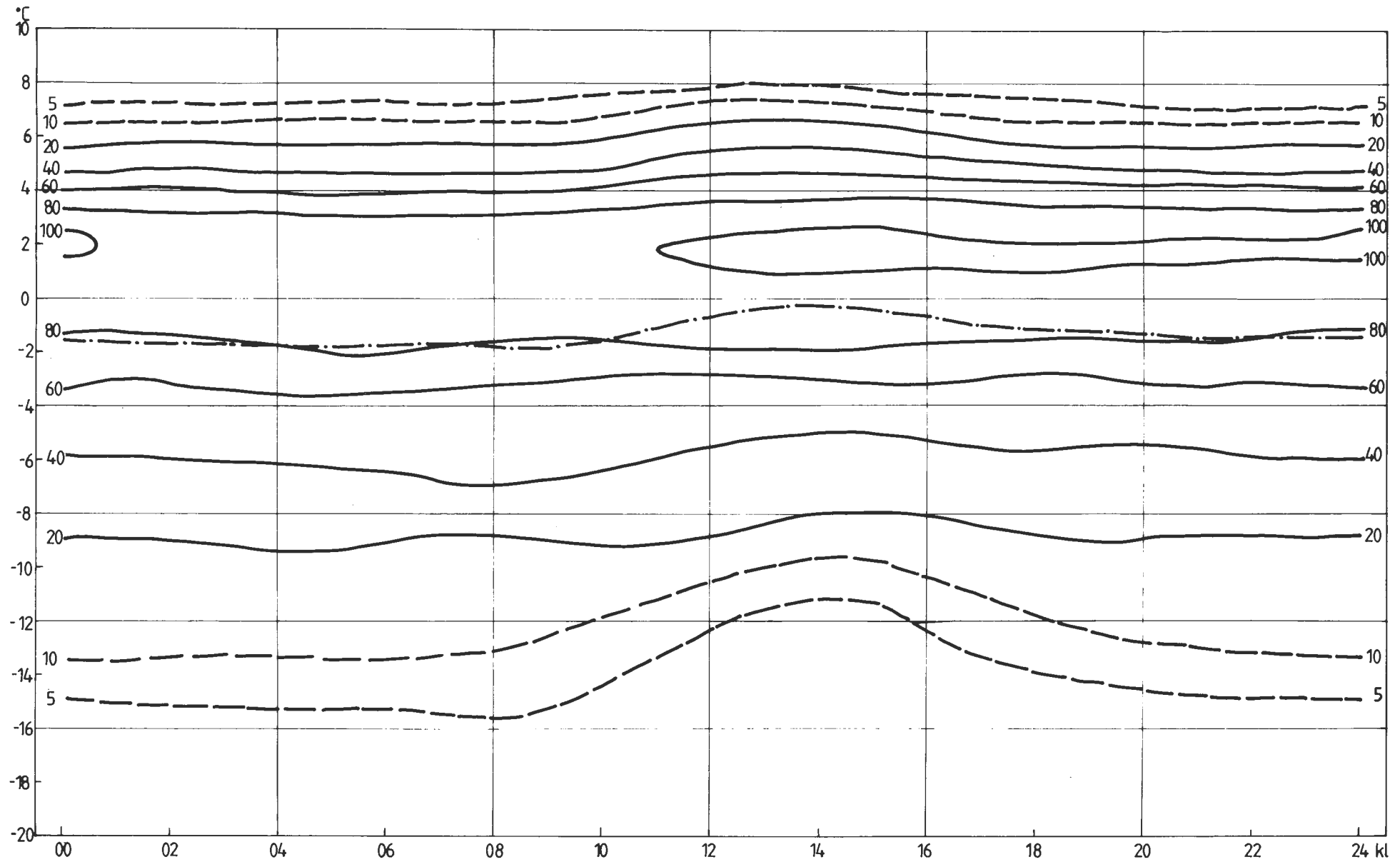
Streckad kurva ger tidpunkt för solens upp- och nedgång

GÖTEBORG – TORSLANDA 1955-75

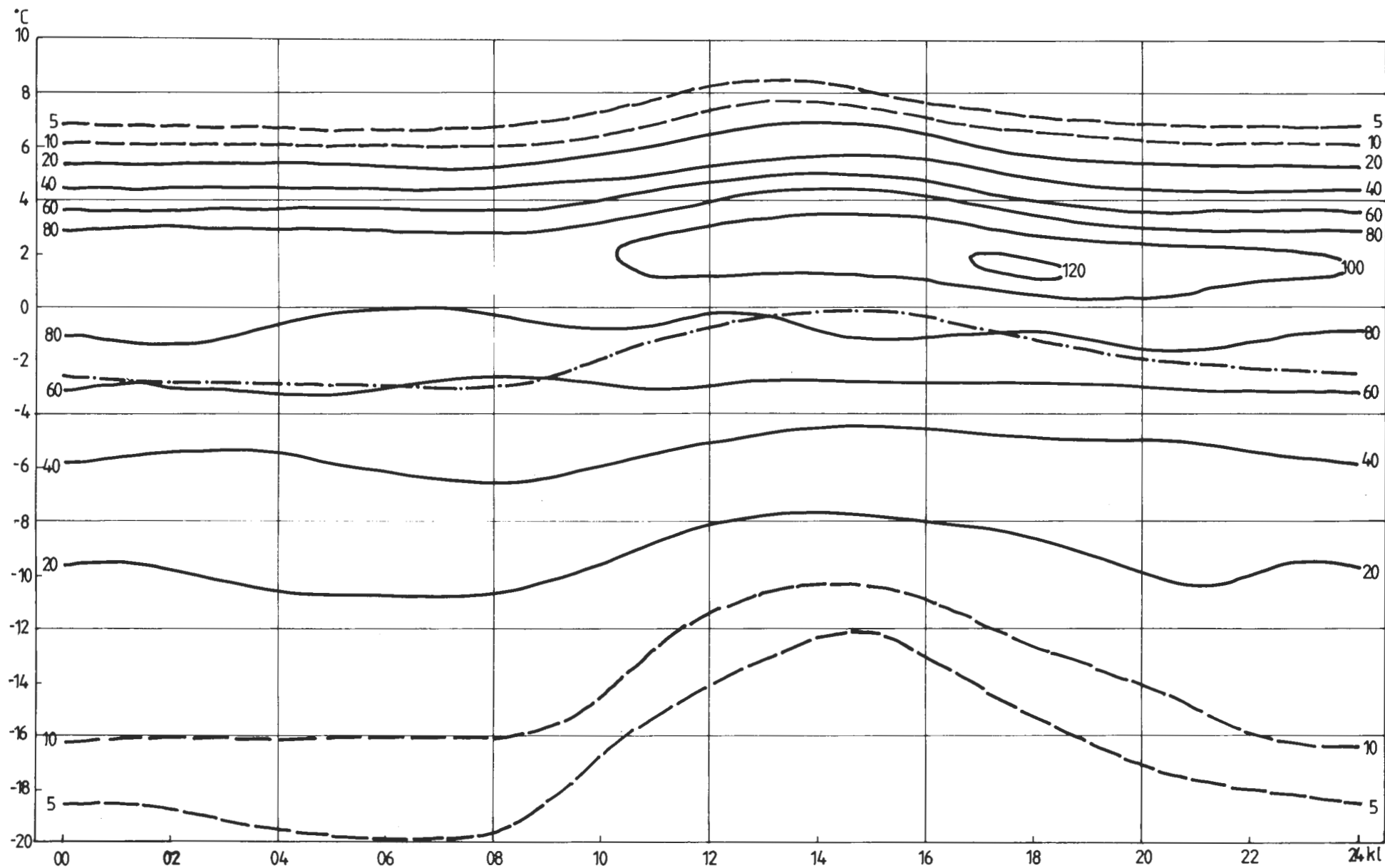


Torslanda
Januari
Period: 1955-1975

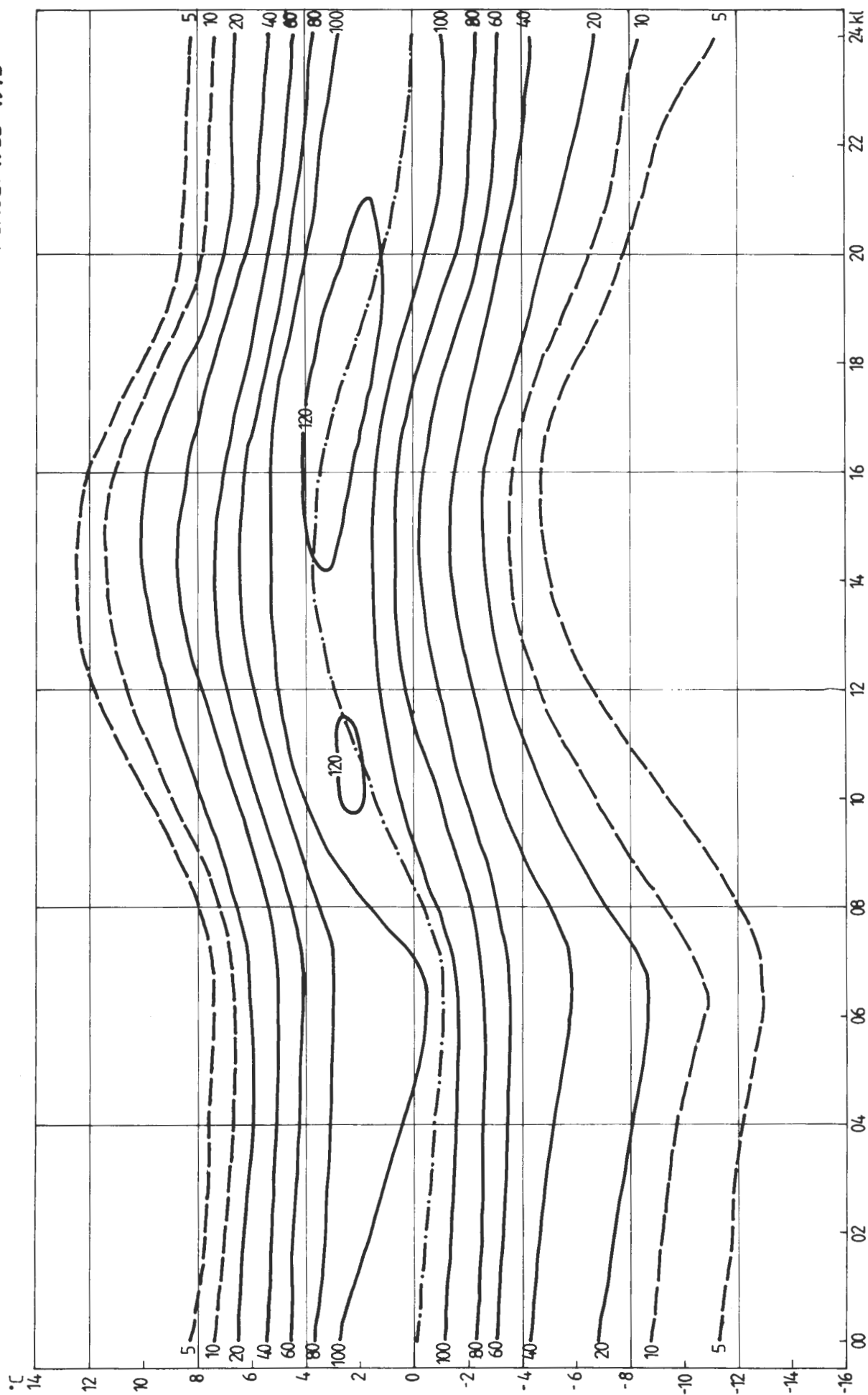
76



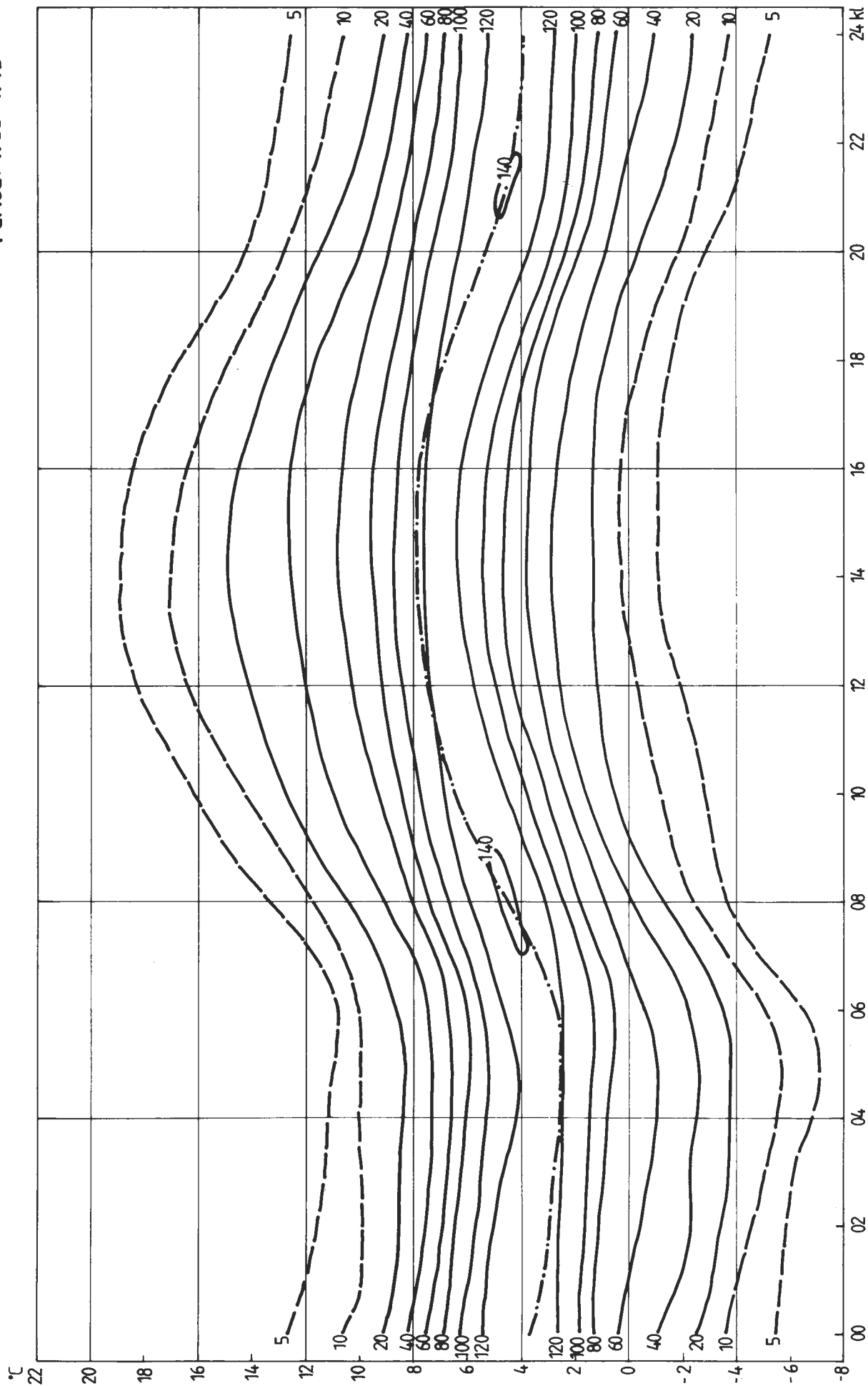
Torslanda
 Februari
 Period: 1955-1975



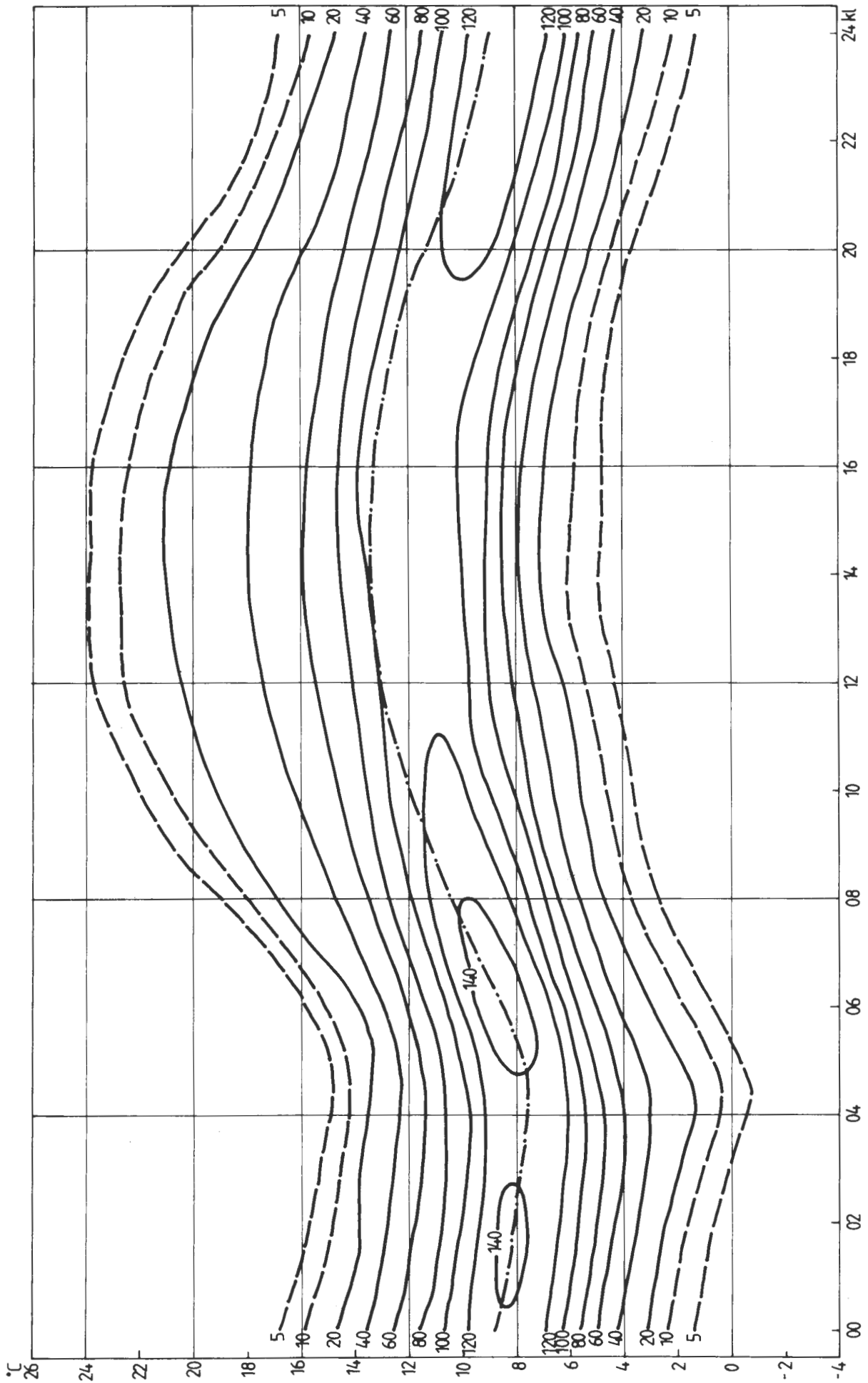
Torslanda
Mars
Period: 1955-1975



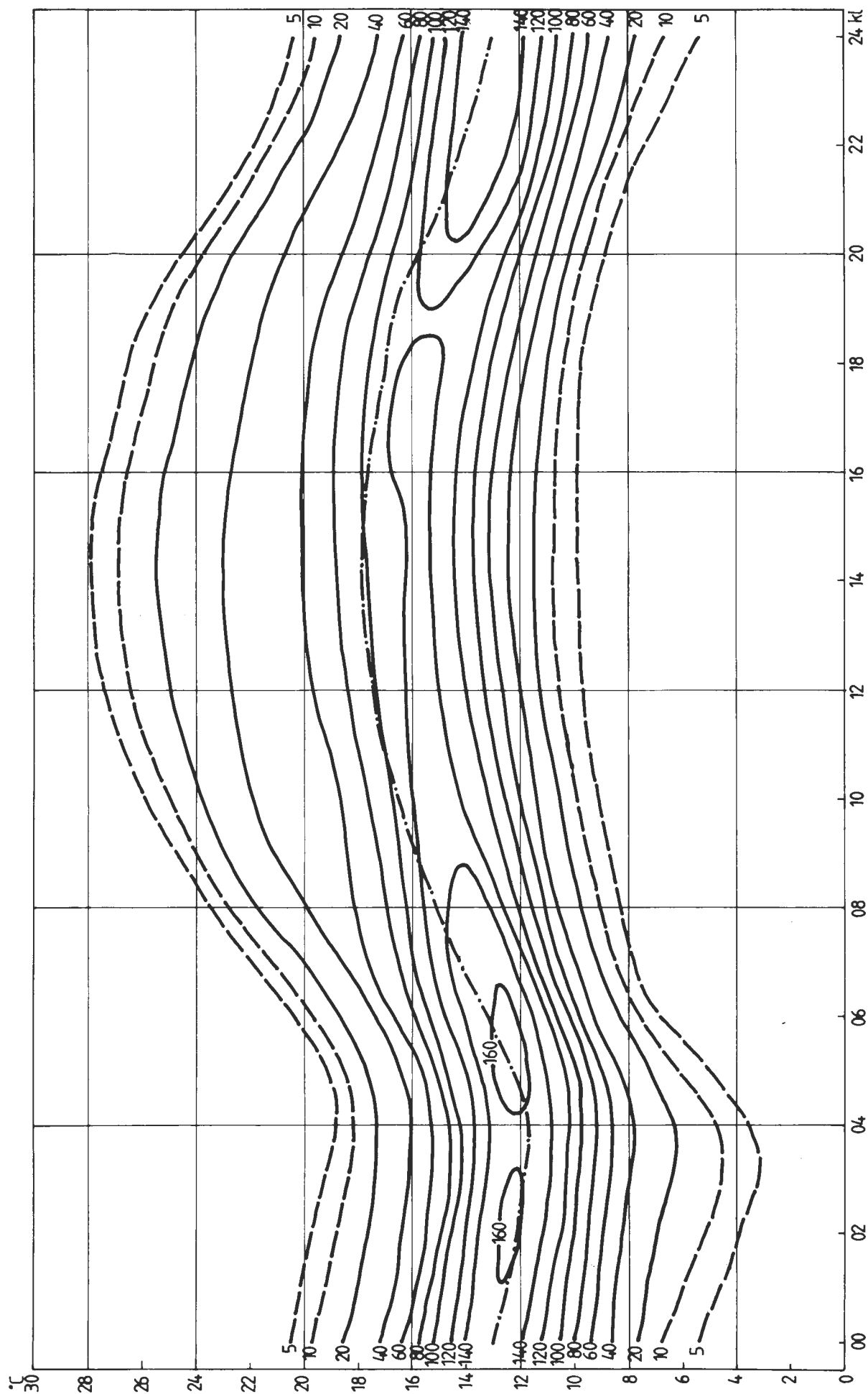
Torstanda
 April
 Period: 1955-1975



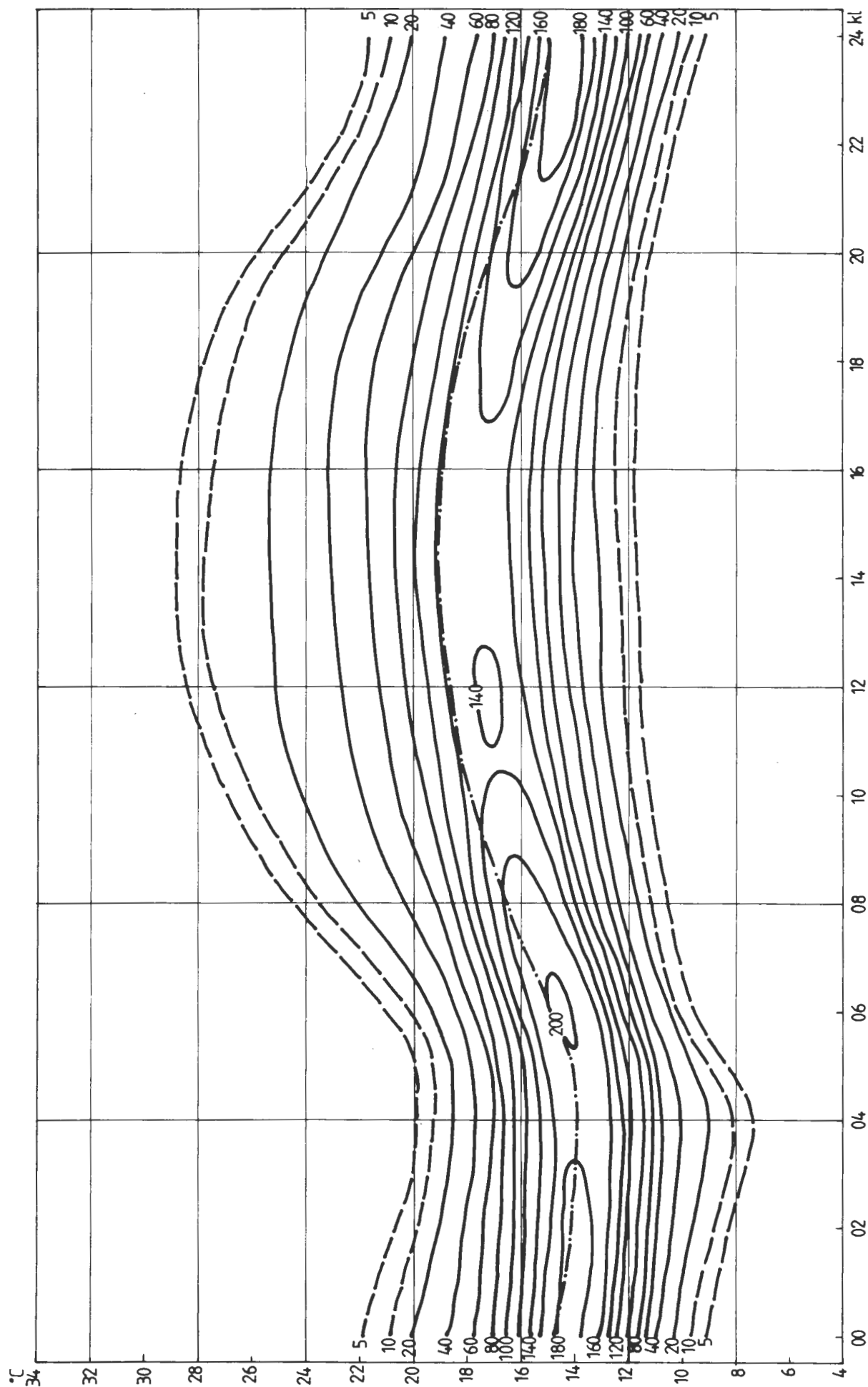
Torslanda
Maj
Period: 1955-1975



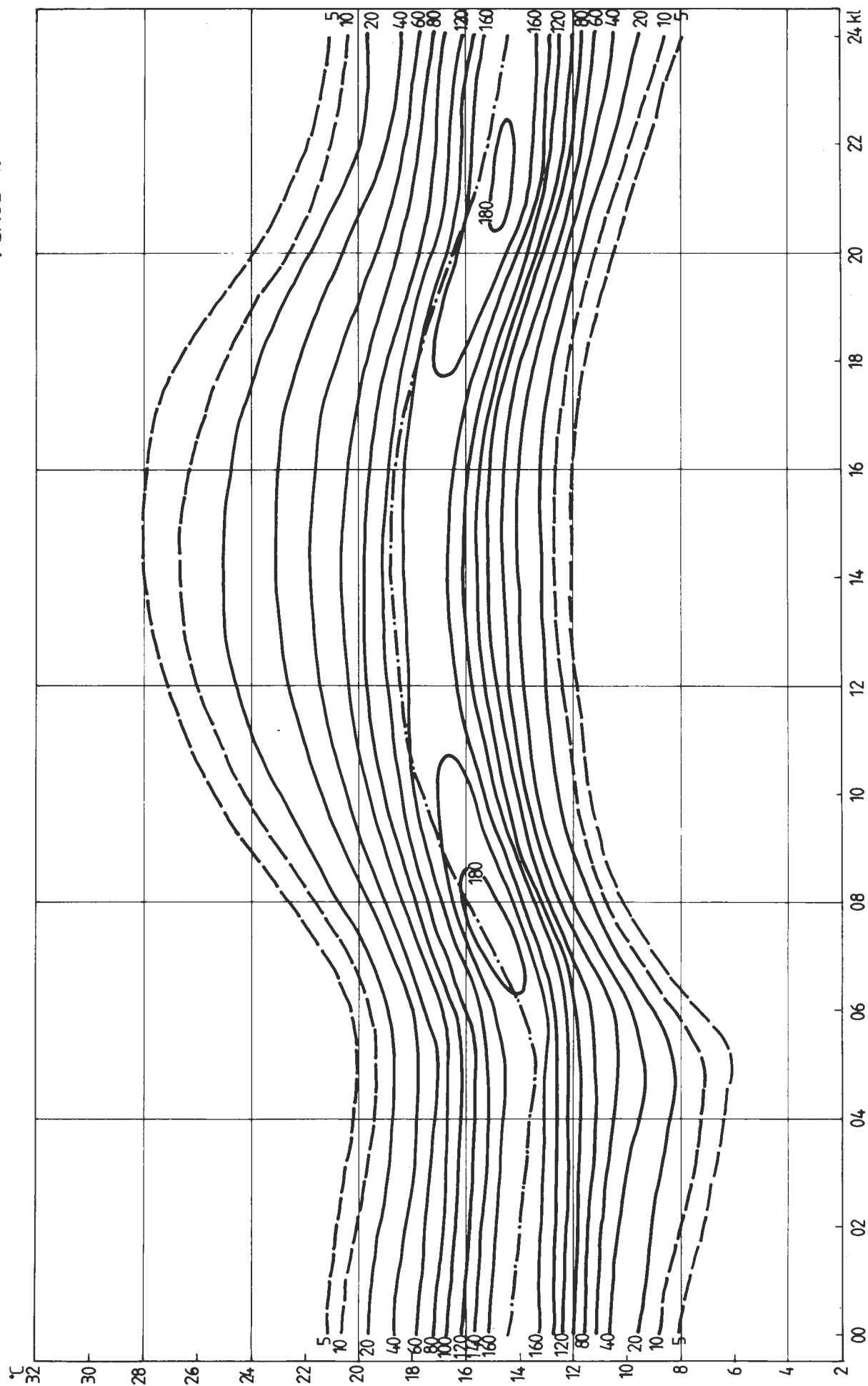
Torslanda
Juni
Period: 1955-1975



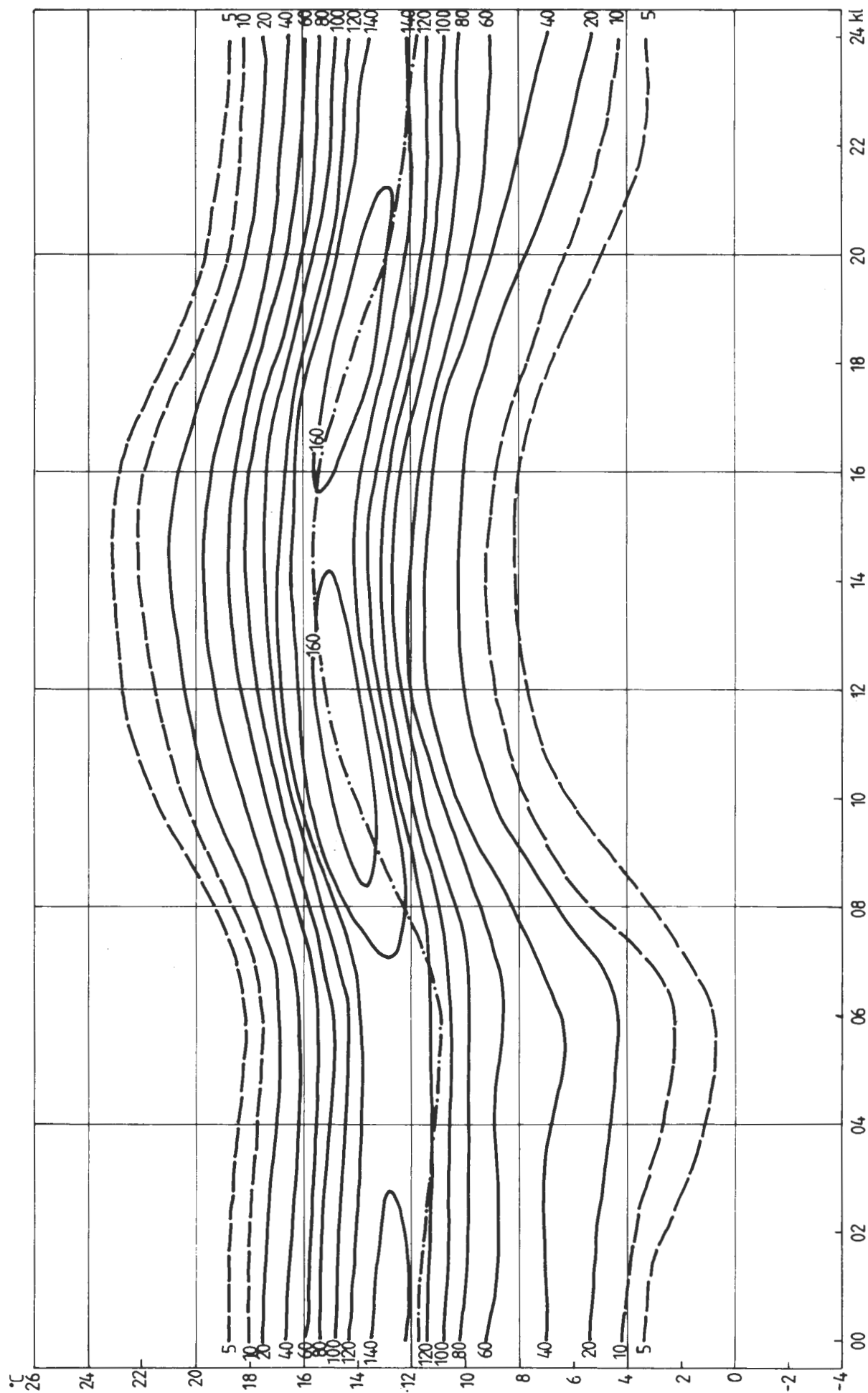
Torslanda
Juli
Period: 1955-1975



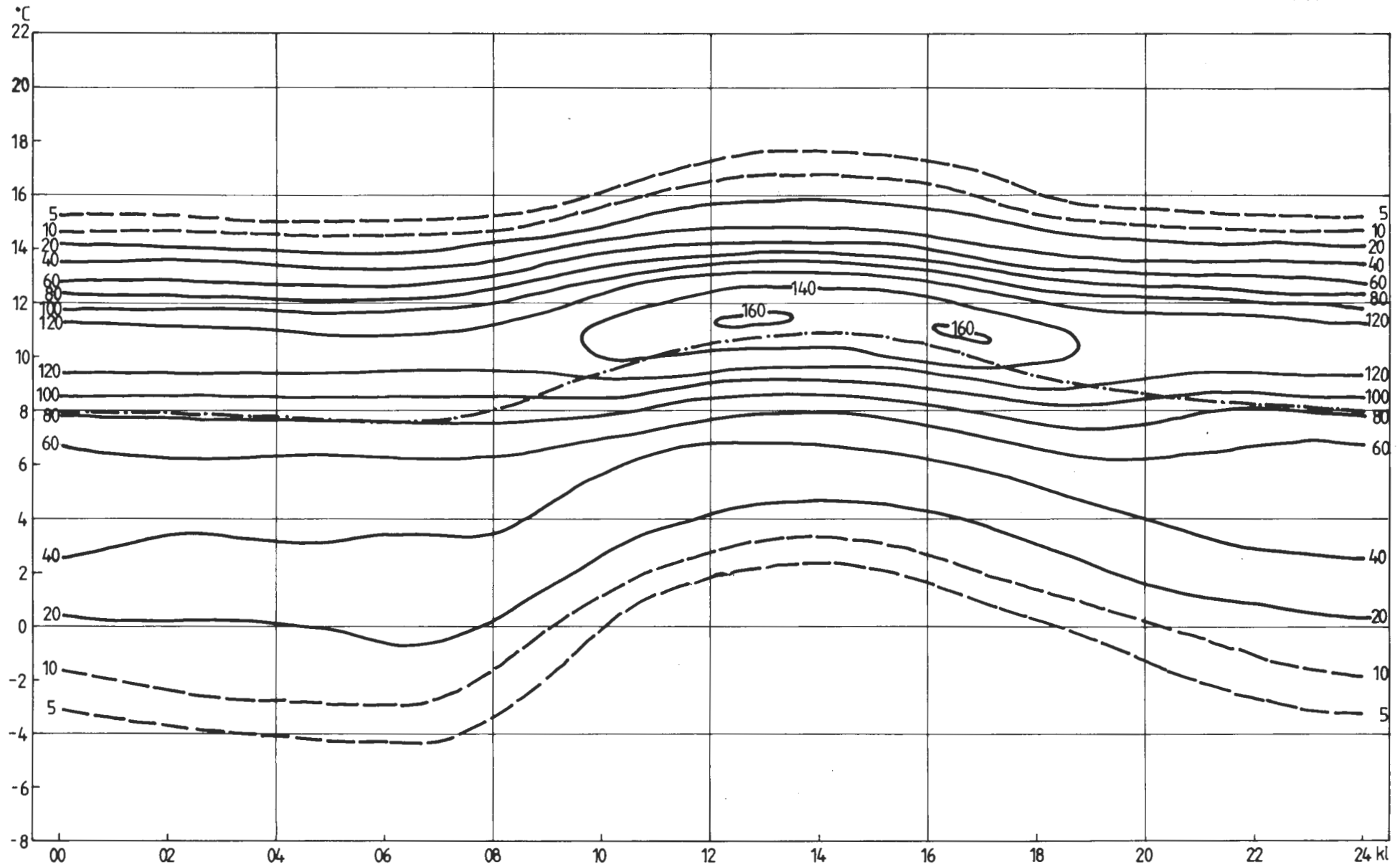
Torstanda
Augusti
Period: 1955-1975



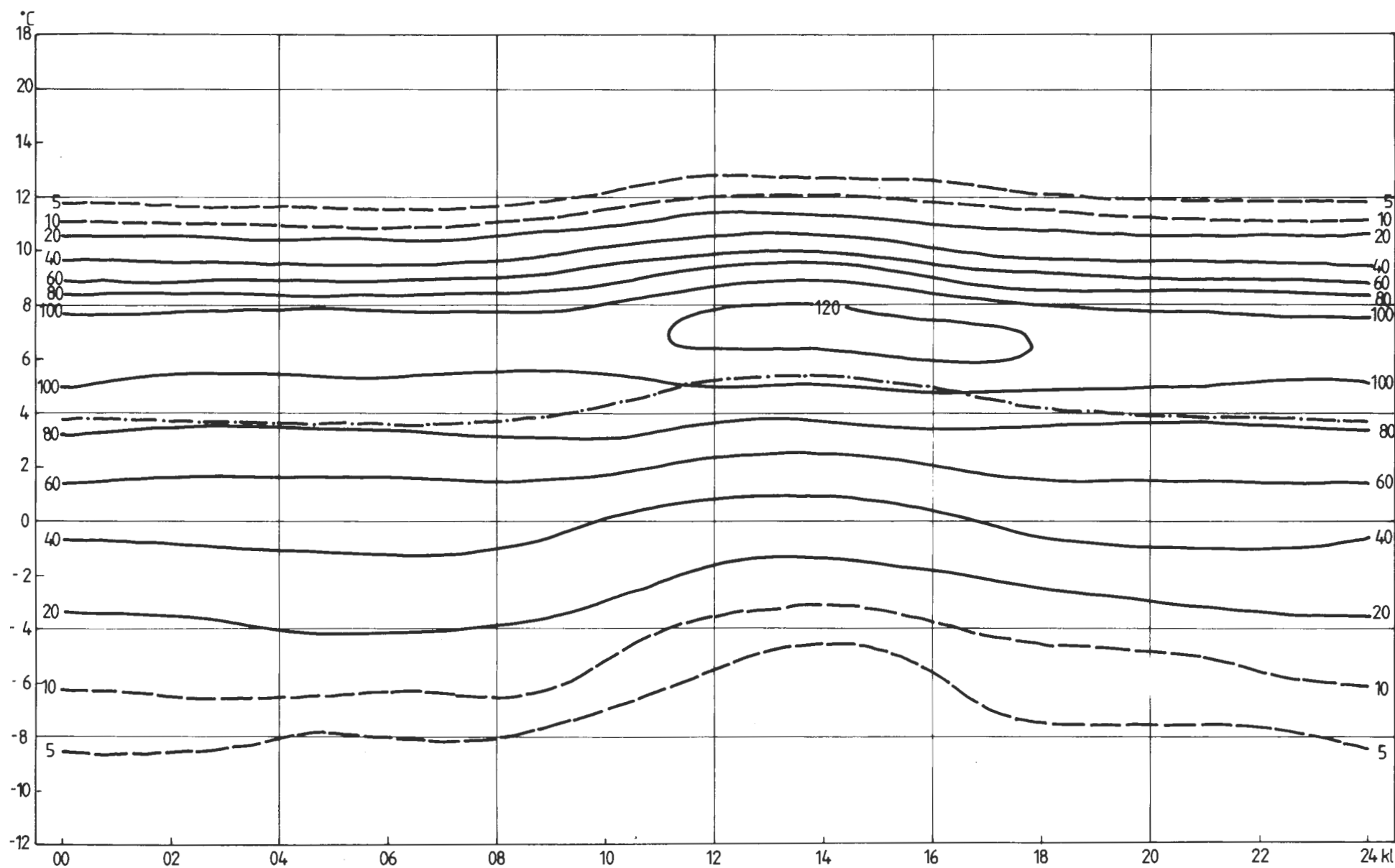
Torstanda
September
Period: 1955-1975



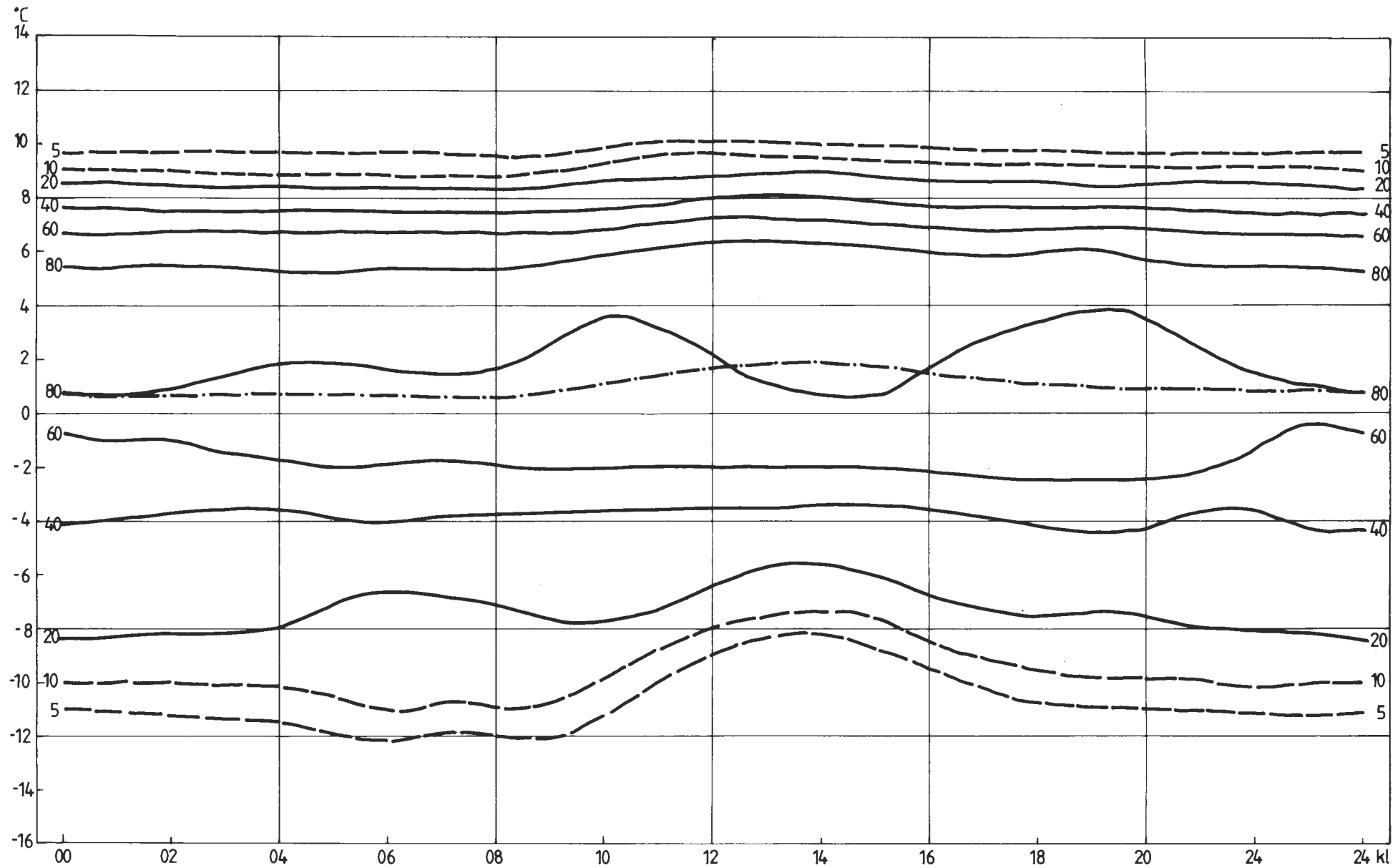
Torslanda
Oktober
Period: 1955-1975

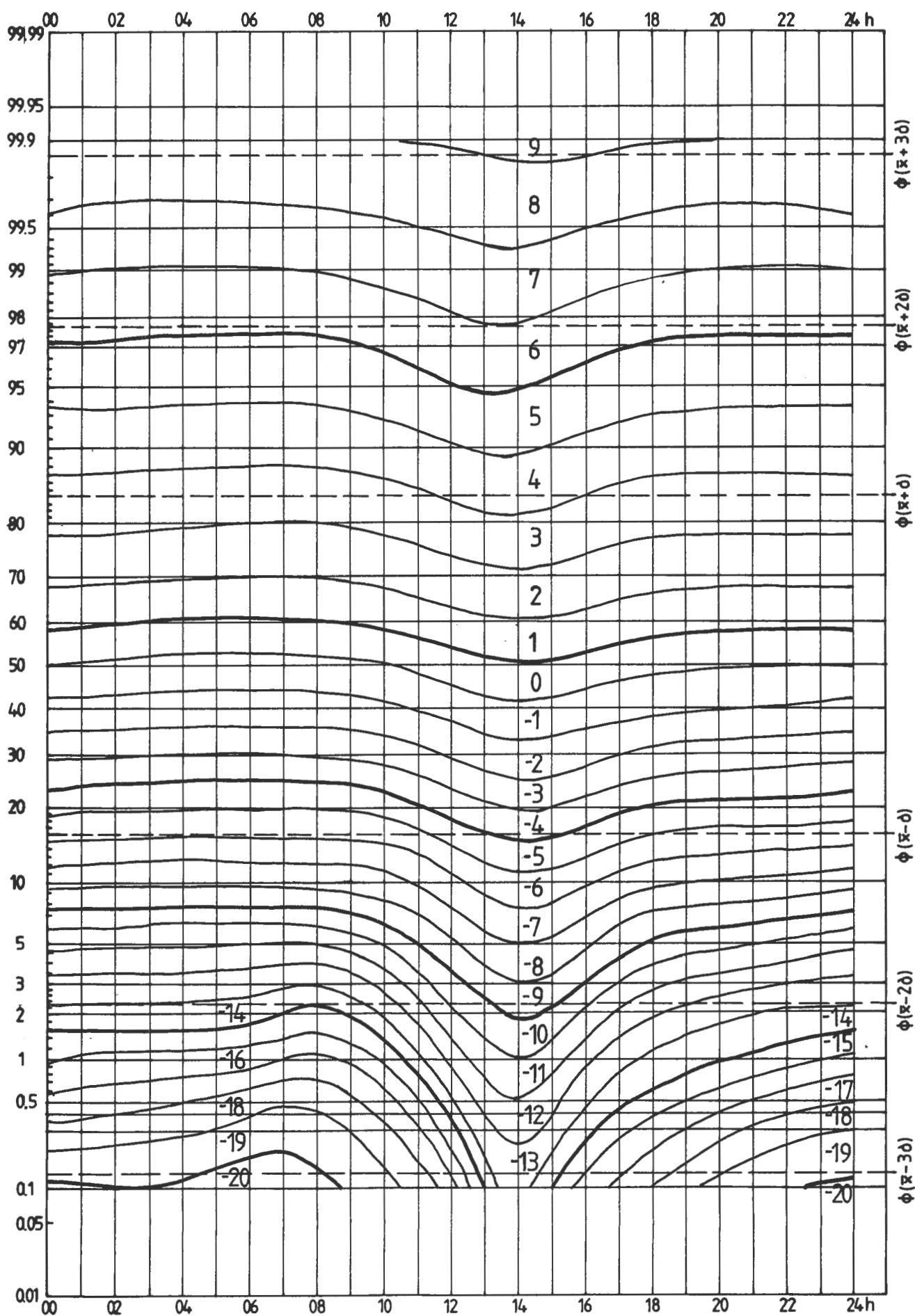


Torslanda
November
Period: 1955-1975



Torslanda
December
Period: 1955-1975



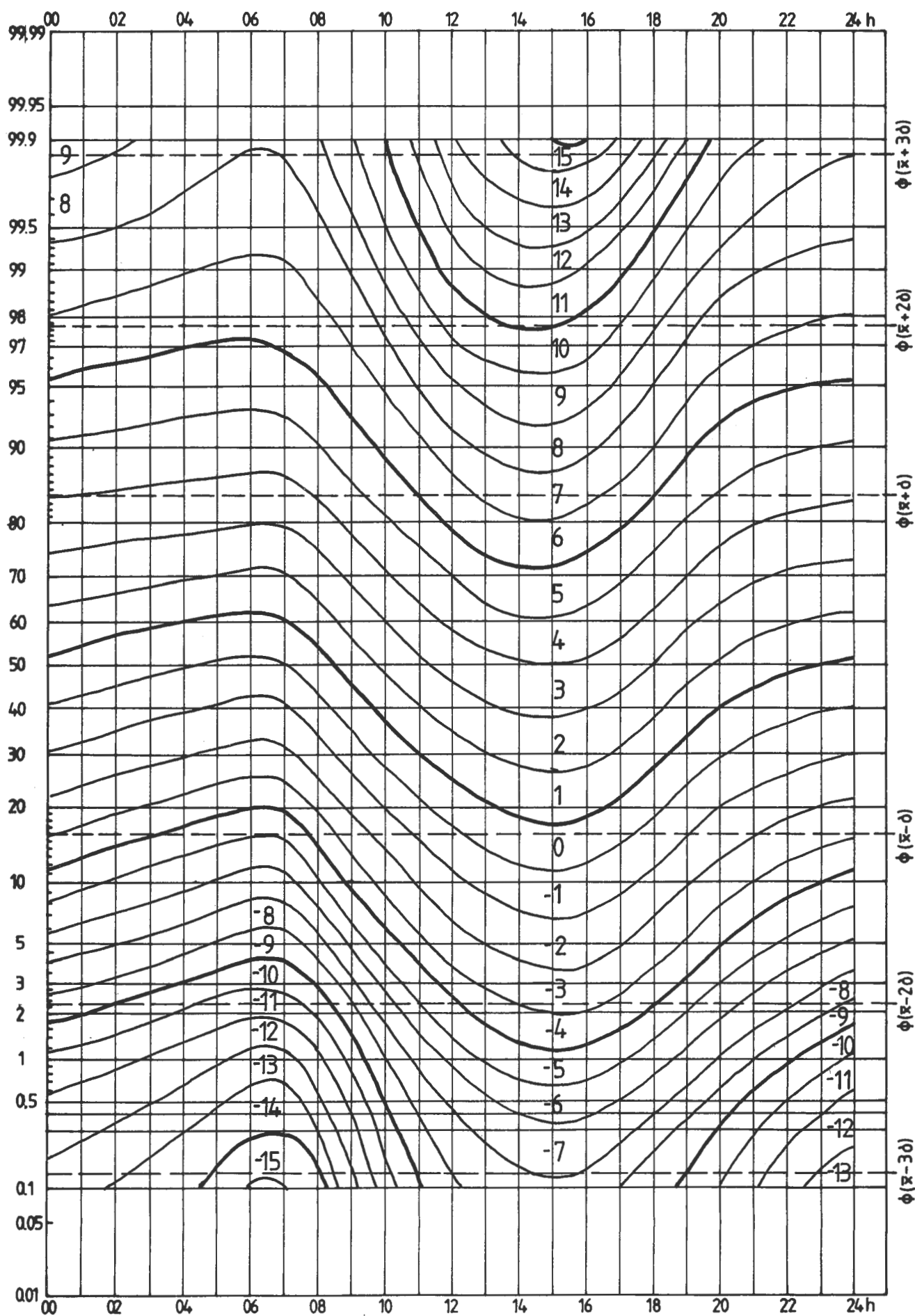


89

KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Torslanda
Mars

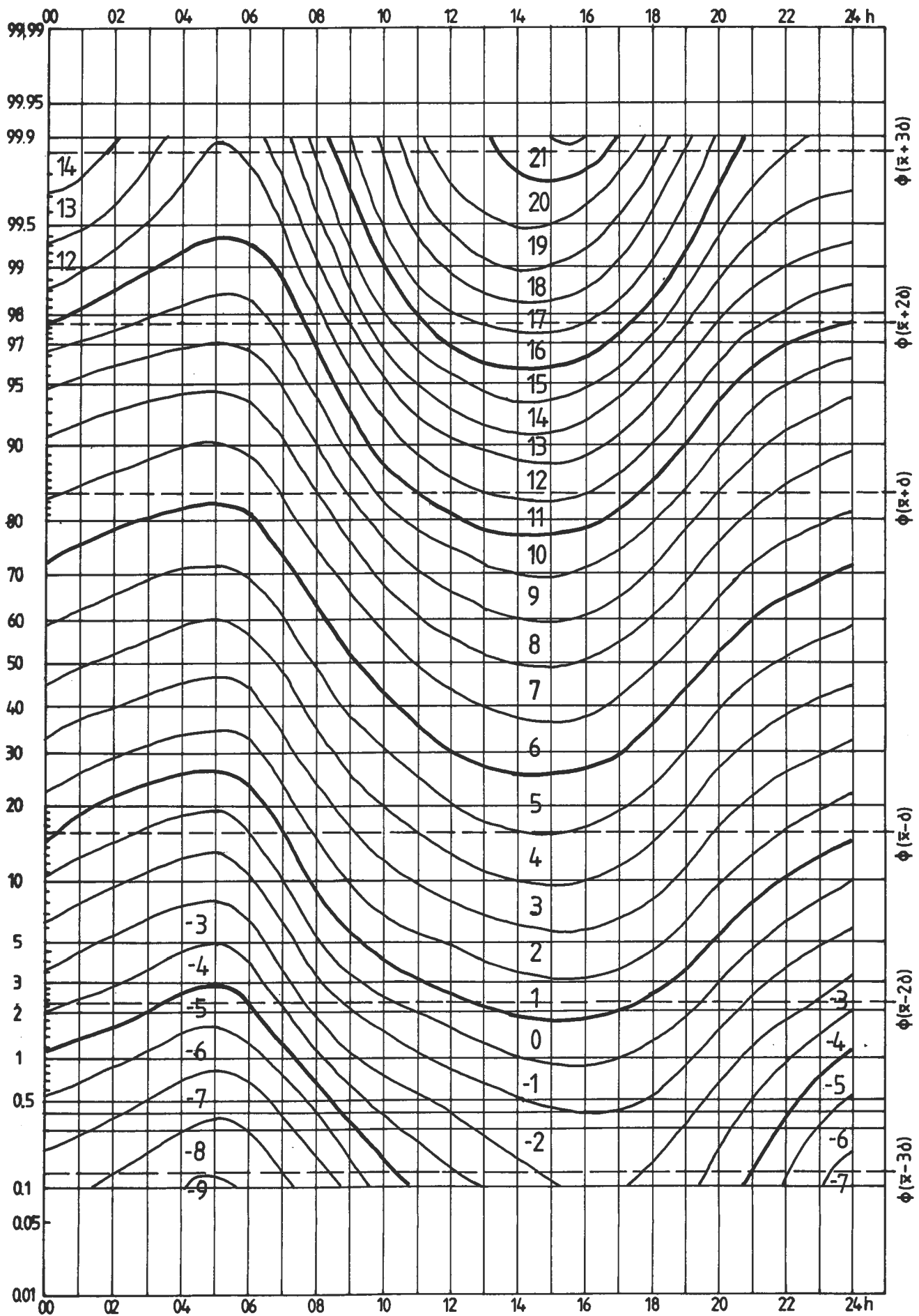
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Torslanda
April
Period: 1955-1975

91

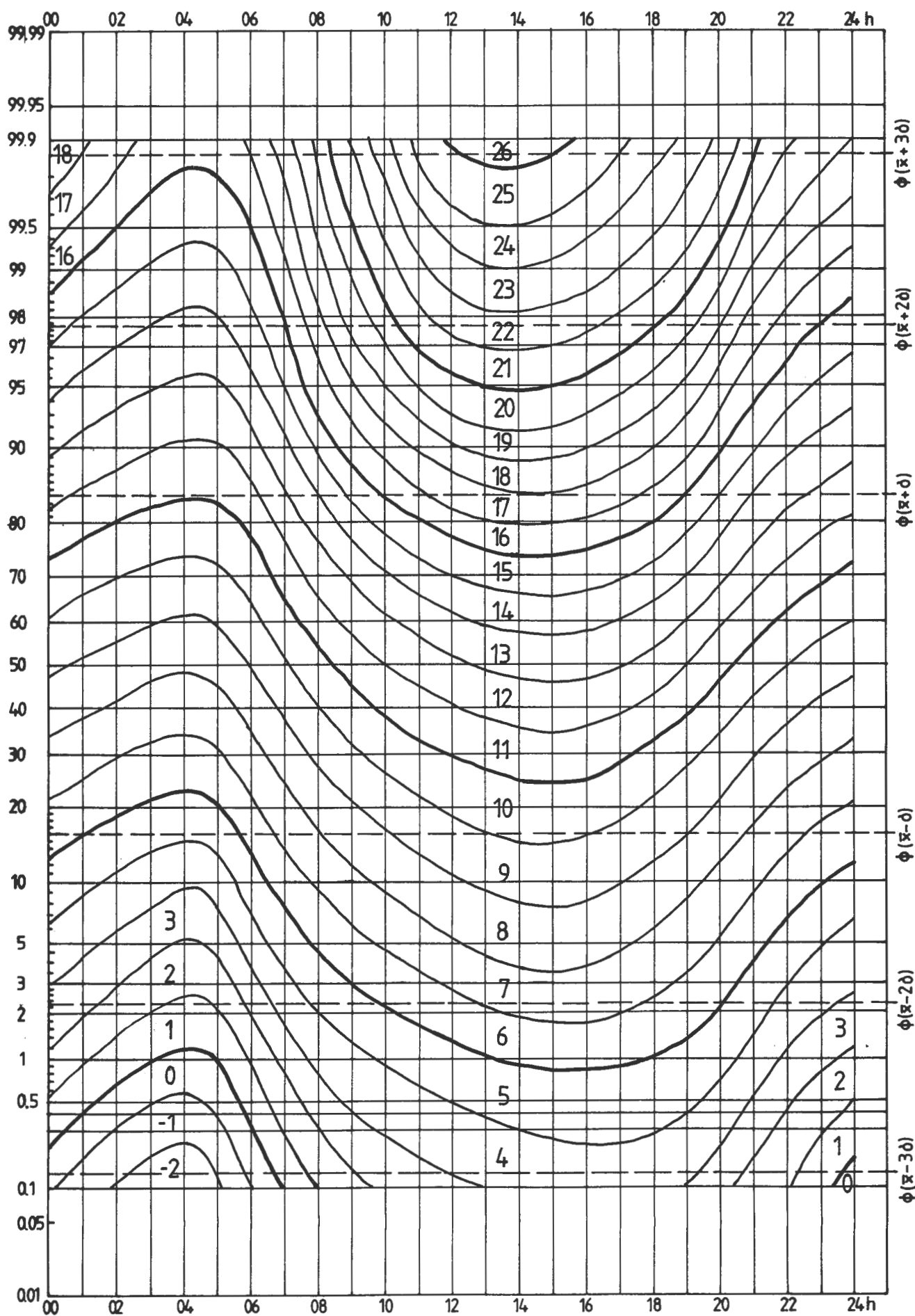


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Torslanda

Maj

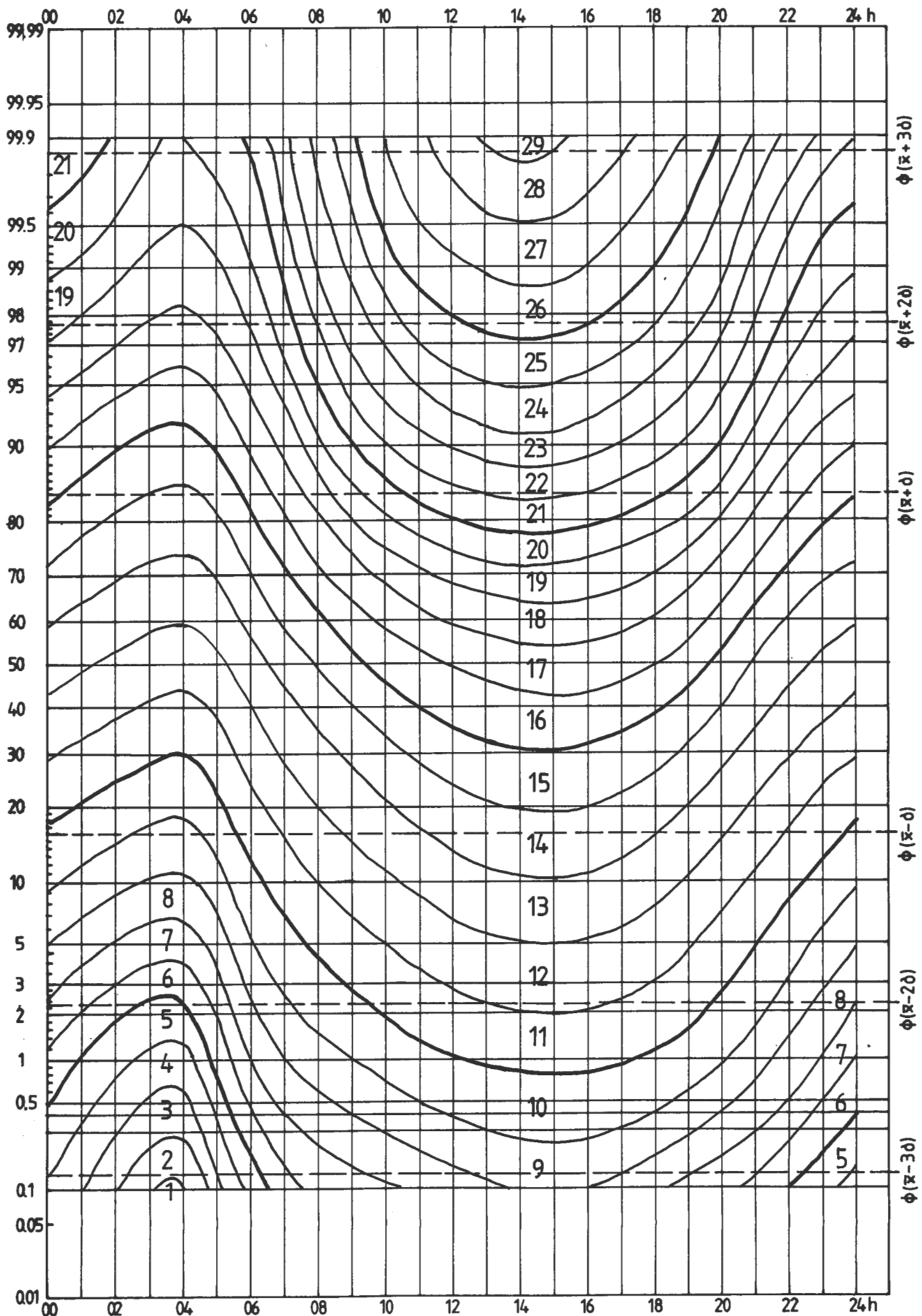
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Torstanda
Juni
Period: 1955-1975

93

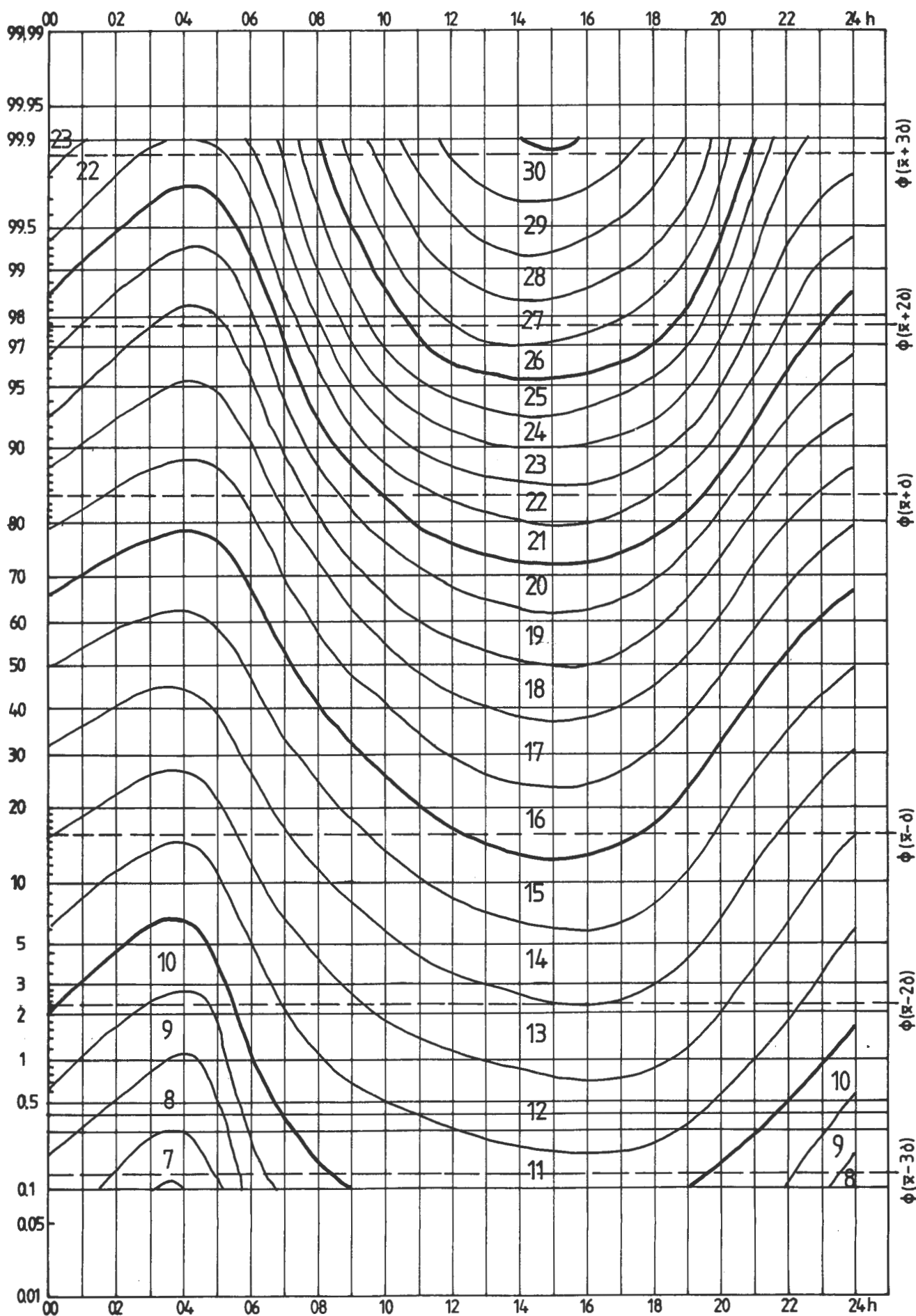


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Torstunda

Juli

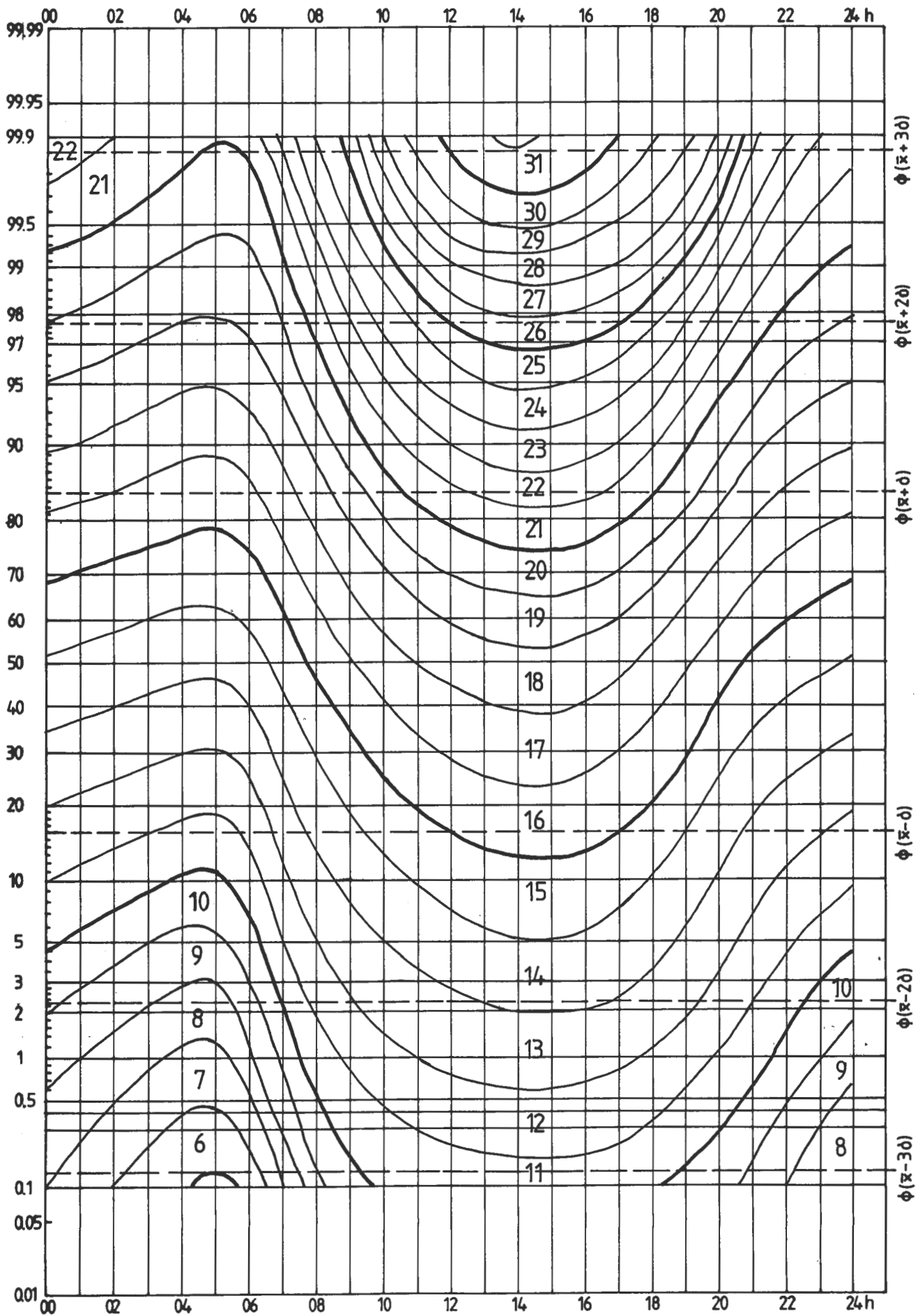
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

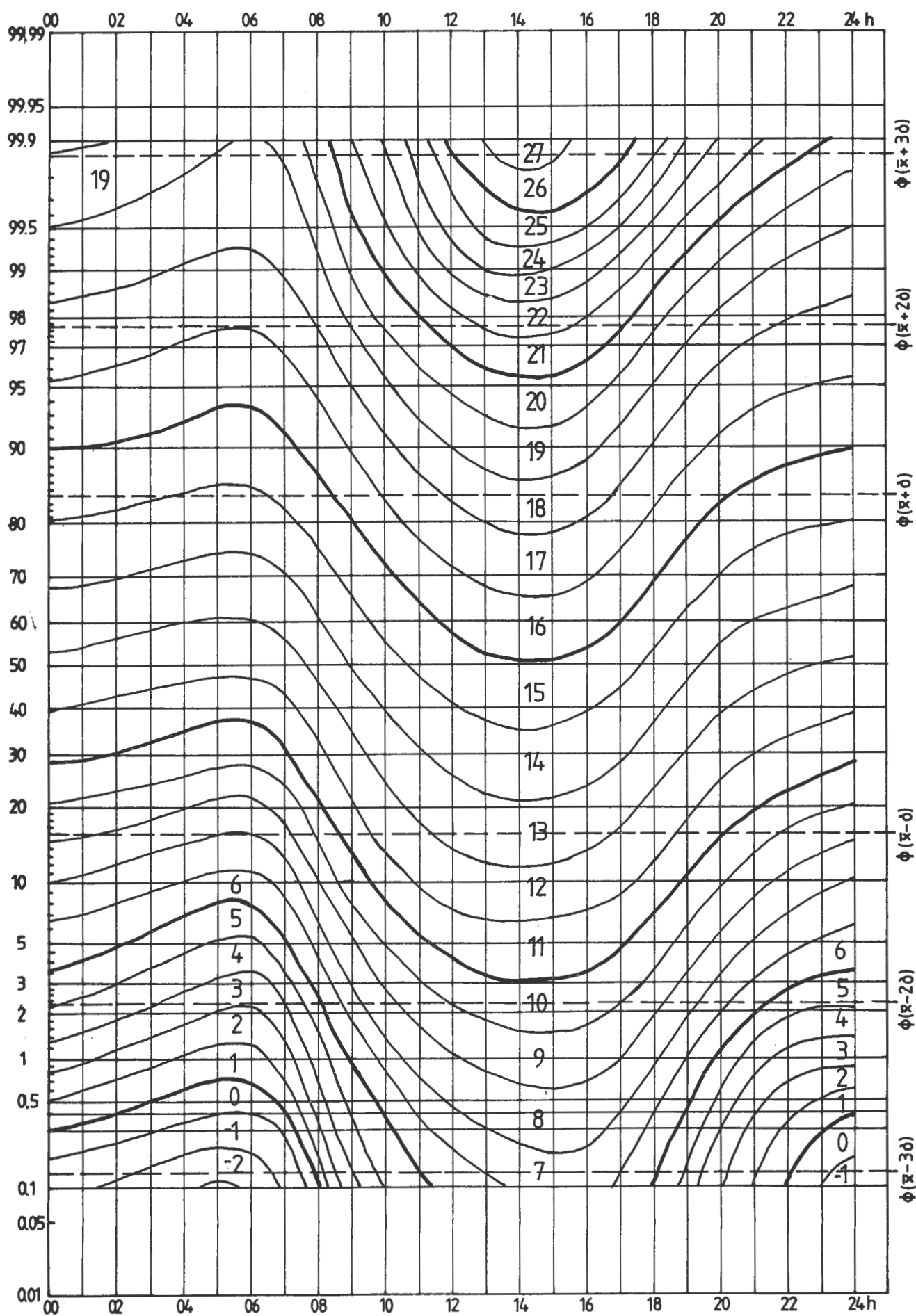
Torslanda
Augusti
Period: 1955-1975

95



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

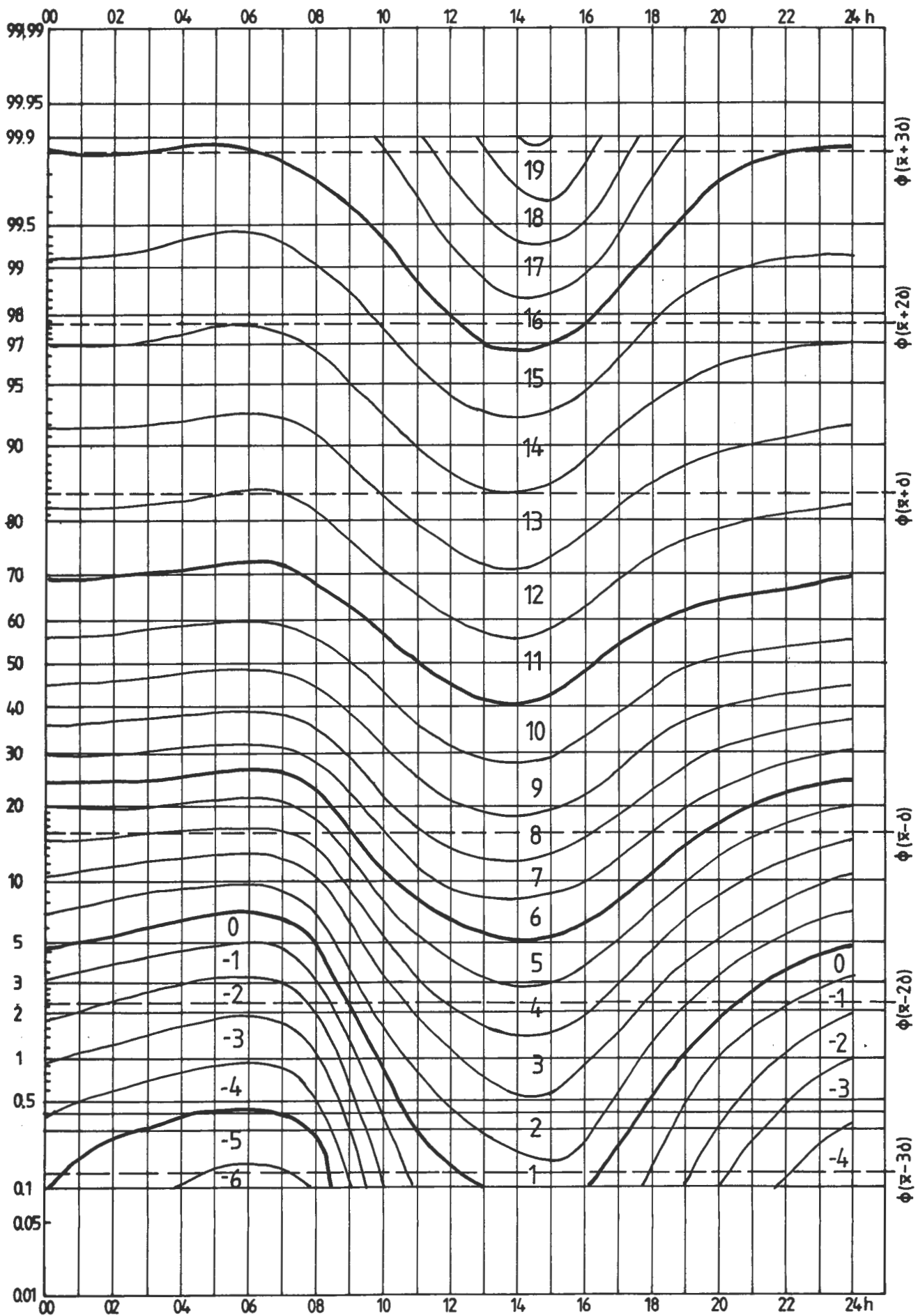
Torslanda
September
Period: 1955-1975

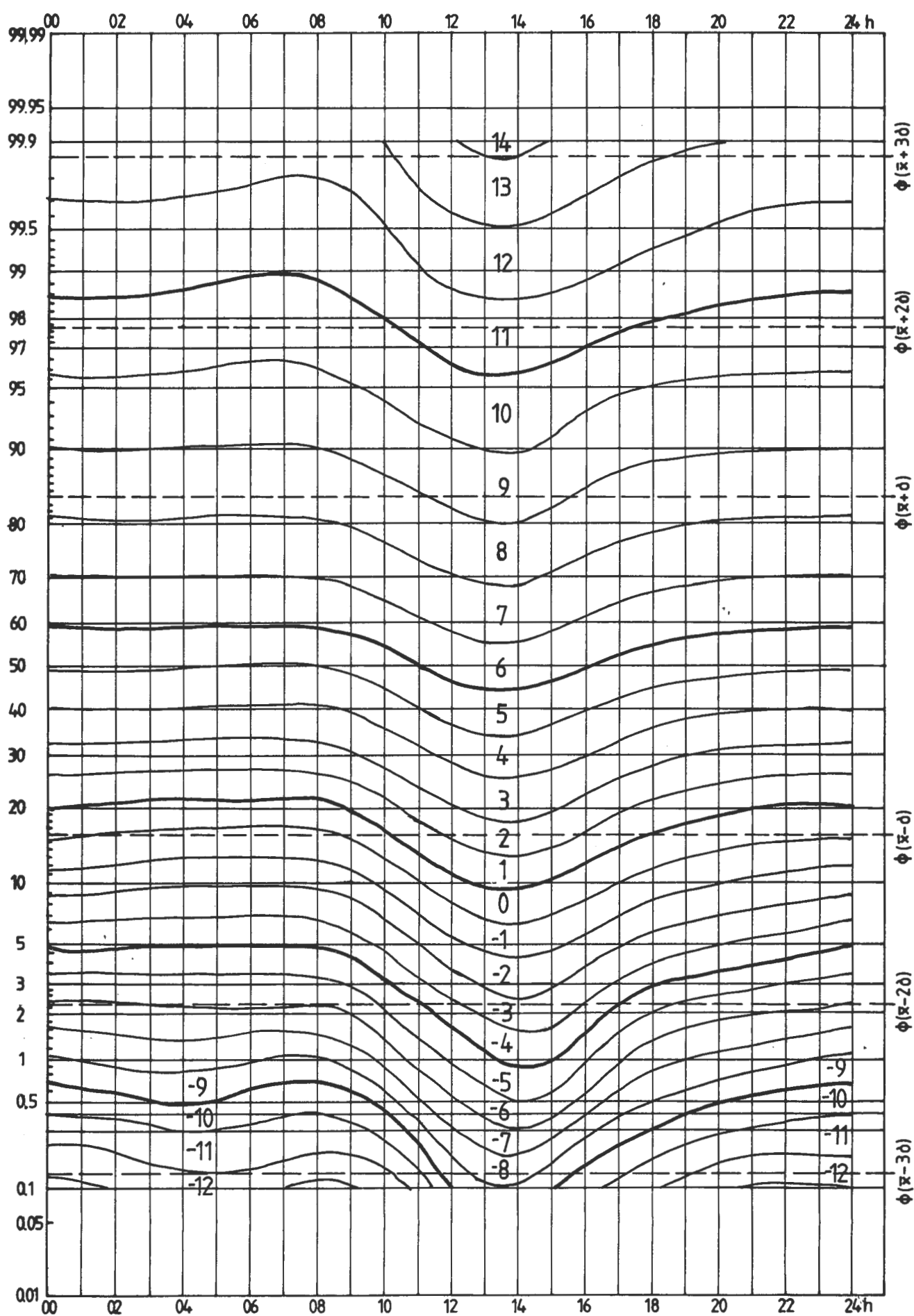


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Torstanda
Oktober
Period: 1955-1975

97

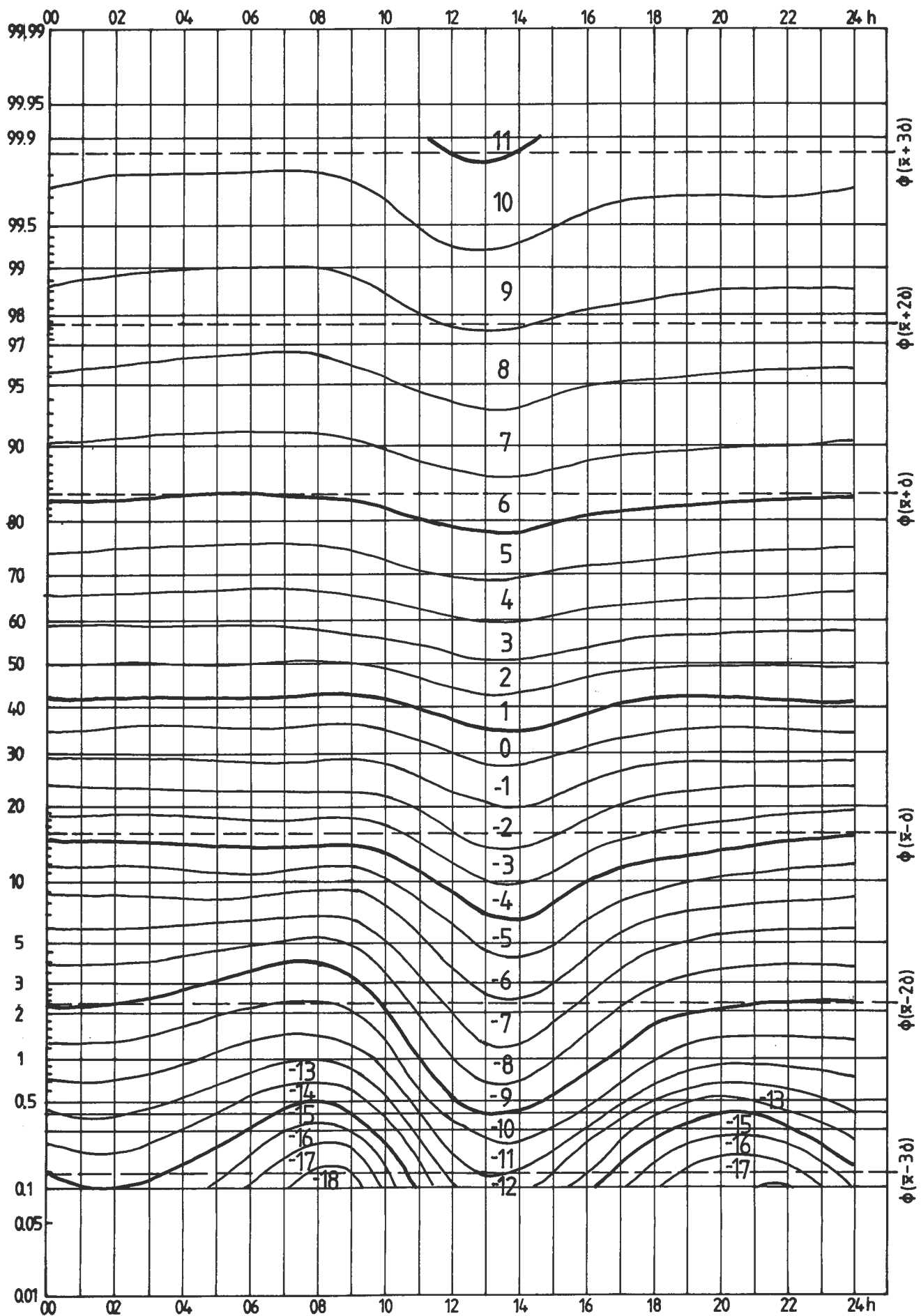


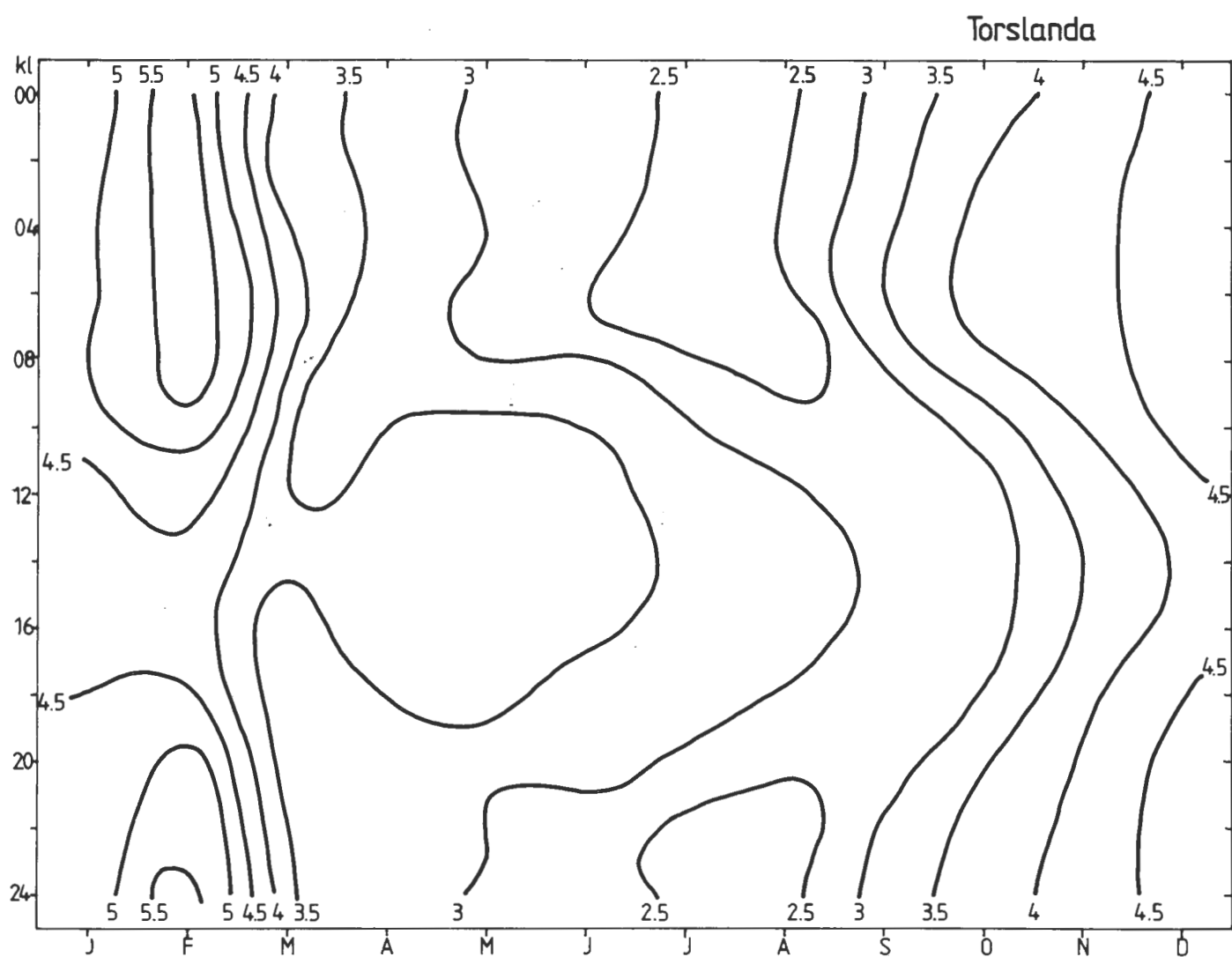


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

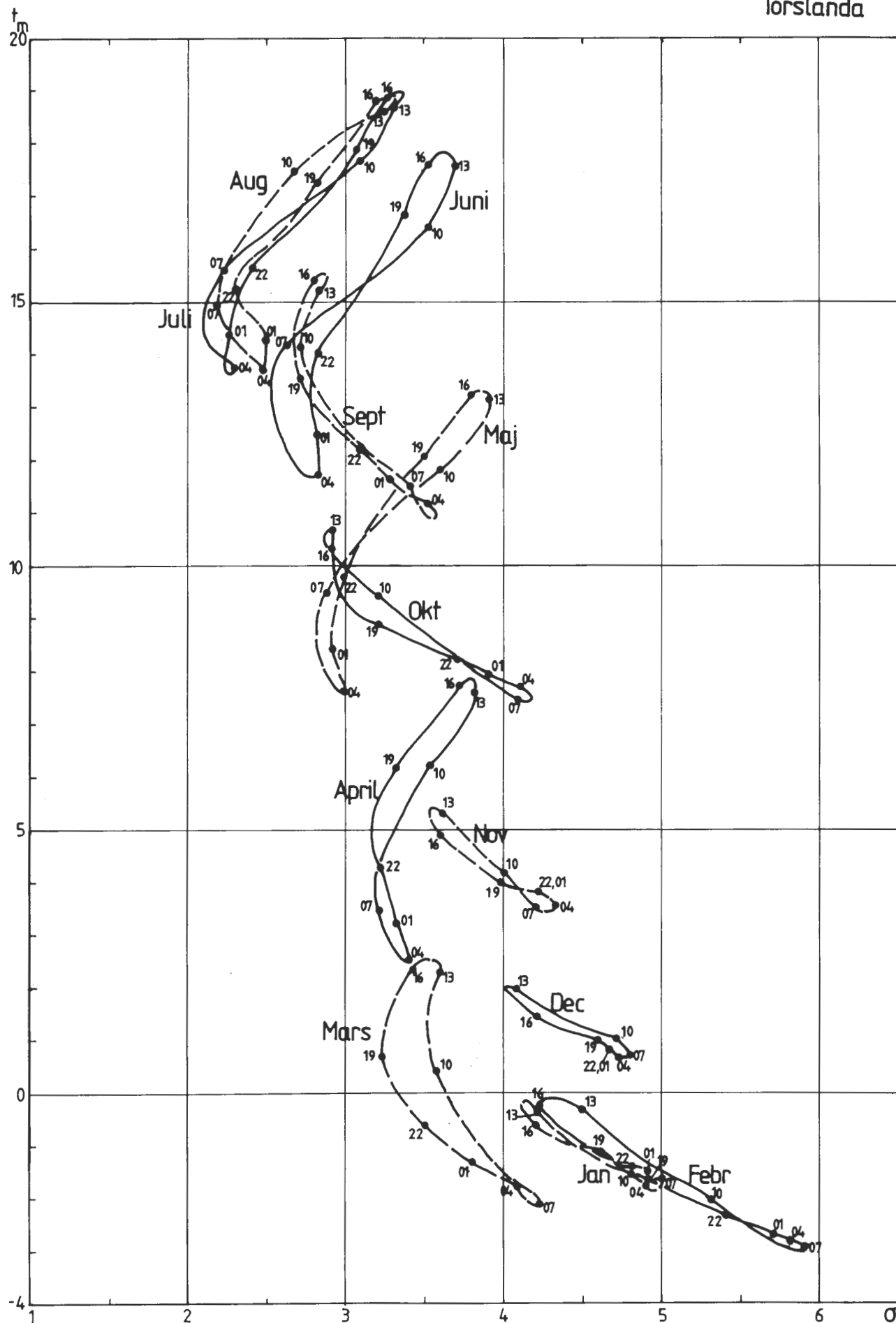
Torslanda
December
Period: 1955-1975

99



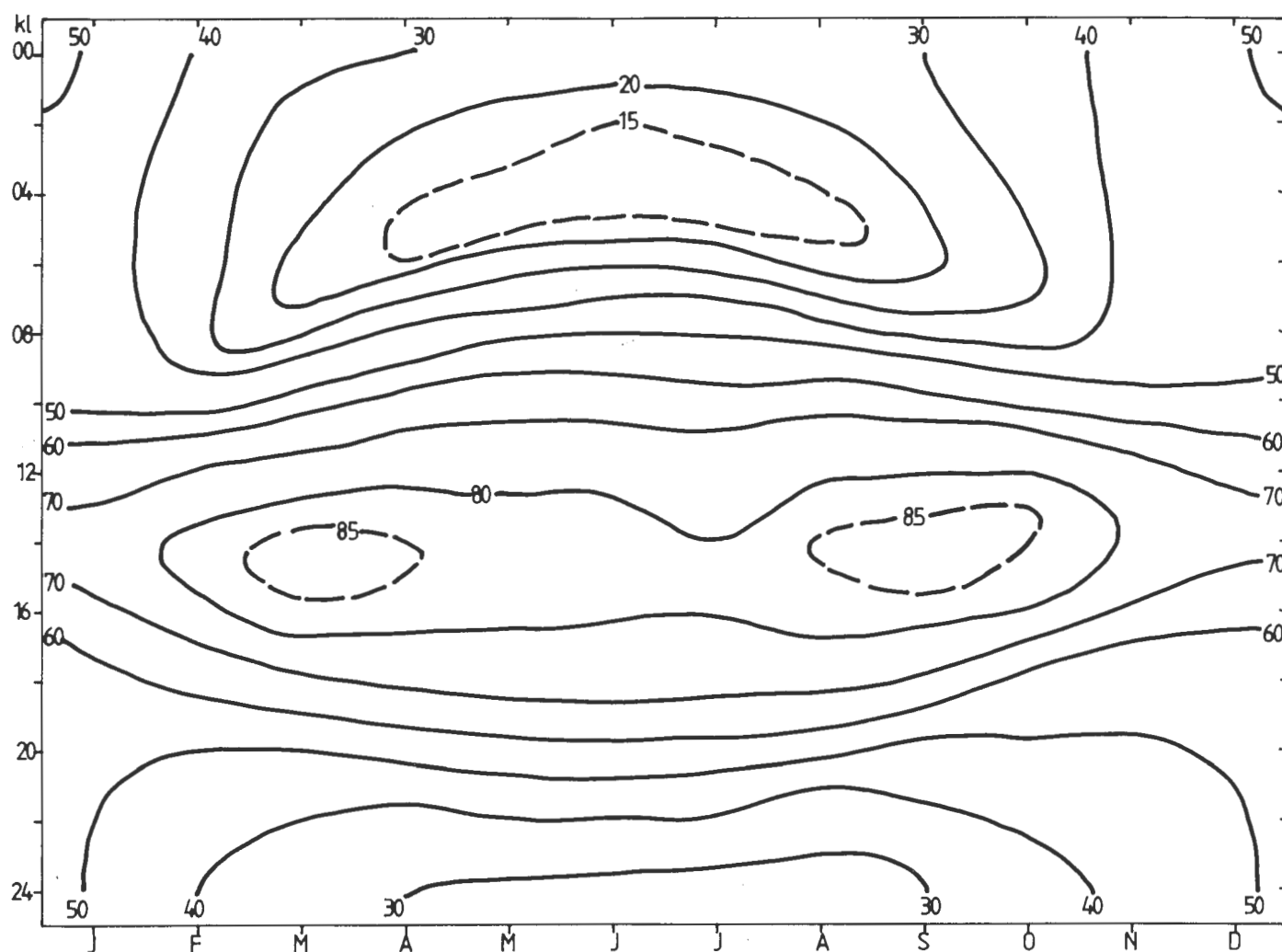


Temperaturens standardavvikelse som funktion av tiden på året (abskissa) och tiden på dygnet (ordinata).



Sammanhörande värden av medeltemperatur och standardavvikelse.

Torslanda



Värdet av k i uttrycket $k = \frac{t_{\tau y} - t_{ny}}{t_{xy} - t_{ny}}$

där $t_{\tau y}$ = medeltemperaturen kl τ under månad y

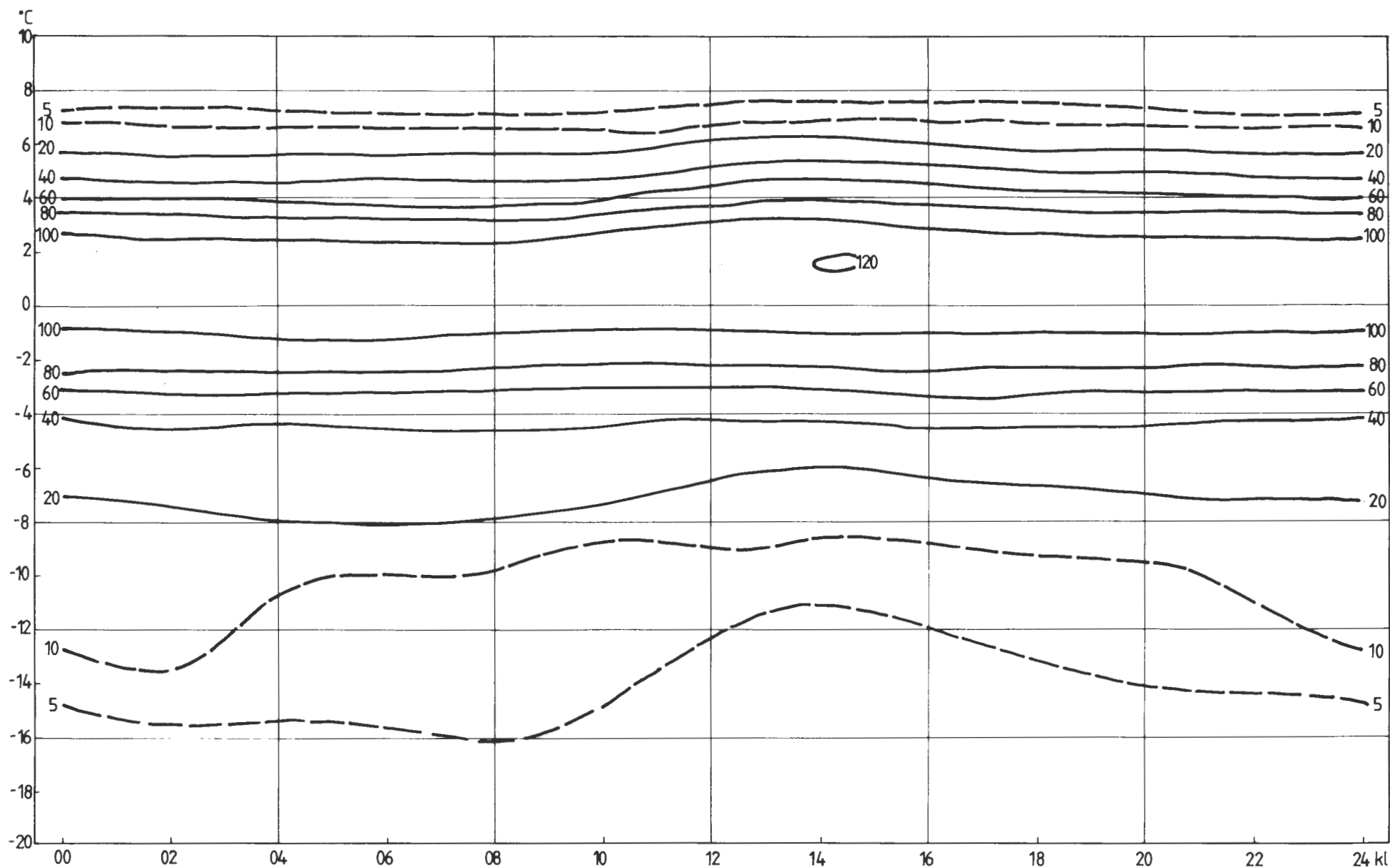
t_{xy} = medelvärde av dygnsmaximitemperaturen under månad y

t_{ny} = medelvärde av dygnsminimitemperaturen under månad y

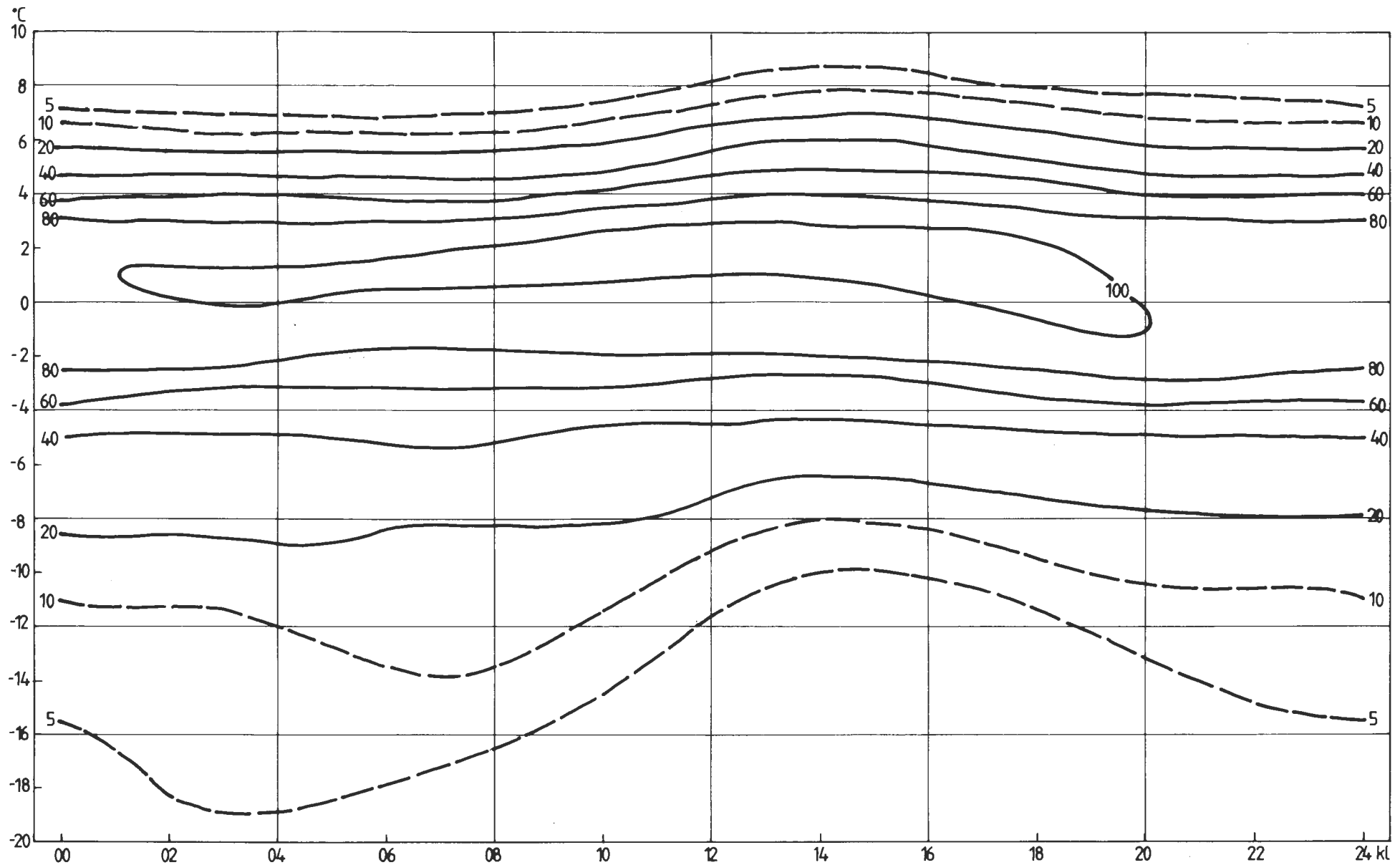
MALMÖ-BULLTOFTA 1955-72



Bulltofta
 Januari
 Period: 1955-1972

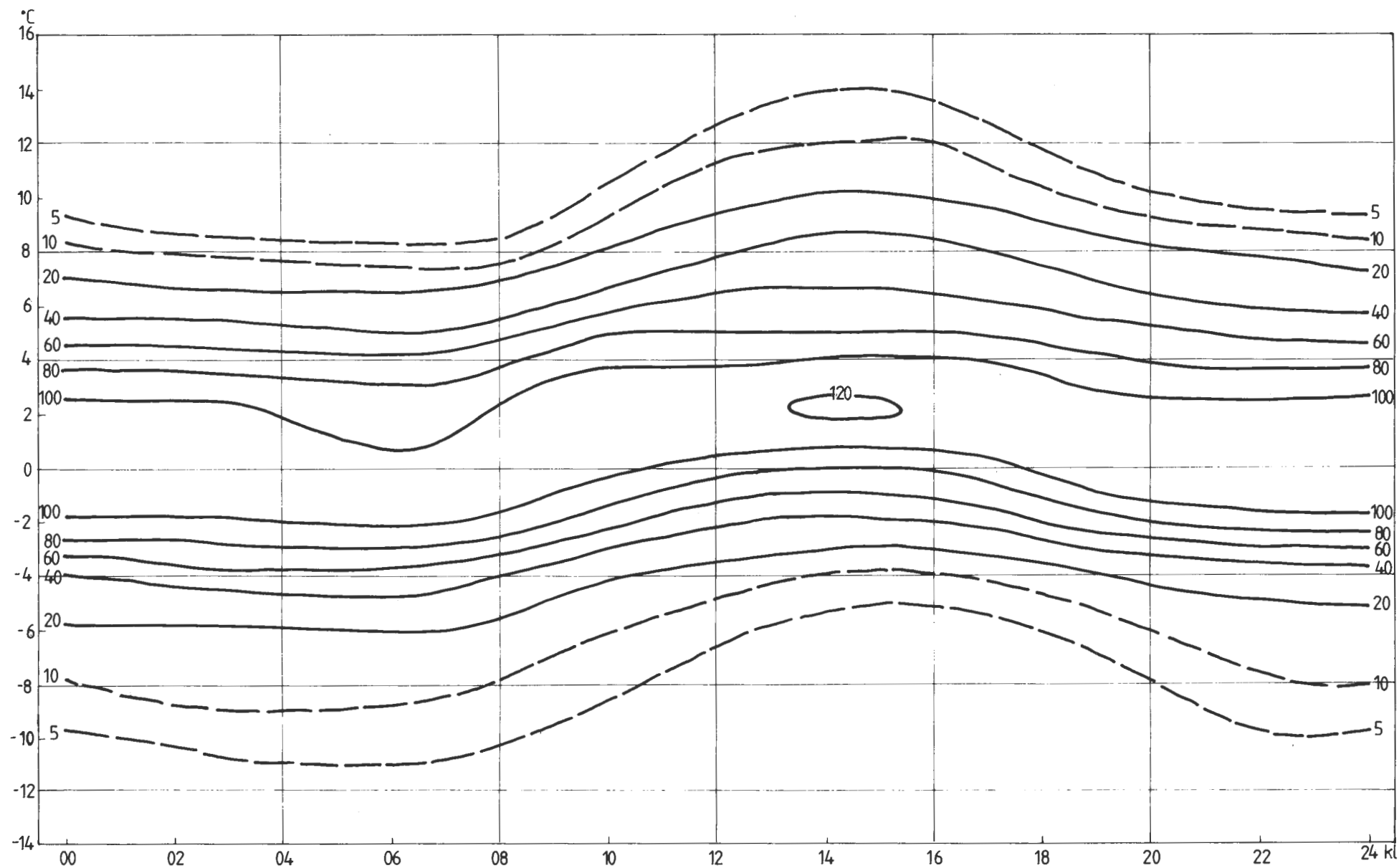


Bulltofta
 Februari
 Period: 1955-1972

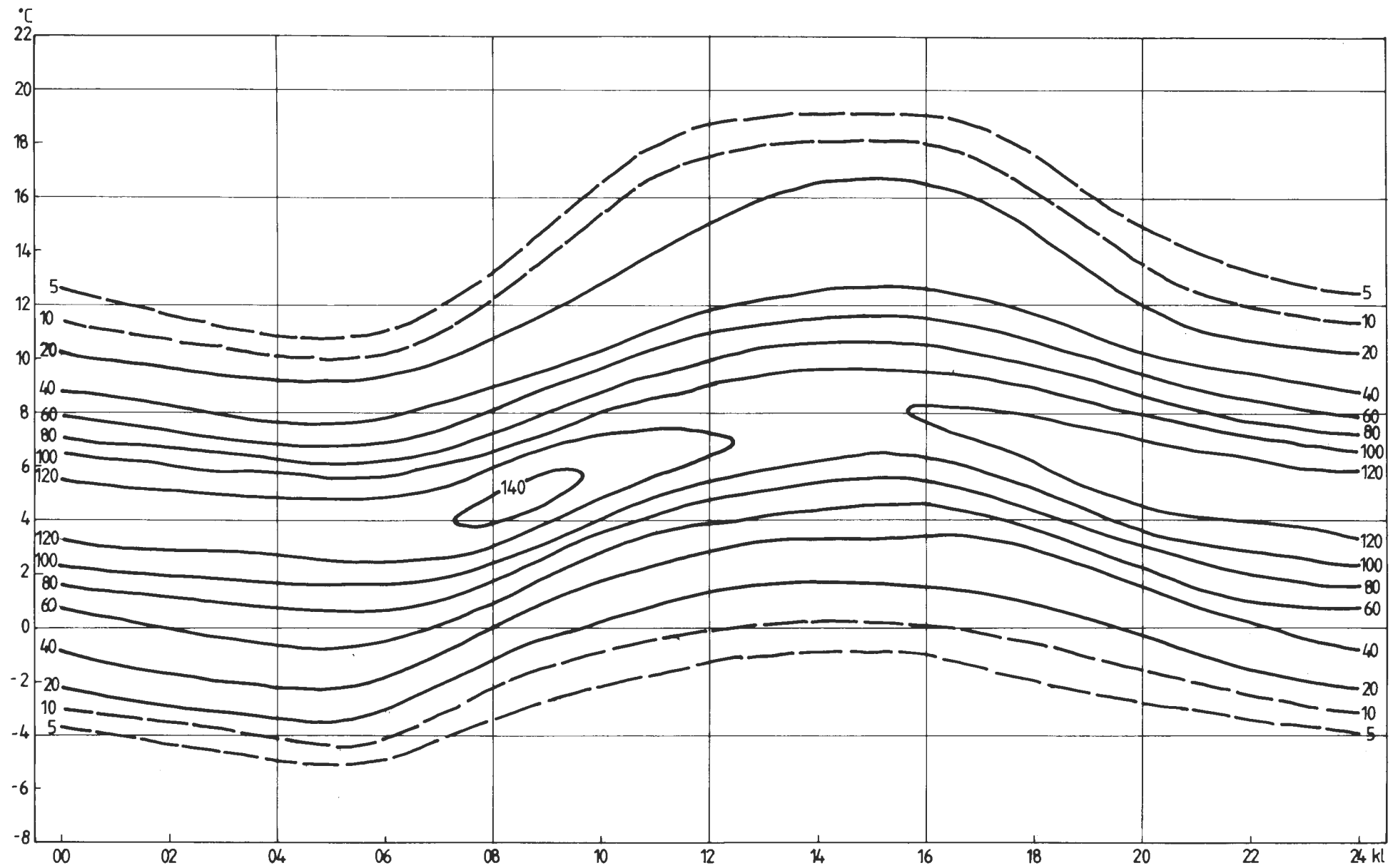


Bulltofta
Mars
Period: 1955-1972

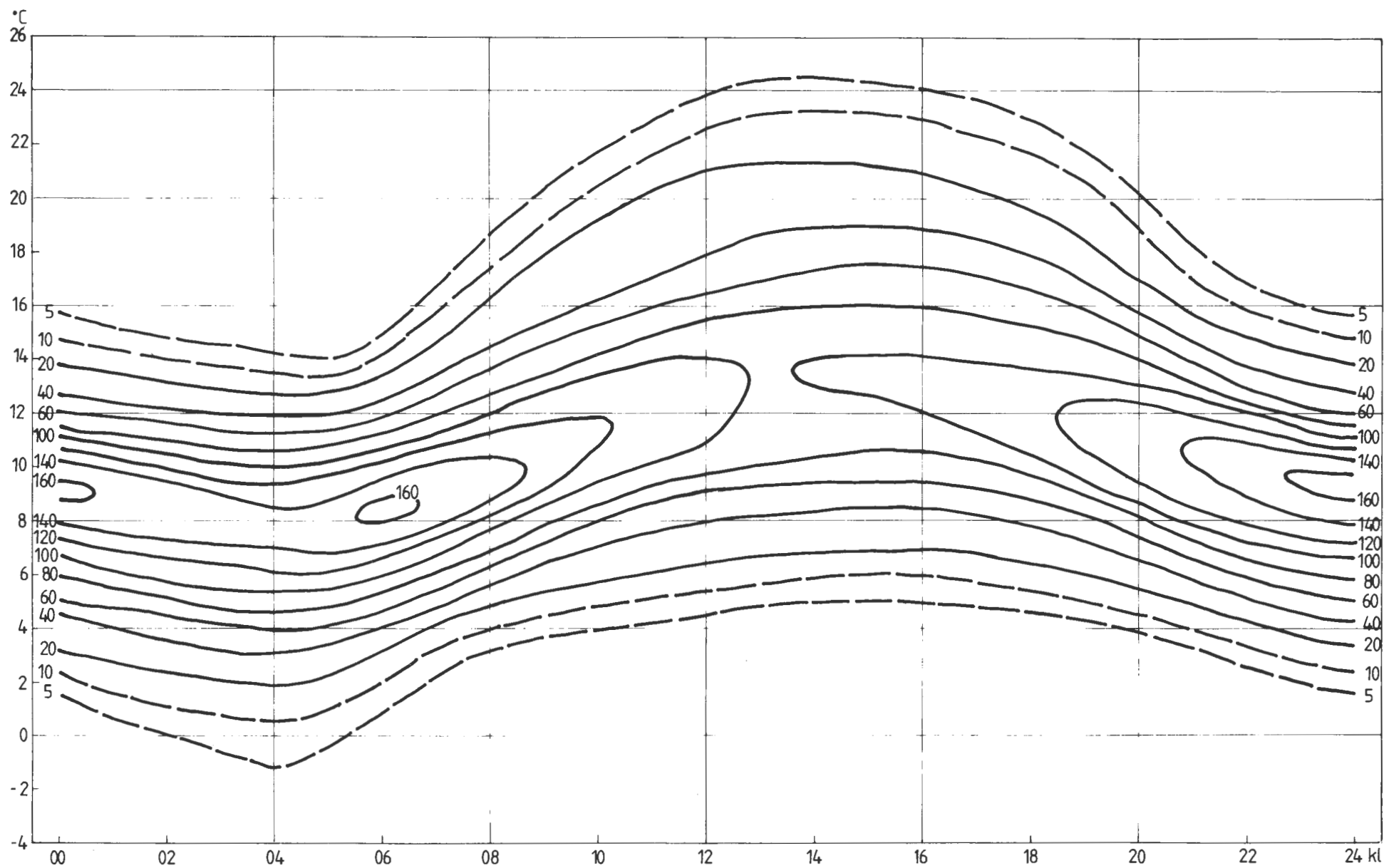
106



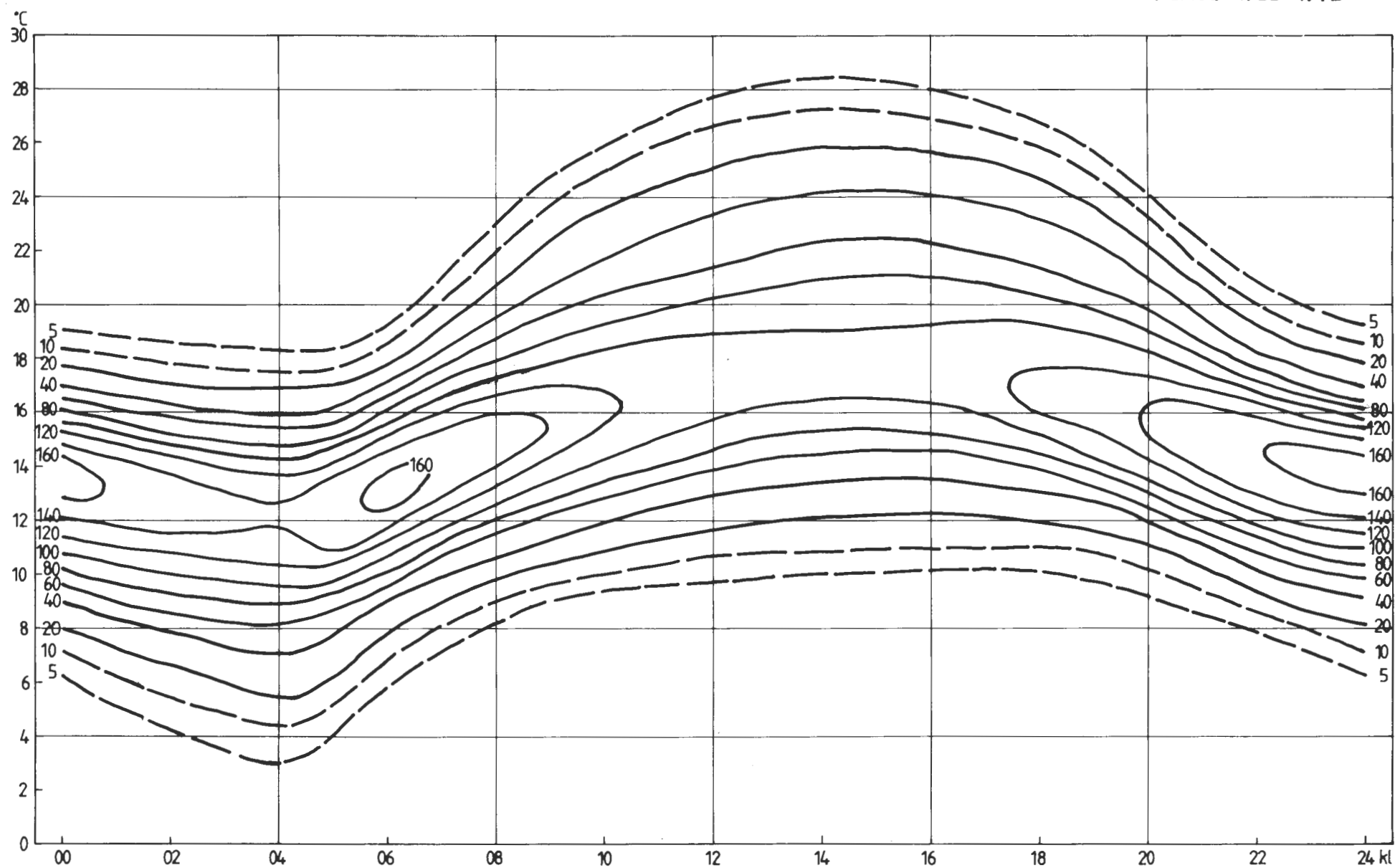
Bulltofta
April
Period: 1955-1972



Bulltofta
Maj
Period: 1955-1972

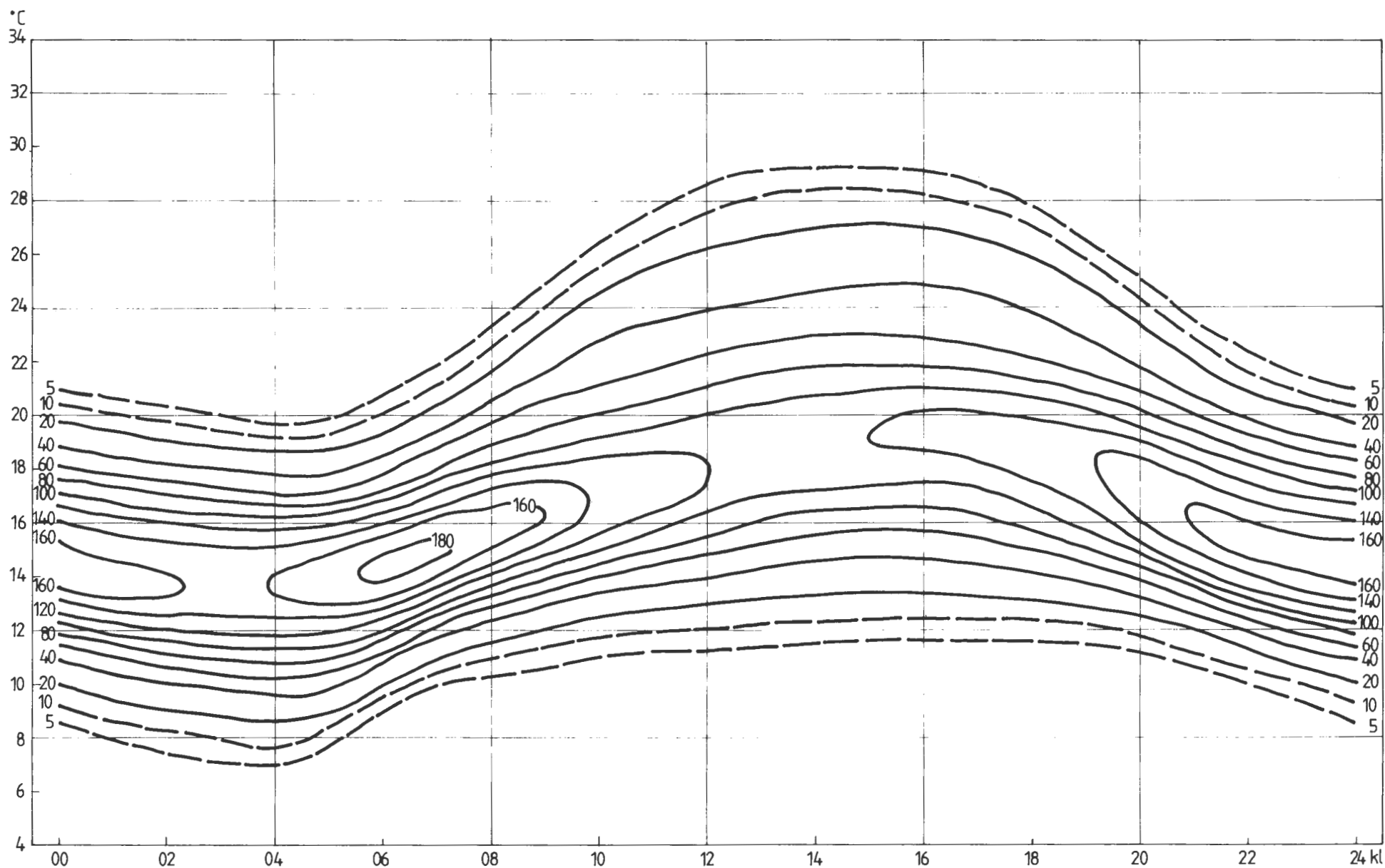


Bulltofta
Juni
Period: 1955-1972

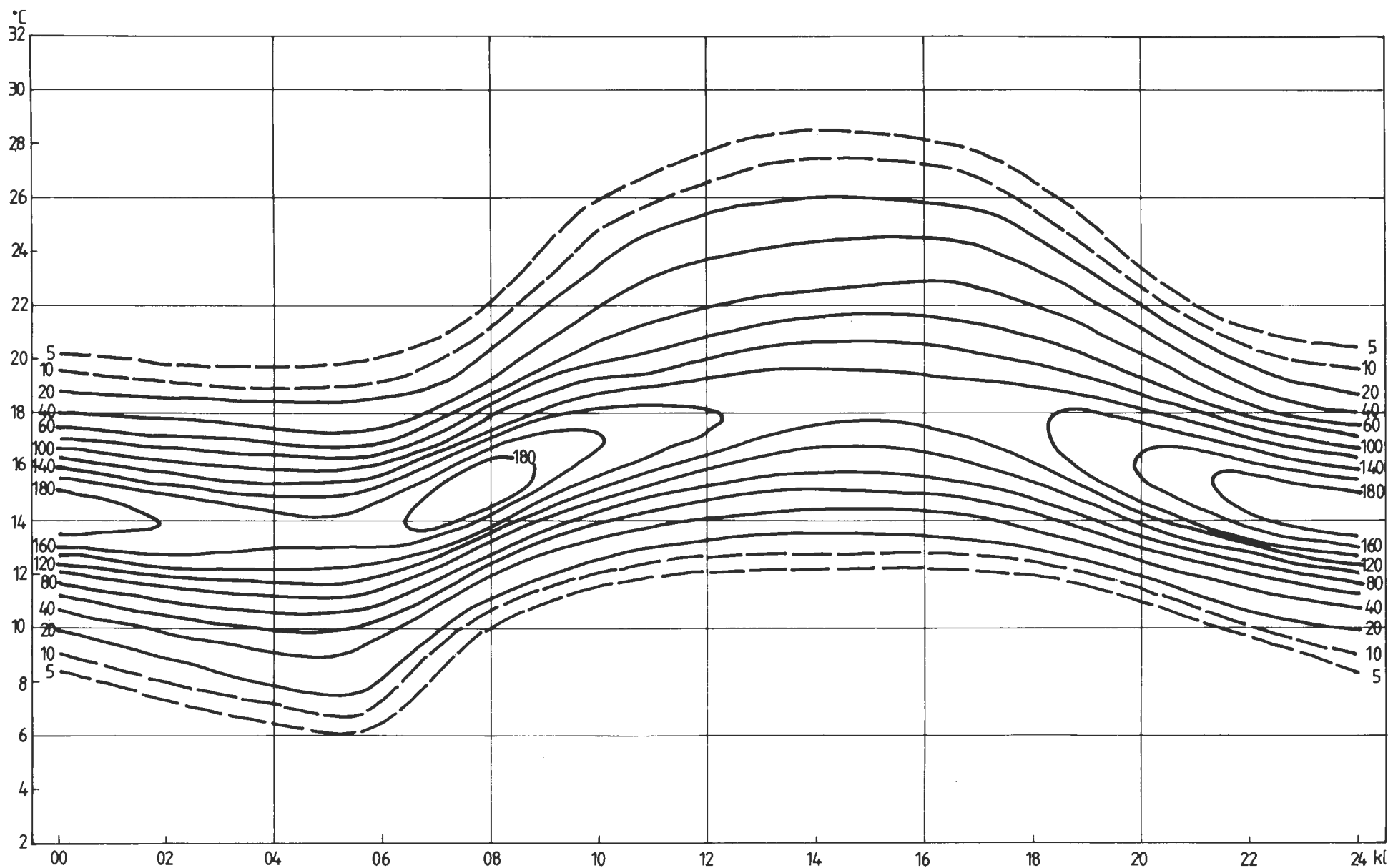


Bulltofta
Juli
Period: 1955-1975

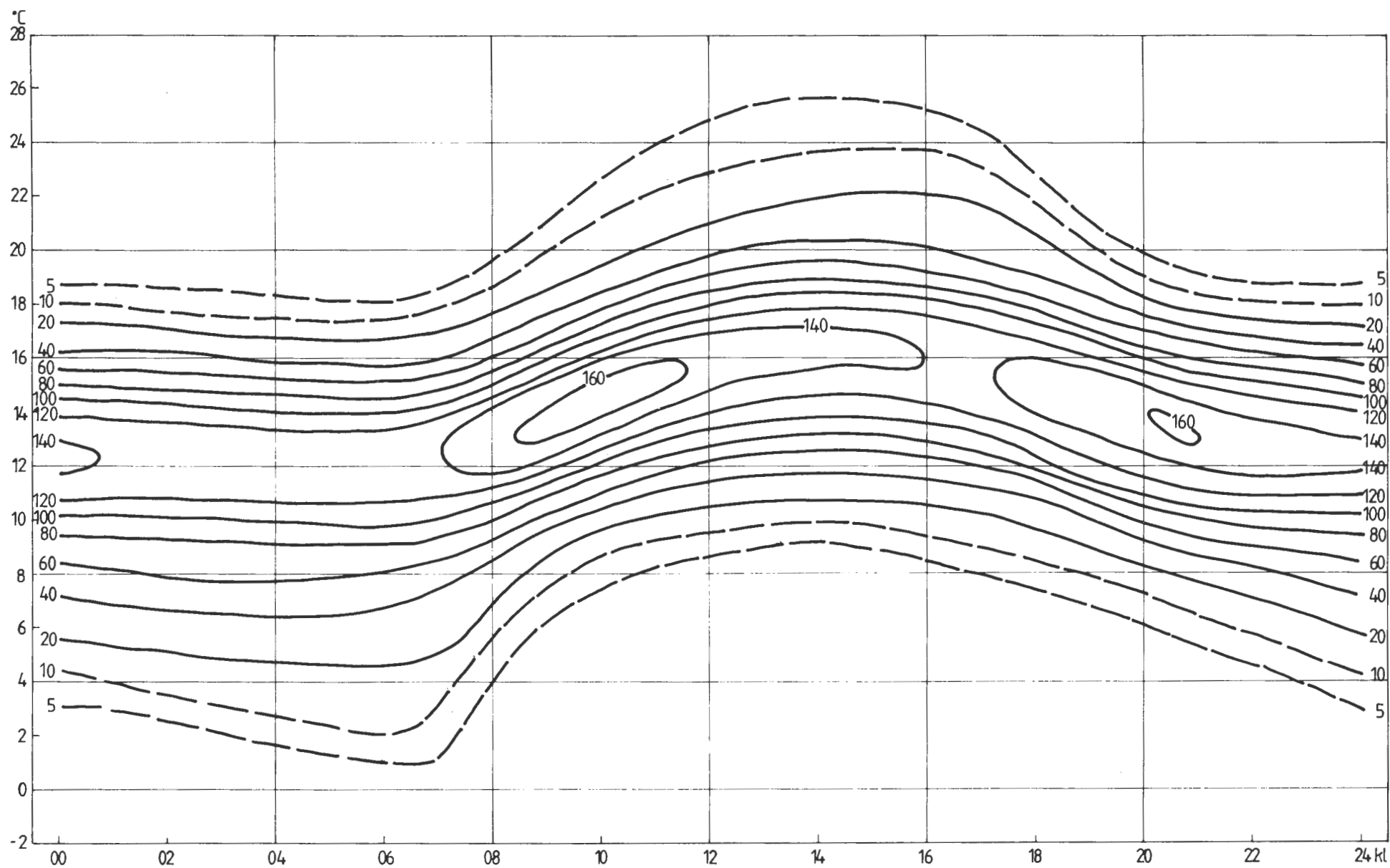
110



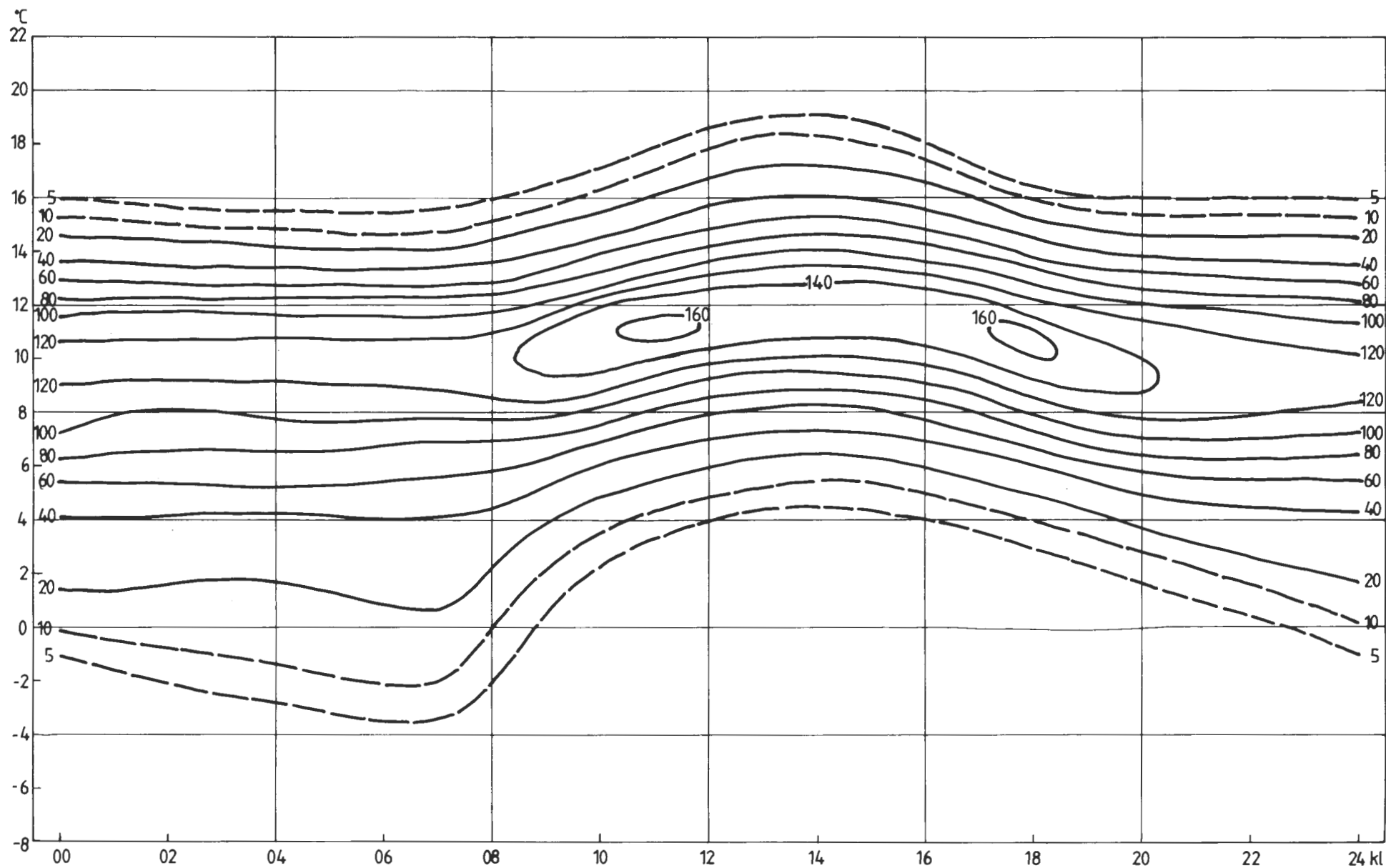
Bulltofta
 Augusti
 Period: 1955-1972

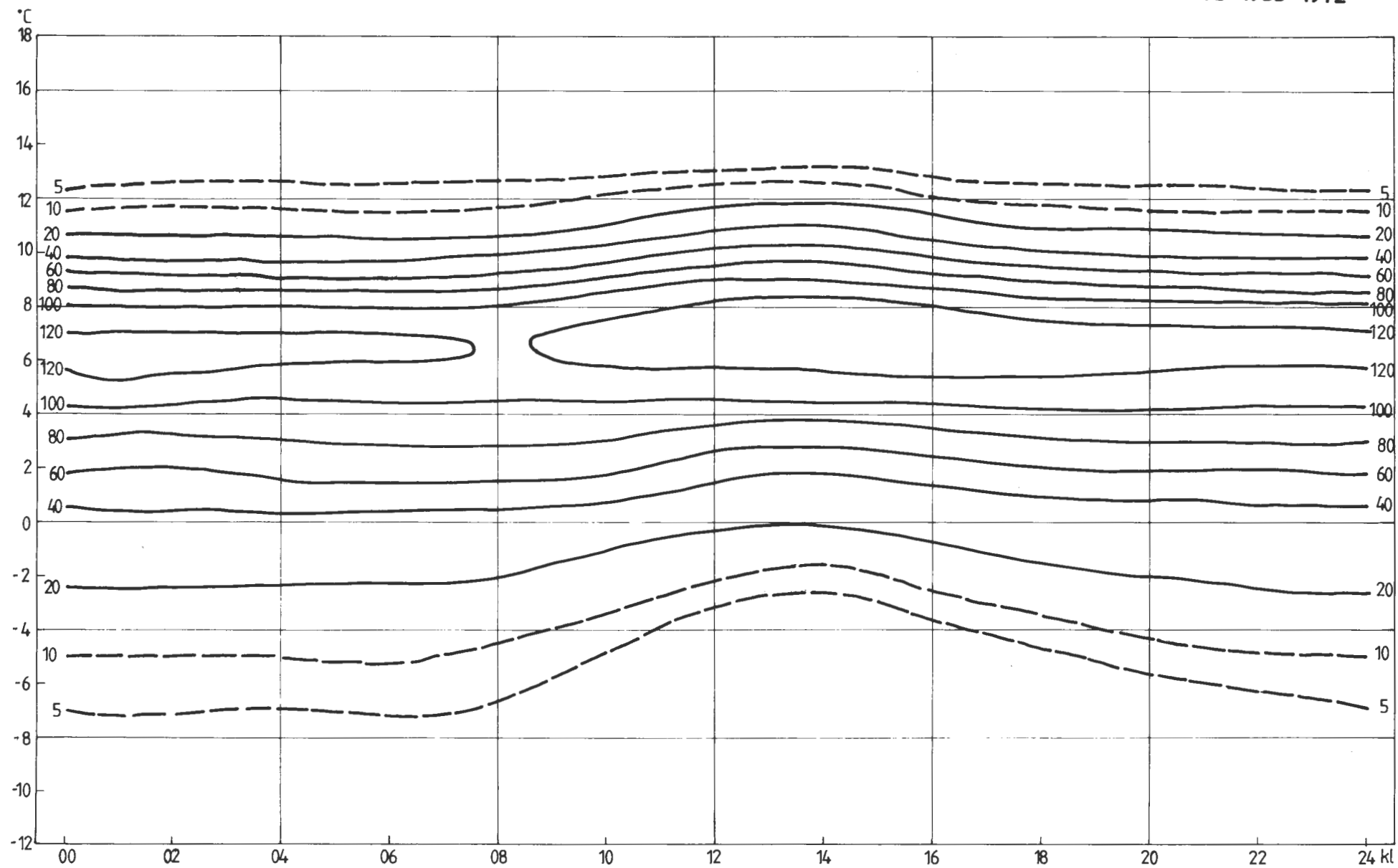


Bulltofta
September
Period: 1955-1972

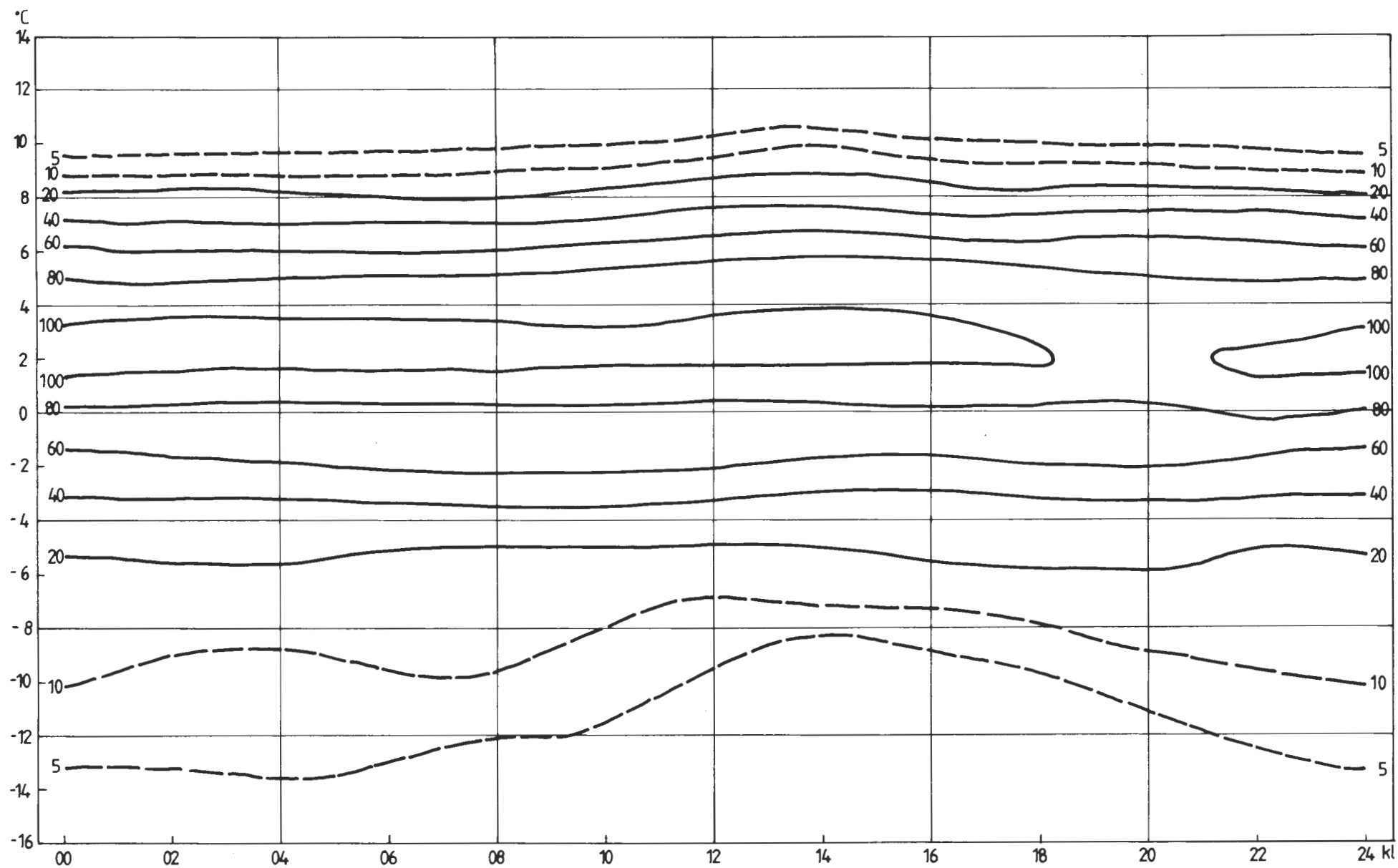


Bulltofta
Oktober
Period: 1955-1972



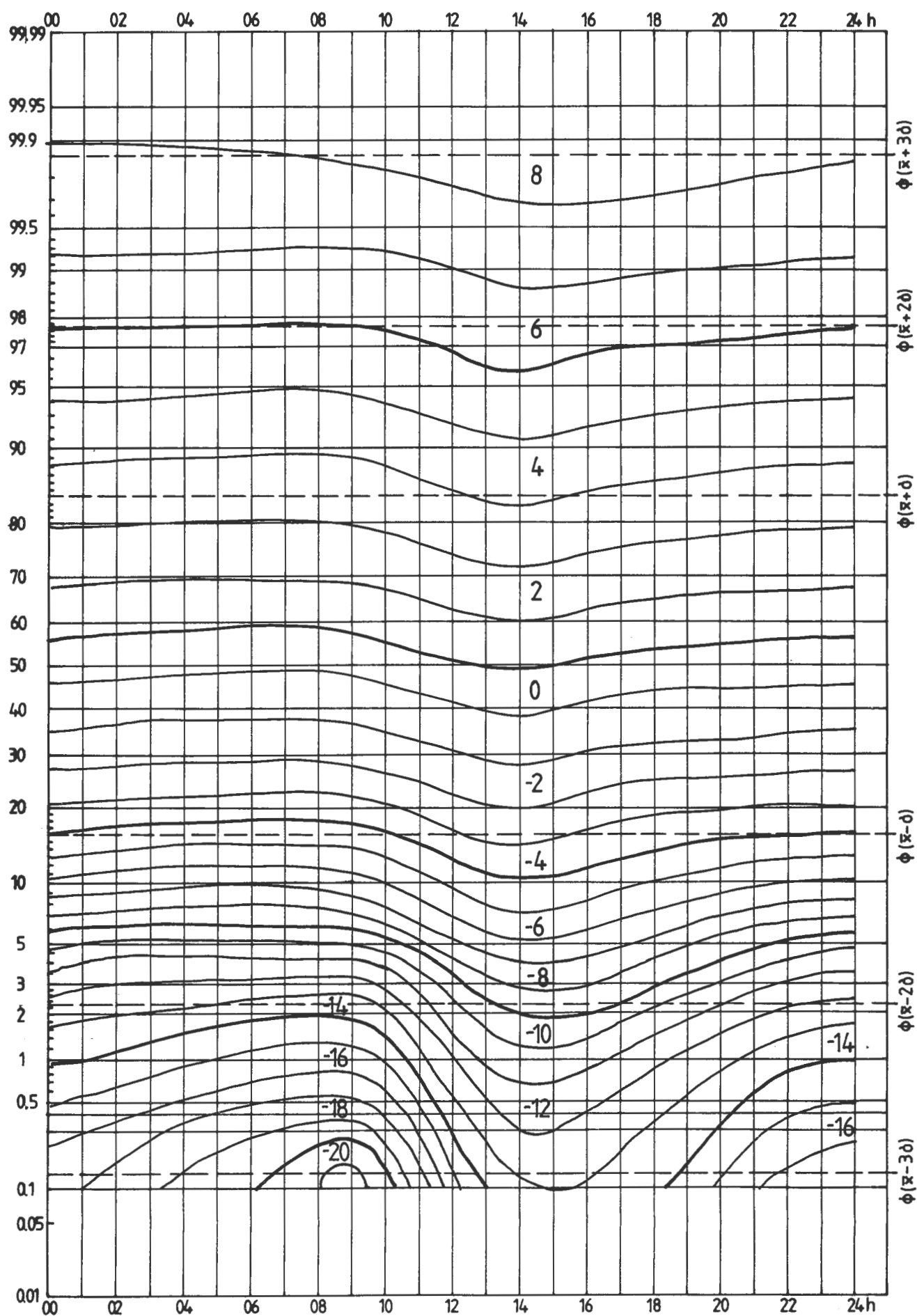


Bulltofta
December
Period: 1955-1971



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

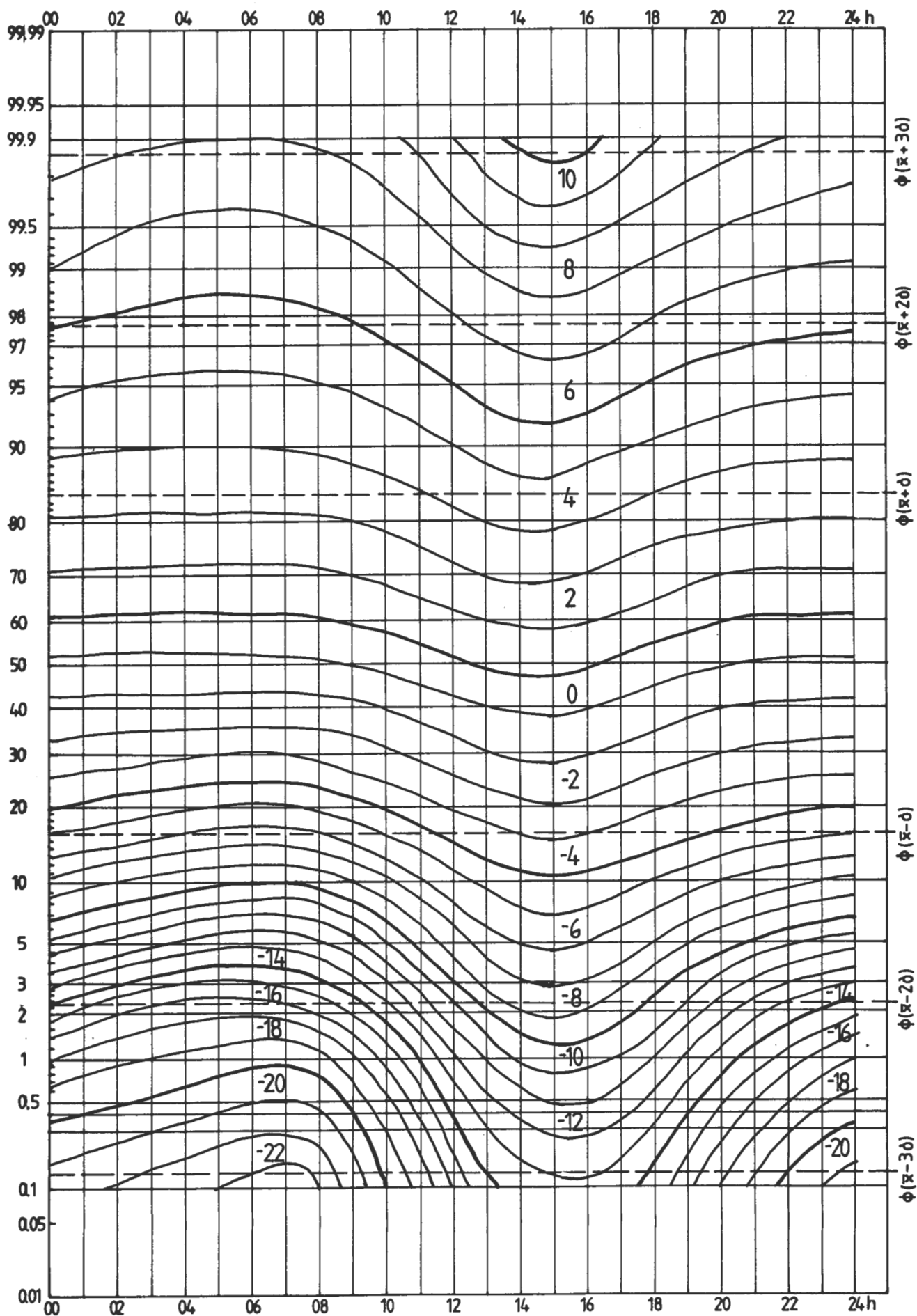
Bulltofta
Januari
Period: 1955-1972



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Bulltofta
Februari
Period: 1955-1972

117

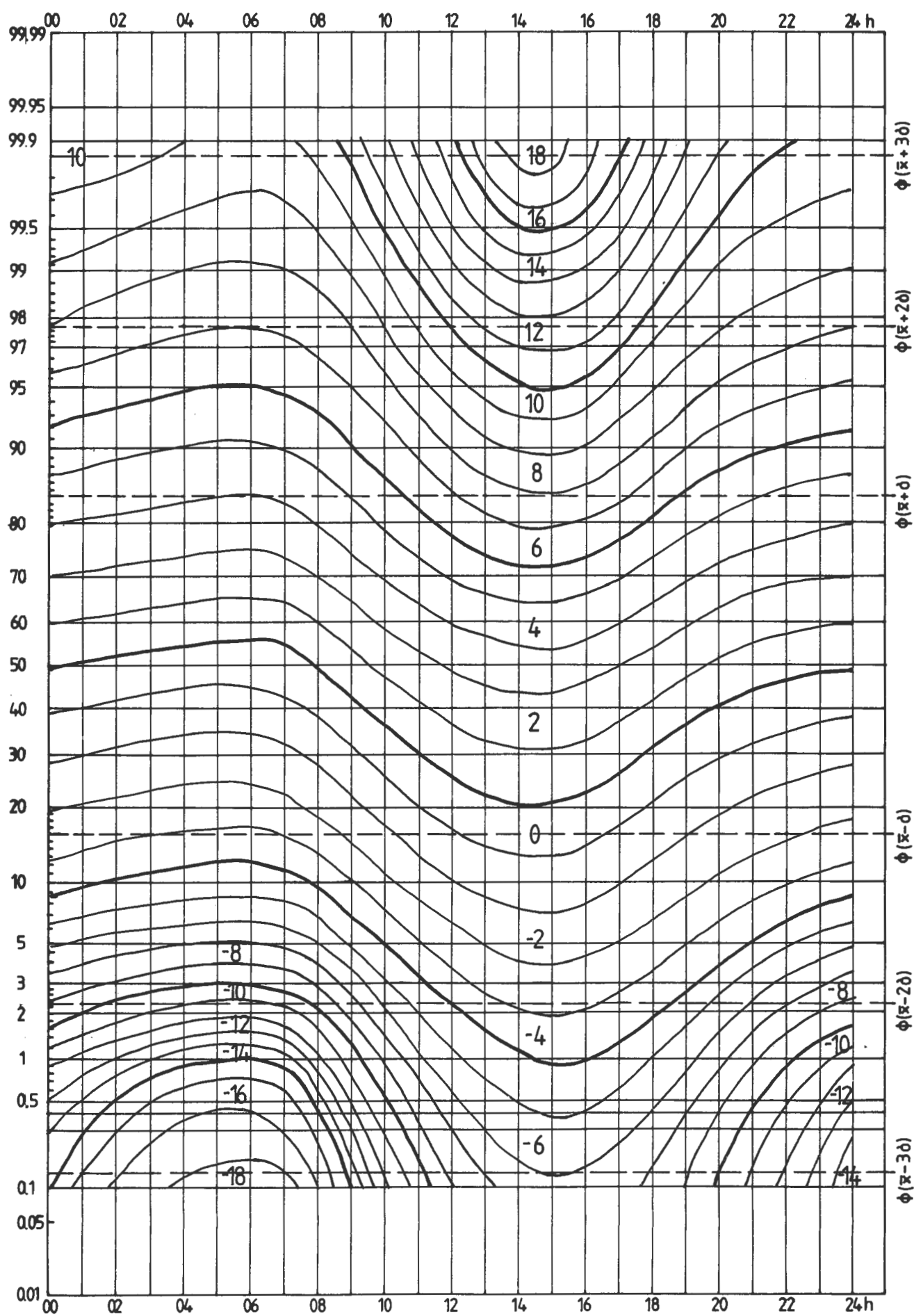


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Bulltofta

Mars

Period: 1955-1972



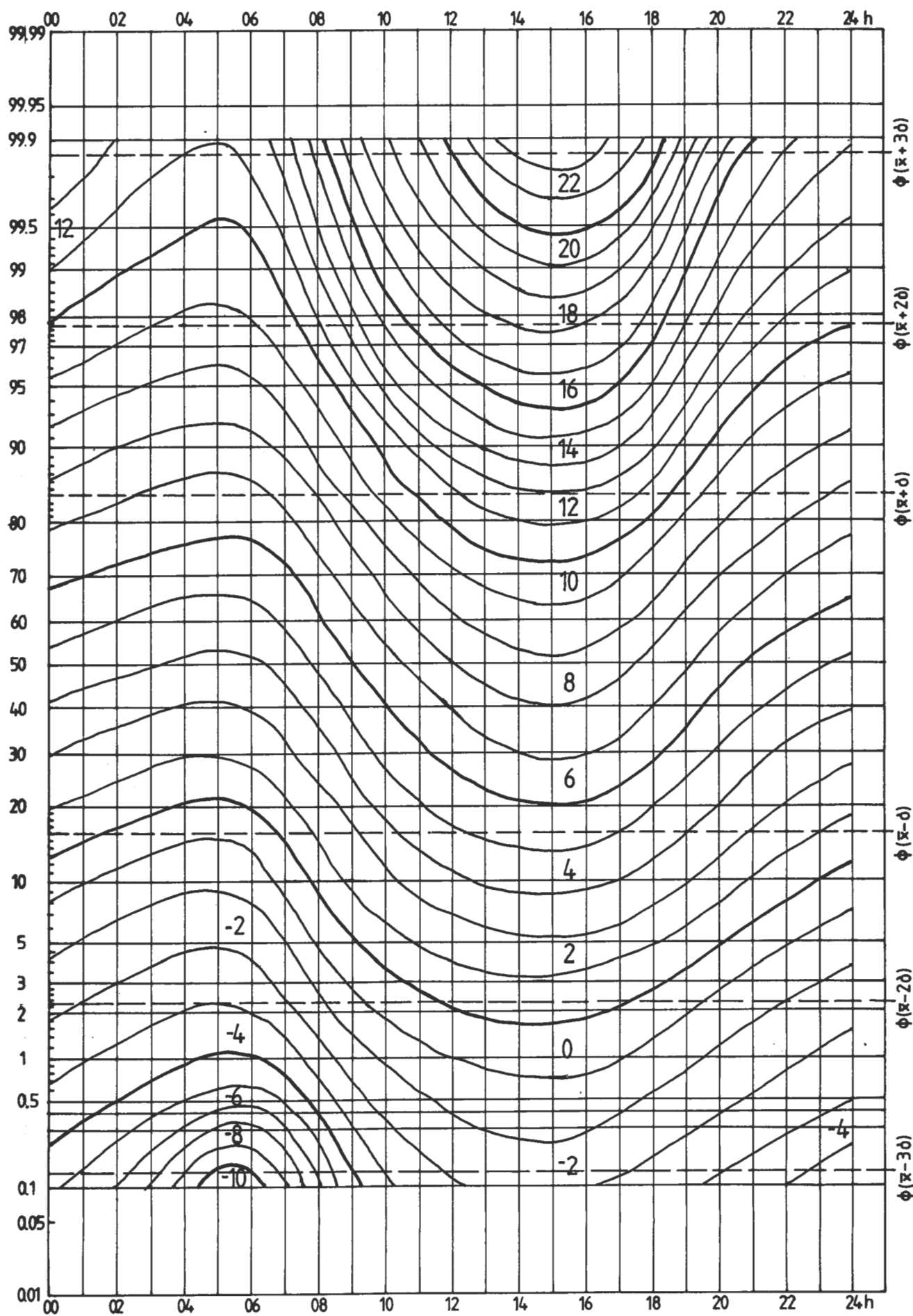
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Bulltofta

April

119

Period: 1955-1972

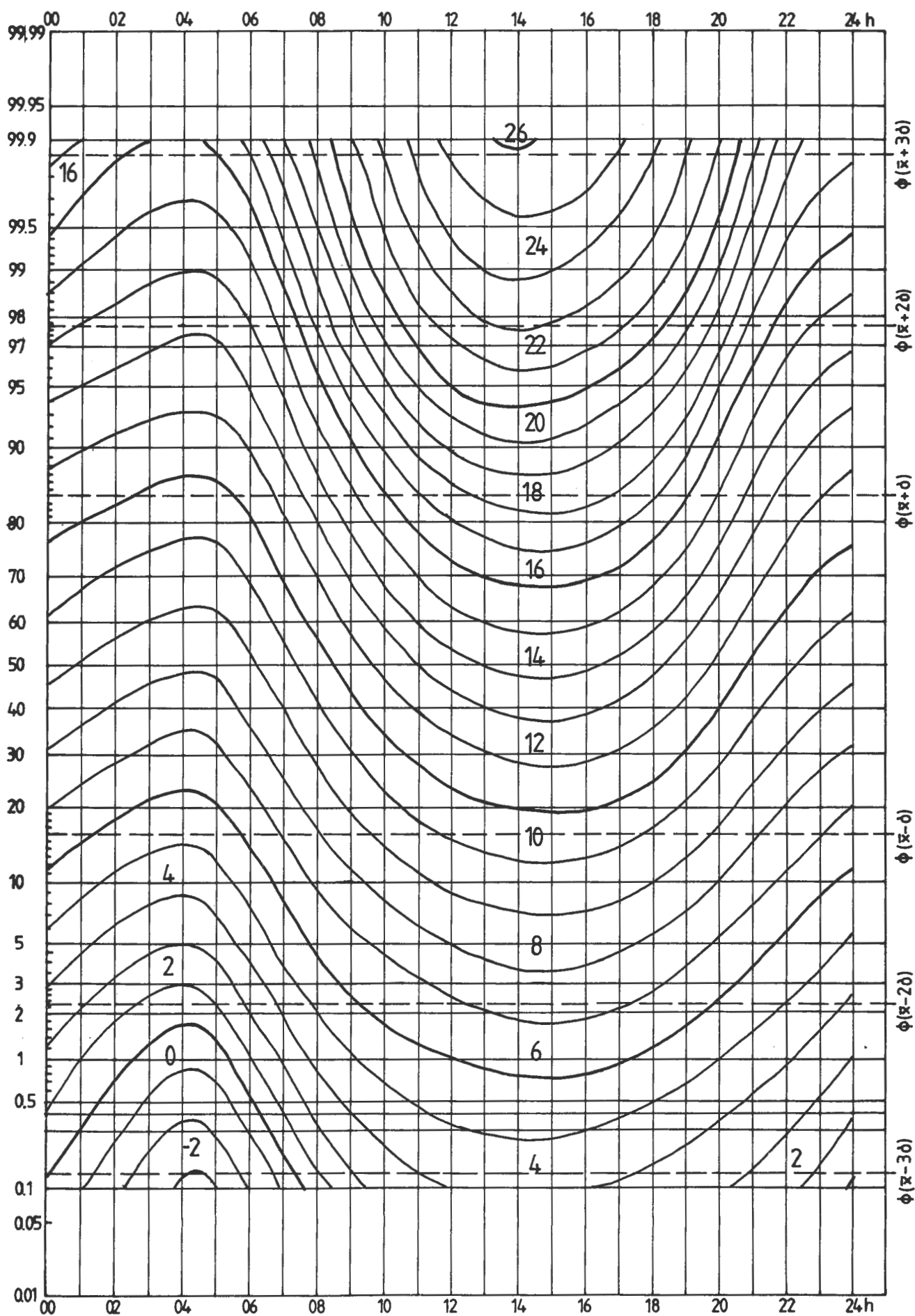


KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

Bulltofta

Maj

Period: 1955-1972



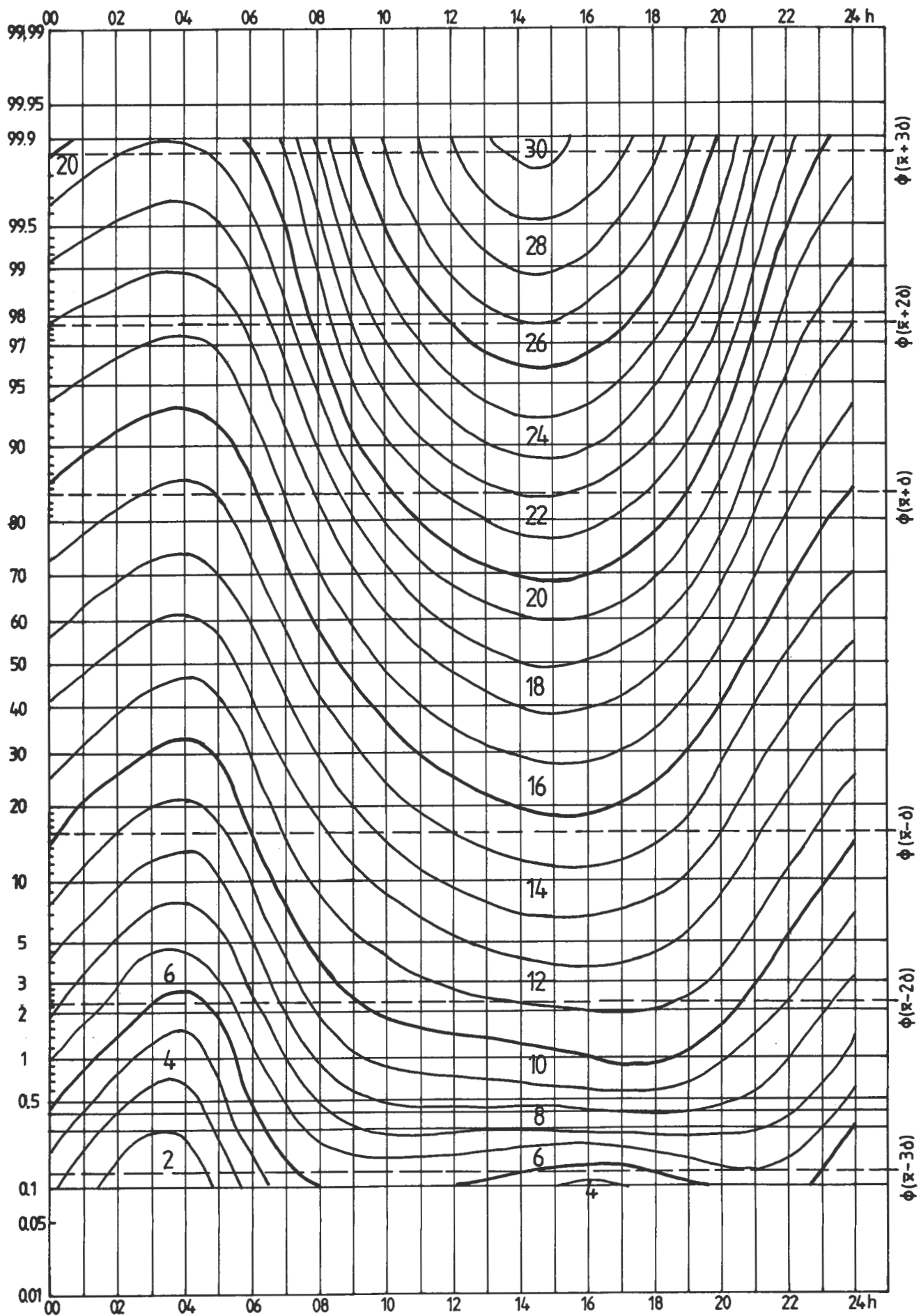
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Bulltofta

121

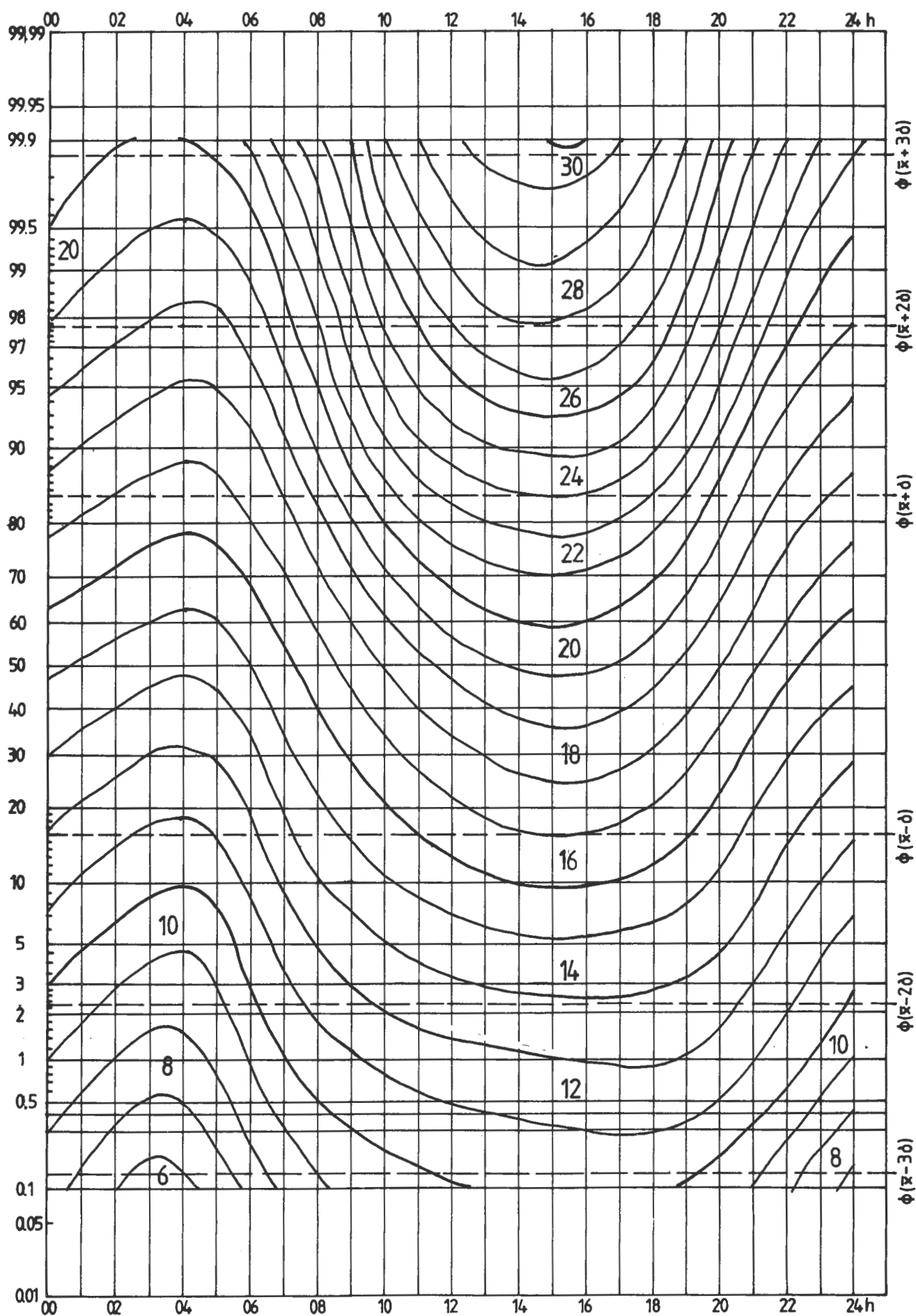
Juni

Period: 1955-1972



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

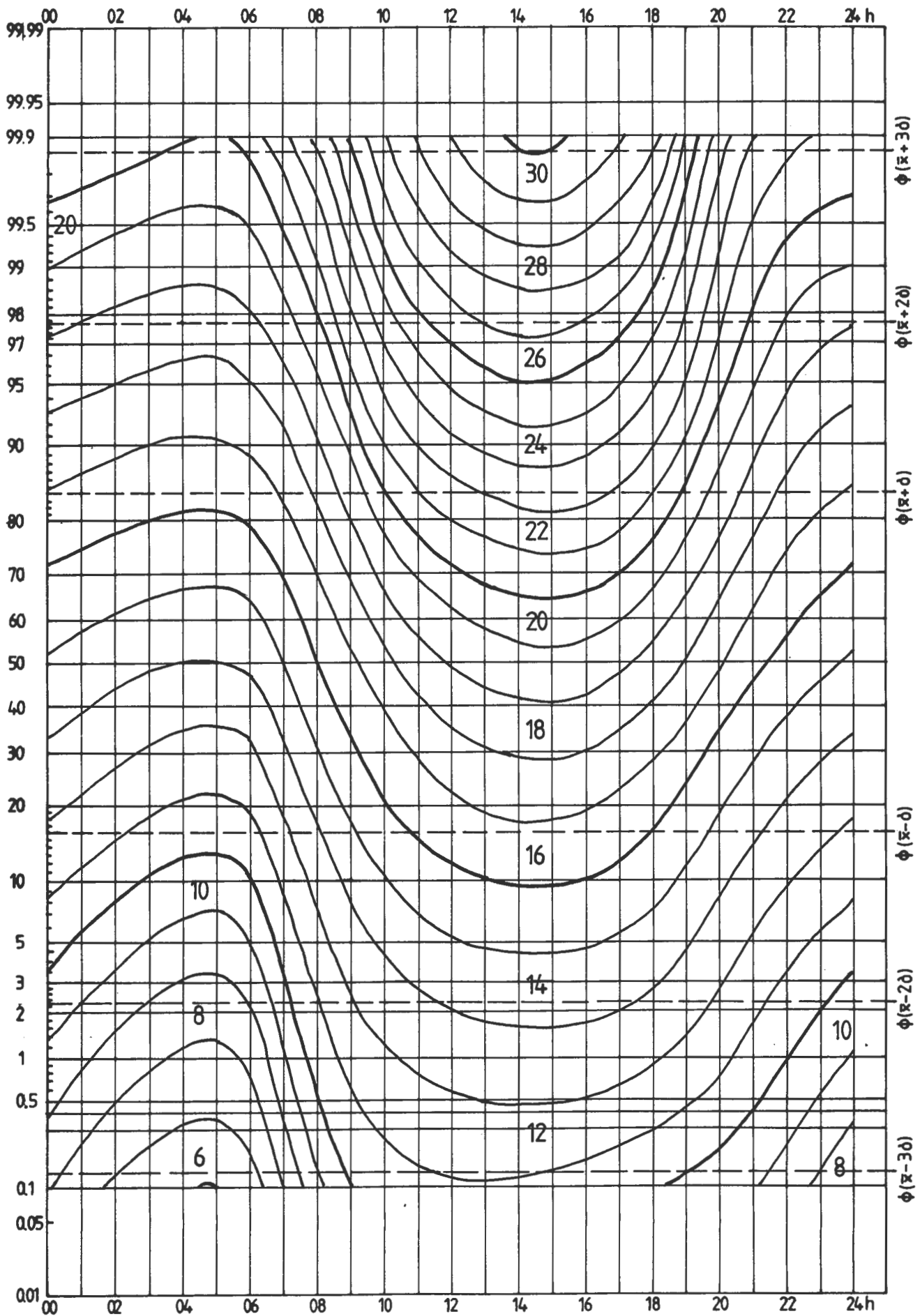
Bulltofta
Juli
Period: 1955-1975



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

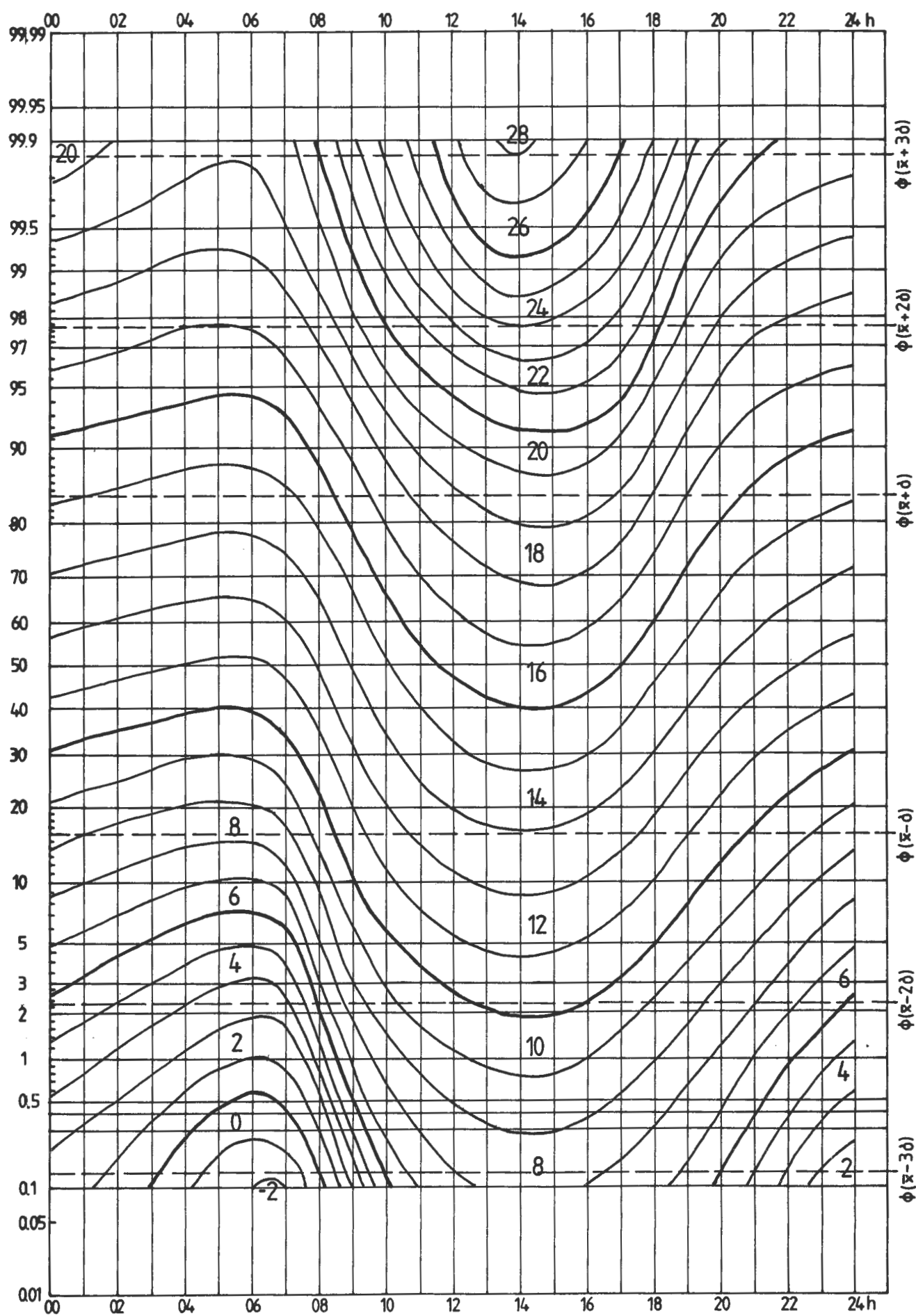
Bulltofta
Augusti
Period: 1955-1972

123



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER (baserade på utjämnade värden)

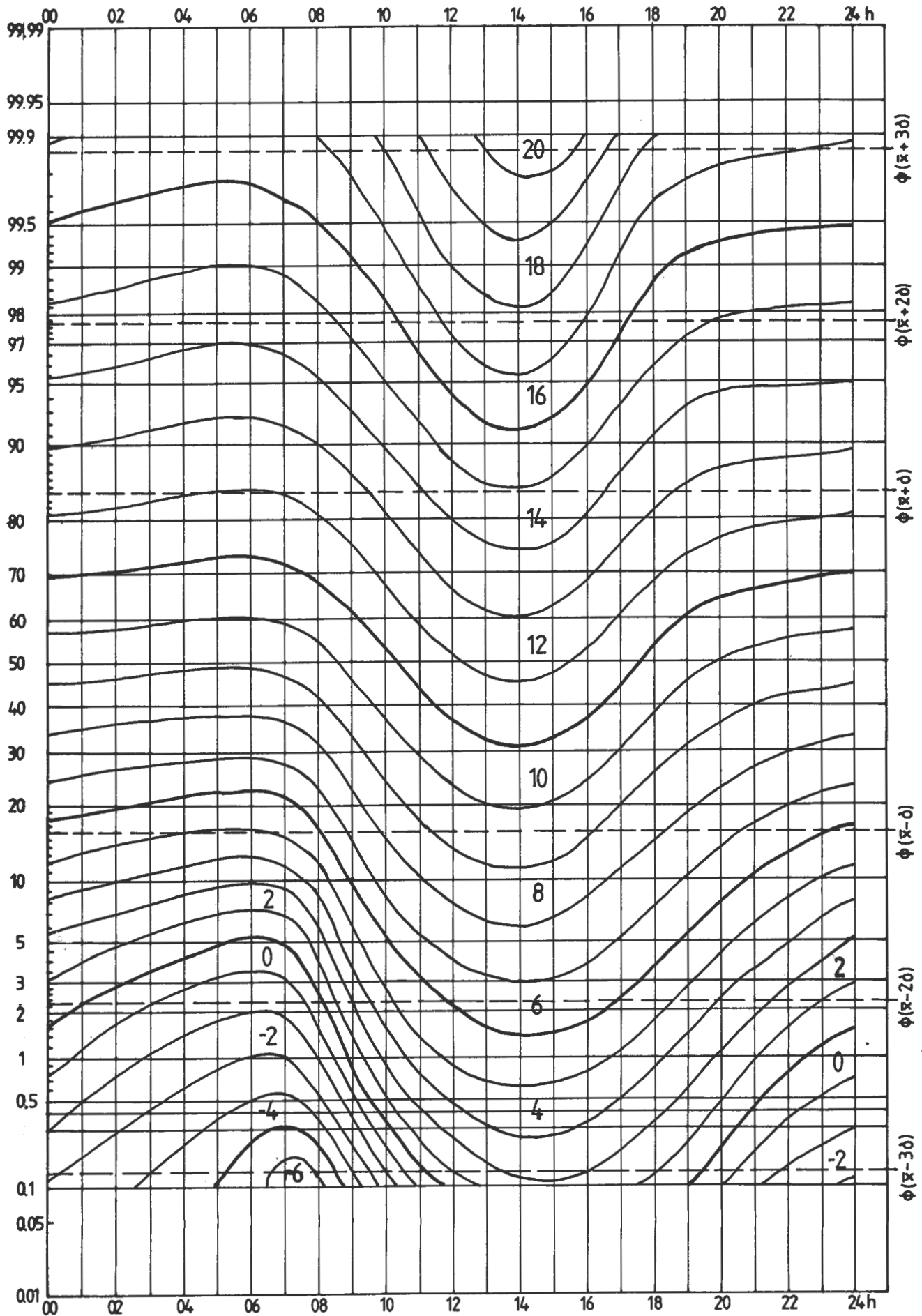
Bulltofta
September
Period: 1955-1972



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

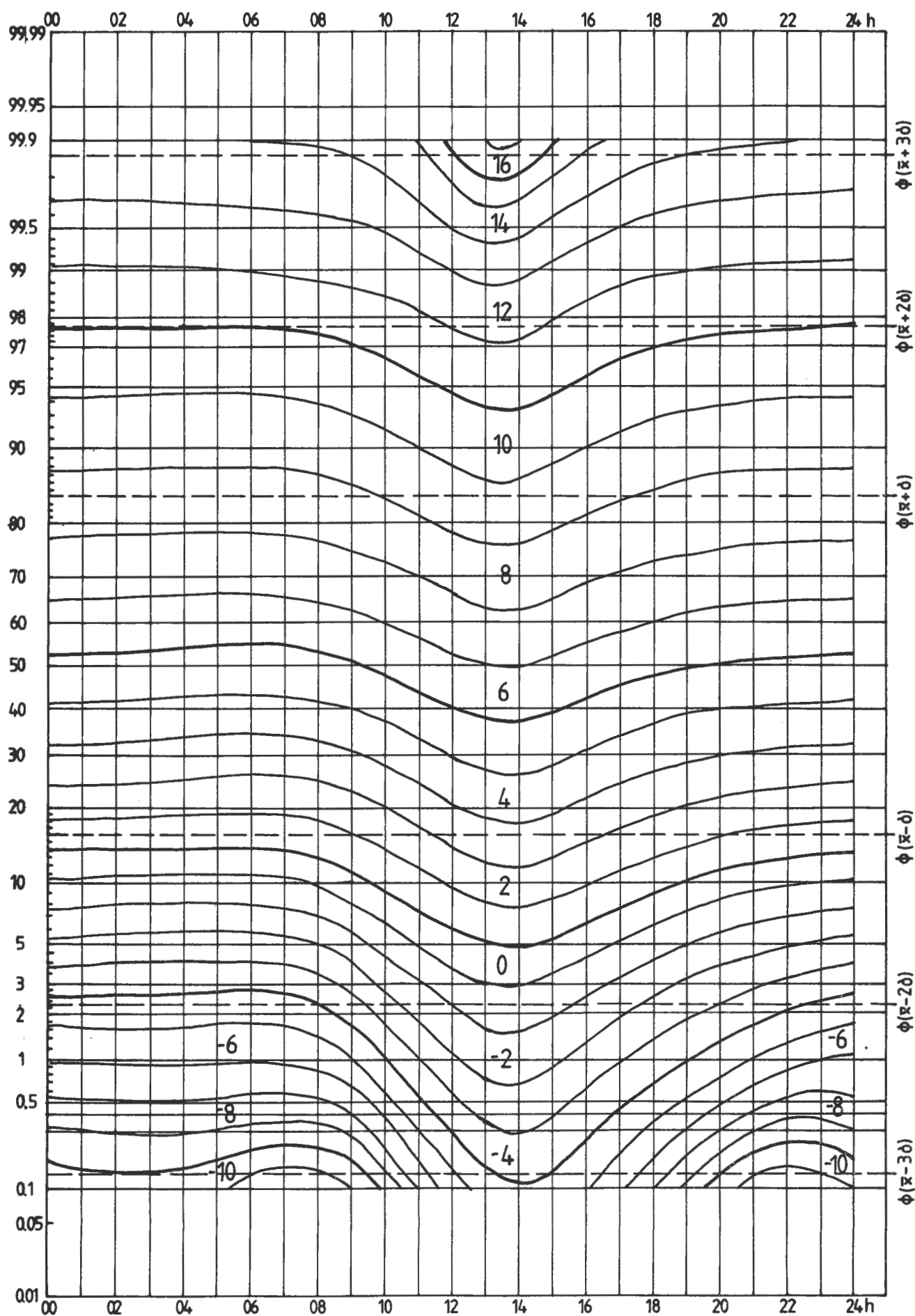
Bulltofta
Oktober
Period: 1955-1972

125



KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Bulltofta
November
Period: 1955-1972



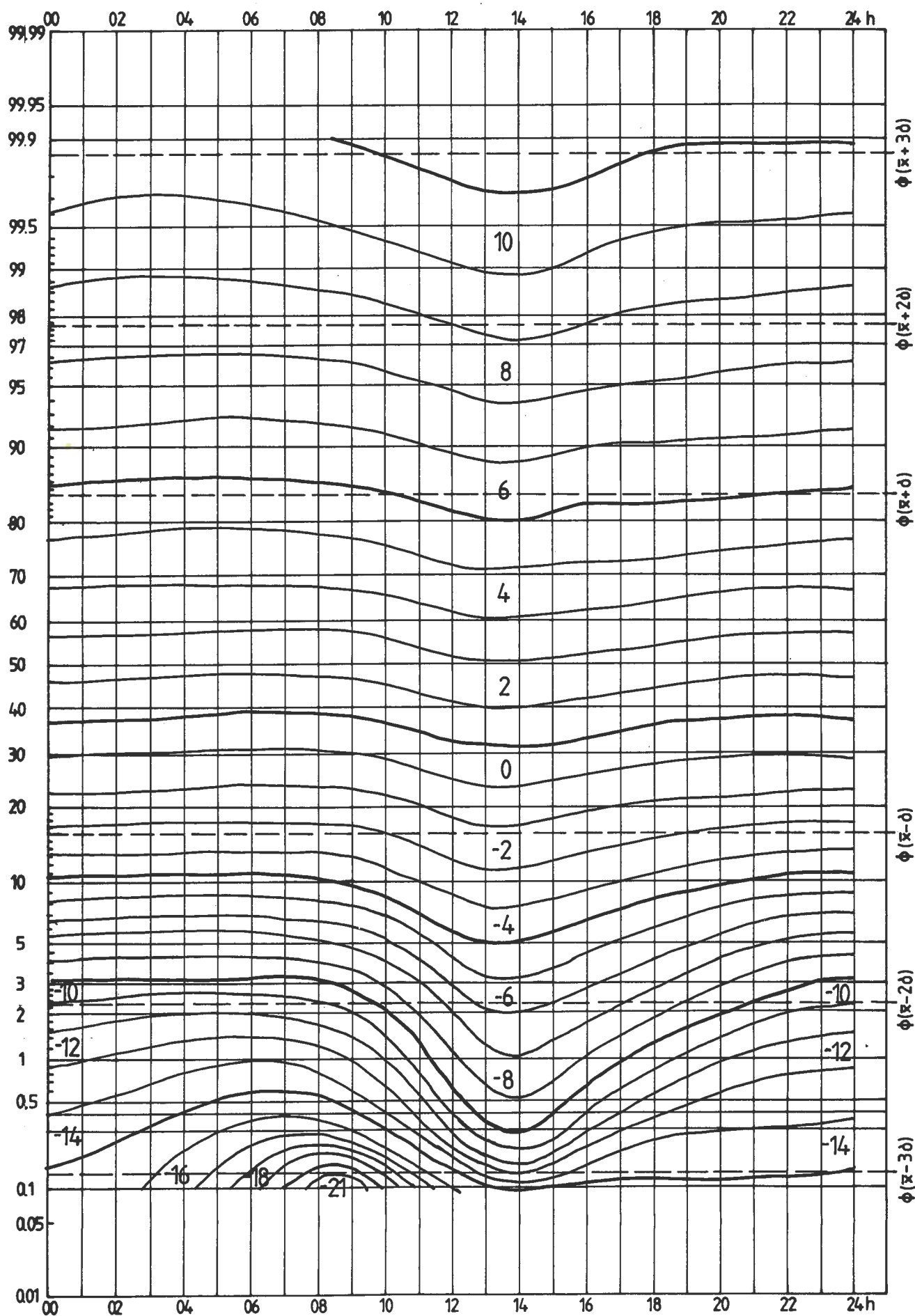
KUMULATIVA TEMPERATURFREKVENSER
(baserade på utjämnade värden)

Bulltofta

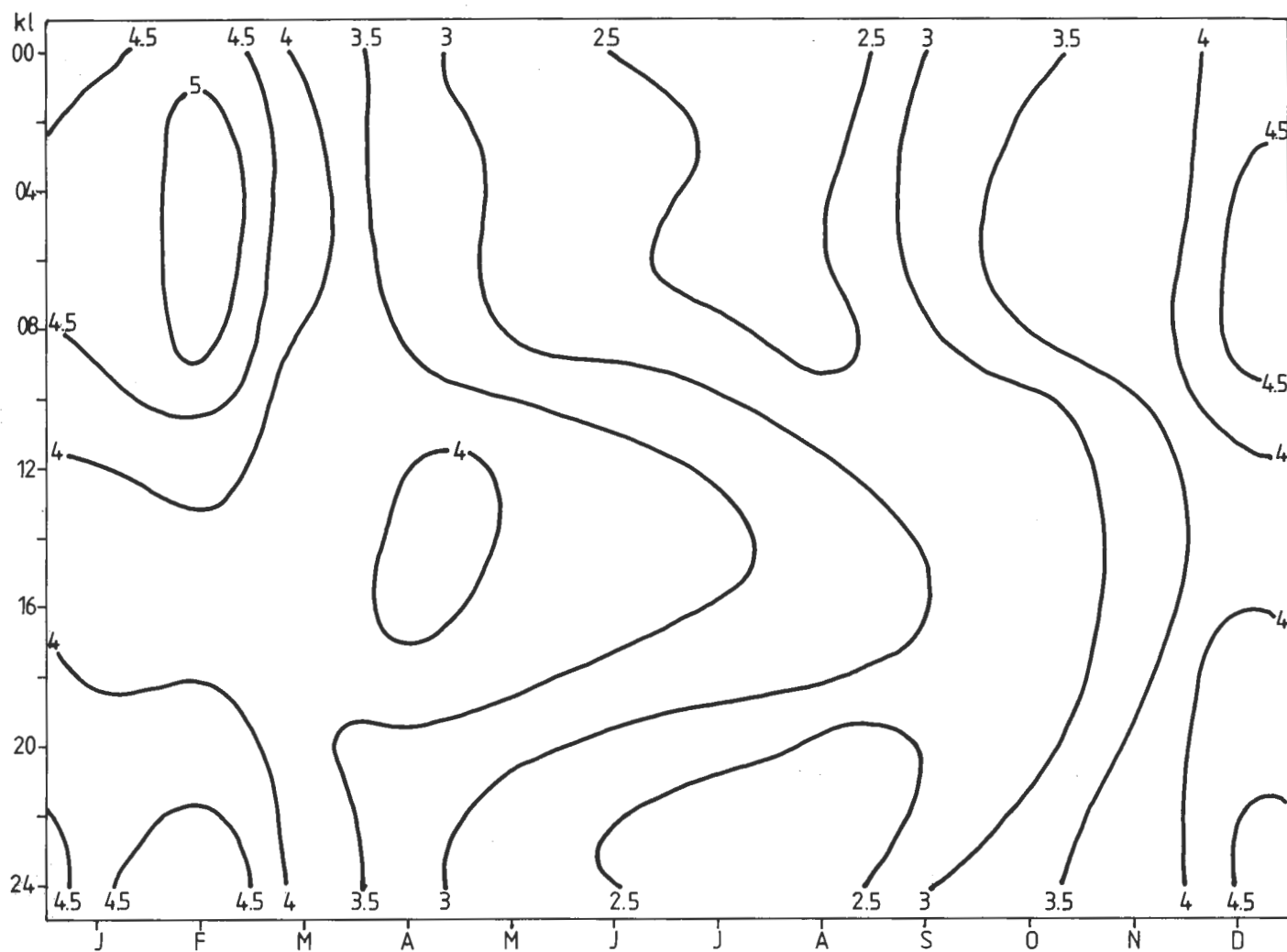
127

December

Period: 1955-1971

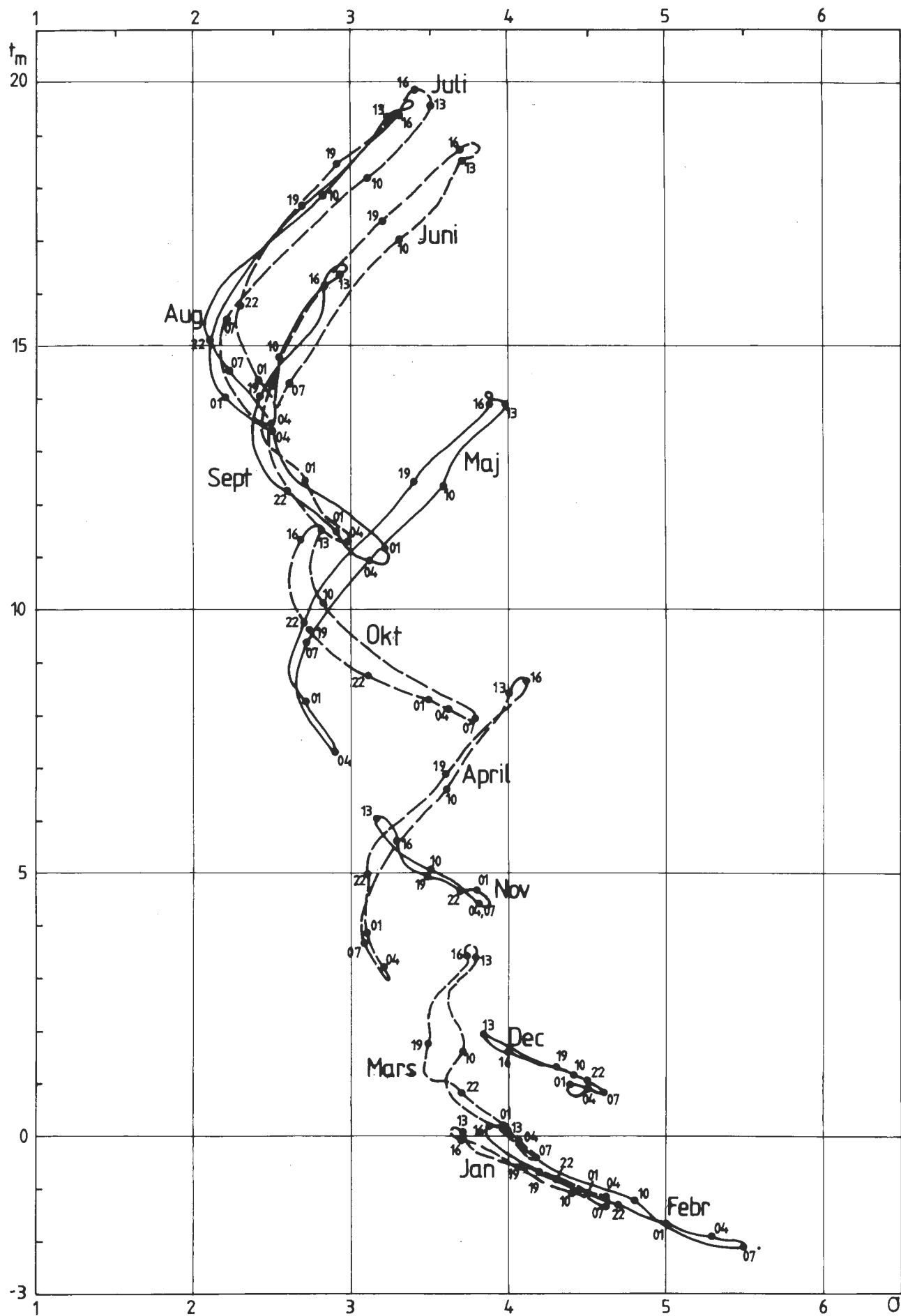


Bulltofta



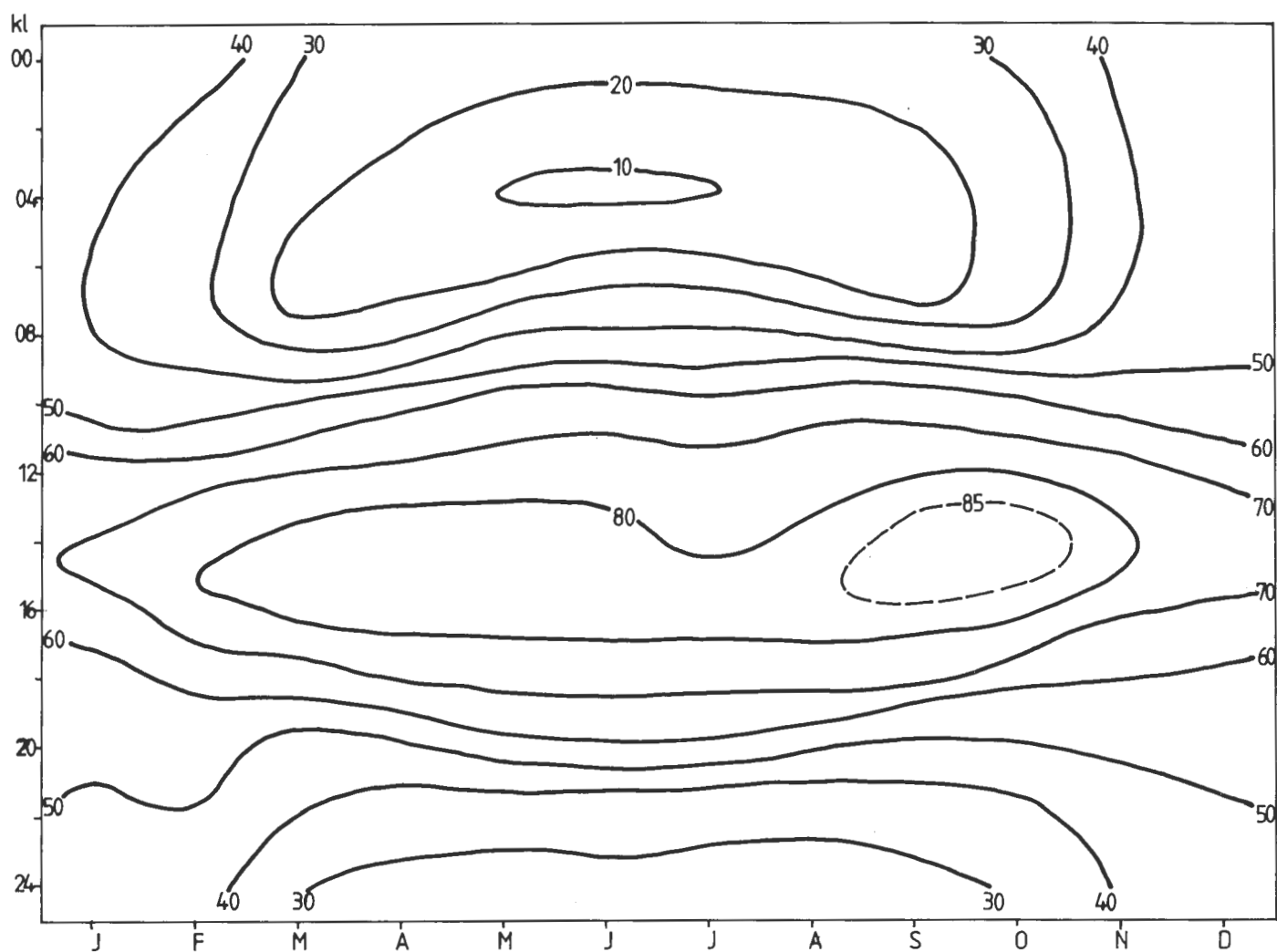
Temperaturens standardavvikelse som funktion av tiden på året (abskissa) och tiden på dygnet (ordinata).

Bulltofta



Sammanhörande värden av medeltemperatur och standardavvikelse.

Bulltofta



Värdet av k i uttrycket $k = \frac{t_{\tau y} - t_{ny}}{t_{xy} - t_{ny}}$

där $t_{\tau y}$ = medeltemperaturen kl τ under månad y

t_{xy} = medelvärde av dygnsmaximitemperaturen under månad y

t_{ny} = medelvärde av dygnsminimitemperaturen under månad y

APPENDIX 1

ETT DECIMALPROBLEM

I de datorutskrifter som denna uppsats bygger på anges frekvensen för helgradsintervall. Om temperaturen hade avlästs i hela grader eller före stansningen på entydigt (och klart redovisat) sätt avrundats till hela grader, hade det inte inneburit något problem. Emellertid förhåller det sig så att temperaturen i princip (fast inte alltid i praktiken) avlästs med decimal, och att insorteringen i helgradsfack, onödigtvis och tyvärr, skett på något olika sätt vid civila och militära stationer. Skillnaden gäller i första hand, och kanske uteslutande, temperaturer i närheten av 0° .

Om alla de civila flygplatserna - inte bara de tre som utvalts för statistisk efterbehandling - gäller, att i de månader där temperaturer omkring nollstrecket är vanliga är frekvensen av temperaturer inom intervallet 0 väsentligt mindre än frekvensen av temperaturer inom angränsande helgradsintervall. Hade förhållandet varit det motsatta kunde man möjligen ha tänkt sig en förklaring: om det i närheten av observationsplatsen finns rikligt med snö/is respektive öppet vatten kan temperaturen antas stanna upp ett tag omkring 0° om tendensen i stort är stigande respektive fallande. I brist på en acceptabel förklaring till den påfallande låga frekvensen av 0° gjordes en omfattande stickprovsundersökning, baserad på en stor del av det föreliggande materialet (och inte enbart på data från de fyra här utvalda stationerna); sammanlagt behandlades några tusen observationer, som alla hämtades från de kolumner (de månader och de klockslag) då temperaturer omkring 0° var vanligt förekommande.

Resultatet av stickprovsundersökningen framgår av nedanstående tabell.

Frekvens av helgradsintervallen från -2 till $+2^{\circ}$, uttryckt i % av samtliga fall inom femgradersintervallet:

	-2	-1	0	+1	+2
Militära stationer	16	20	22	22	19%
Civila "	15	25	13	25	21%

Siffran 13% är uppenbart orimlig. För att om möjligt upptäcka vad som hade hänt upprättades för hand en frekvenstabell för Stockholm-Bromma, april kl 07, varvid även decimalerna beaktades. Det visade sig då att när temperaturen hade avlästs som -0.1 , -0.2 , -0.3 eller -0.4 , hade den felaktigt lagrats om -1 , inte som 0. Detta förklarar att frekvensen av temperaturer i helgradsintervallet 0 (som alltså i själva verket endast omfattar ca $\frac{1}{2}^{\circ}$) är alldeles för liten när det gäller civila stationer, och att frekvensen i fältet -1 är för stor. Däremot förklarar det inte skillnaden mellan militära och civila stationer ifråga om frekvensen i fältet $+1$. Det är enligt vår bedömning inte helt uteslutet att det i detta fall kan röra sig om en slumpmässig skillnad.

Förekomsten av den här behandlade "singulariteten" i frekvens-tabellerna för de civila flygplatserna var huvudanledningen till det på sid 9 redovisade beslutet om numerisk utjämning av frekvenstalen, och det kan konstateras att utjämningen i och för sig gav önskat resultat just i detta avseende. Samtidigt bör nämnas att om orsaken till det mycket speciella felet hade varit känd på ett tidigt stadium hade felet kunnat rättas till på ett mera adekvat sätt, nämligen genom att överföra en tredjedel av de i fältet -1 lagrade fallen till fältet 0, innan den numeriska utjämningen verkställdes.

APPENDIX 2

KORREKTION FÖR KRÖKNINGSEFFEKTEN

Att tillämpa en utjämningsmetod som baseras på enkel eller upprepad beräkning av andradifferenser innebär att man introducerar ett fel på de avsnitt av tidsserien, frekvenstalen etc där den okända totalfördelningen av vilken man behandlar ett sampel inte är lineär. Hur stor den effekten är kan enklast bestämmas på det sättet att man applicerar utjämningsmetoden på en känd teoretisk fördelning, lämpligen normalfördelningen.

Effektens storlek beror av proportionen $\sigma:d$, där σ är standardavvikelsen, medan d är intervallbredden för det sampel som behandlas.

I exemplet nedan är $\sigma:d = 3.0$. Liksom normalfördelningen själv är effekten givetvis symmetrisk kring den mittaxel som representerar medel- (och median-) värdet; man behöver alltså endast betrakta ena hälften av fördelningen. För enkelhets skull - och av hänsyn till den praktiska tillämpningen av resultatet på det föreliggande materialet - antas att antalet fall är 1000 (eller, vilket kommer på ett ut, att frekvenserna anges i promille utan decimal). Frekvenstalen i exemplet har hämtats ur en tabell över kumulativa frekvenser för en normalfördelning. Tillvägagångssättet motsvarar helt det som beskrivits i kapitel 3 (tabell 3).

Avvikelse δ från medel- värdet	$\sigma:d$	Kumulativ frekvens enligt tabell	Frekvens för inter- vallet	Δ_1	Δ_2	$\frac{\Delta_2}{4}$	Frekvens efter 1. utjämning	Δ_1	Δ_2	$\frac{\Delta_2}{4}$	Frekvens efter 2. utjämning	Korrektion
11	3.667	1000	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
10	3.333	1000	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
9	3.000	999	3	2	1	0	3	2	2	0.0	3 + (4)	-1
8	2.667	996	6	3	4	1	7	4	3	1	8	-2
7	2.333	990	13	7	4	1	14	7	5	1	15	-2
6	2.000	977	24	11	9	2	26	12	7	2	28	-4
5	1.667	953	44	20	4	1	45	19	4	1	46	-2
4	1.333	909	68	24	1	0	68	23	2	0.0	68 + (69)	-1
3	1.000	841	93	25	0	0	93	25	-3	-1	92	+1
2	0.667	748	118	25	-13	-3	115	22	-10	-3.0	112 + (113)	+5
1	0.333	630	130	12	-12	-3	127	12	-12	-3	124	+6
0	0.000	500	(130)	0	(-12)		(127)	(0)				
-1												
Σ							(999)				(997) (1000)	(0)

Att korrektionen är positiv i närheten av symmetriaxeln och negativ i flankerna, där andradifferensen är positiv, är självklart; vad ovanstående beräkning ger är approximativa värden för kröknings-effektens storlek.

APPENDIX 3

BETYDELSEN AV TREND HOS MEDELVÄRDET FÖR BERÄKNING AV SPRIDNINGSMÅTT

Vid beräkning av olika statistiska mått för att beskriva en frekvensfördelning förutsätter man att det stickprov man bearbetar har erhållits från en och samma population. Slår man samman alla observationer från en och samma månad, vilket skett i denna rapport, är det inte säkert att så är fallet. Under övergångsmånaderna vår och höst har medelvärdet en trend, d v s medelvärdet är inte det samma i början och slutet av sådana månader. Man kan också tänka sig att andra egenskaper hos fördelningarna, t ex spridning och snedhet, undergår förändring under de månader då temperaturförhållandena förändras under en och samma månad.

Om man antar att det endast är medelvärdet som ändras under en månad kan man uppskatta hur stor inverkan det kan ha att standardavvikelsen beräknats från medelvärdet vid månadens mitt.

Antag för enkelhetens skull att trenden hos medelvärdet kan beskrivas som en rät linje med lutningskoefficienten k och att spridningen kring detta vandrande medelvärde är konstant under månadens lopp.

$$\bar{t}_i = kx_i + c, \text{ där } x_i \text{ är dygn i}$$

En viss temperaturobservation (vid ett bestämt klockslag och ett visst år j) kan skrivas som

$$t_{ij} = kx_i + c + \epsilon_{ij}, \text{ där } \epsilon_{ij} \text{ är avvikelserna från trendlinjen. Den varians som har beräknats, } s_t^2, \text{ kan skrivas}$$

$$s_t^2 = \frac{1}{N} \sum_i \sum_j (kx_i + \epsilon_{ij} - k\bar{x})^2$$

$\bar{x}$ är medeldatum för månaden och summeringen sker över antalet år (j) och antalet dagar i månaden (i). Uttrycket ovan kan förenklas och skrivas

$$s_t^2 = s_\epsilon^2 + k^2 s_x^2, \text{ där } s_x^2 = \frac{1}{N} \sum_i (x_i - \bar{x})^2, N = \text{antal dygn i månaden}$$

s_ϵ^2 är variansen kring trendlinjen och är väl egentligen den varians man är intresserad av. De beräknade varianserna är i de fall trend förekommer en överskattning av den "sanna" variansen.

Ett exempel kan belysa storleksordningen av den "bias" som spridningsmättet kan vara behäftat med. I Bromma har standardavvikelsen under maj månad kl 14 beräknats till 4.5° . Skillnaden i medeltemperatur från den första till sista maj är 6° , d v s förändringen i medeltal är 0.19° per dygn.

$$s_\epsilon^2 = 4.5^2 - 0.19^2 \cdot 77.5 \sim 17.35$$

$$s_\epsilon = 4.16$$

Överskattningen av standardavvikelsen är i detta fall $0.3 - 0.4^\circ$ och torde i allmänhet vara mindre än 10%. Slutsatsen man bör dra är att det inte är något väsentligt fel som begås när spridningen beräknas kring temperaturmedelvärdet vid månadens mitt i stället för kring medelvärdet för de enskilda dygnet. Dock bör man vid användningen av de olika diagrammen vara uppmärksam på att frekvensfördelningarna under övergångsmånaderna visar en något överskattad spridning. Om man antar normalfördelning så innebär det att om man räknar med standardavvikelsen 4.1 i stället för 4.5 så blir t ex percentilen $95 \frac{1}{2}^\circ$ lägre och percentilen $5 \frac{1}{2}^\circ$ högre, vilket är en tämligen obetydlig skillnad.

APPENDIX 4

OLIKA ALTERNATIV FÖR BERÄKNING AV DYGNSMEDELTEMPERATUREN

Diagram av typ E, eller rättare sagt de siffror diagrammen bygger på, kan komma till nytta då man söker alternativa formler för beräkning av dygnsmedeltemperaturen $(t_m)_d$ för årets 12 månader.

$(t_m)_d$ kan med mycket god noggrannhet beräknas som $\frac{1}{24} \sum t_m$; man skulle t o m kunna acceptera att dygnsmedeltemperaturen definieras på detta sätt. För de flesta av de stationer vars medeltemperatur man kan vara intresserad av föreligger emellertid inte uppgifter om temperaturen för varje timme. I många fall känner man dock t_m för de åtta synoptiska terminerna, och troligen utgör temperaturmedelvärdet för dessa åtta terminer i regel en fullt tillfredsställande approximation till $(t_m)_d$. (Huruvida så är fallet kan man få en säker uppfattning om genom att undersöka skillnaden, månad för månad, hos de stationer där både ett 8-termins och ett 24-timmars medelvärde kan beräknas direkt). Att komma fram till tillförlitliga $(t_m)_d$ -värden för stationer med mindre än åtta observationer per dygn är något svårare, men följande vore värt att försöka:

För de stationer där man har möjlighet att komma fram till ett säkert dygnsmedelvärde $(t_m)_d$, baserat på minst åtta (och om möjligt på 24) ekvidistanta timvärden, beräknar man detta. Därefter beräknas q ur ekvationen

$$(T_m)_d = 0.25t_{07} + 0.25t_{19} + q \cdot t_x + (0.5-q)t_n$$

Enligt gjorda stickprov synes q variera en del under årets lopp, medan q -värdena för en viss månad varierar ganska litet från en plats till en annan, åtminstone i inlandet. Man bör, om detta bekräftas av en mera omfattande undersökning, kunna kartlägga q med hjälp av dess värde för ett mindre antal stationer - kanske omkring 50, fördelade över hela landet, avläsa q -värdet för stationer med mindre än 8 observationer per dag och därefter med hjälp av ovanstående formel få fram bra dygnsmedelvärden även för dessa stationer. Varje q -värde måste givetvis baseras på en bestämd och inte för kort serie (20 år är troligen tillräckligt); det är önskvärt men förmodligen inte nödvändigt att beräkningen av q baseras på samma följd av år för de olika stationerna.

APPENDIX 5

OM MÖJLIGHETERNA ATT TOLKA EN EMPIRISK FÖRDELNING SÅSOM UPPKOMMEN GENOM ADDITION AV TVÅ NORMALFÖRDELNINGAR

Av de många frekvensfördelningar som diskuteras i denna rapport kan en stor del med god approximation betraktas som normalfördelningar. Å andra sidan finns det också många som avviker markant från normalfördelningen, genom asymmetri eller på annat sätt. Det ligger nära till hands att anta att vissa fördelningar har uppkommit genom att två eller flera normalfördelningar slagits samman. I det följande studeras några fördelningars egenskaper i det enklaste fallet, nämligen att två normalfördelningar har adderats.

En normalfördelning är fullständigt bestämd av två parametrar: medelvärdet μ och standardavvikelsen σ . Vid addition av två eller flera normalfördelningar tillkommer en tredje parameter, nämligen antalet fall, N_1 .

Vi vill först undersöka vilka typer av fördelningar som uppkommer genom addition av två lika stora normalfördelningar, där antingen medelvärdena eller standardavvikelserna (men ej båda) är olika.

Fall A: $N_1=N_2$, $\mu_1 \neq \mu_2$, $\sigma_1=\sigma_2$

$$\mu = \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2)$$

σ kan lätt härledas till följande uttryck:

$$\sigma = (\sigma_1^2 + \frac{1}{4} (\mu_2 - \mu_1)^2)^{1/2} > \sigma_1$$

Några exempel:

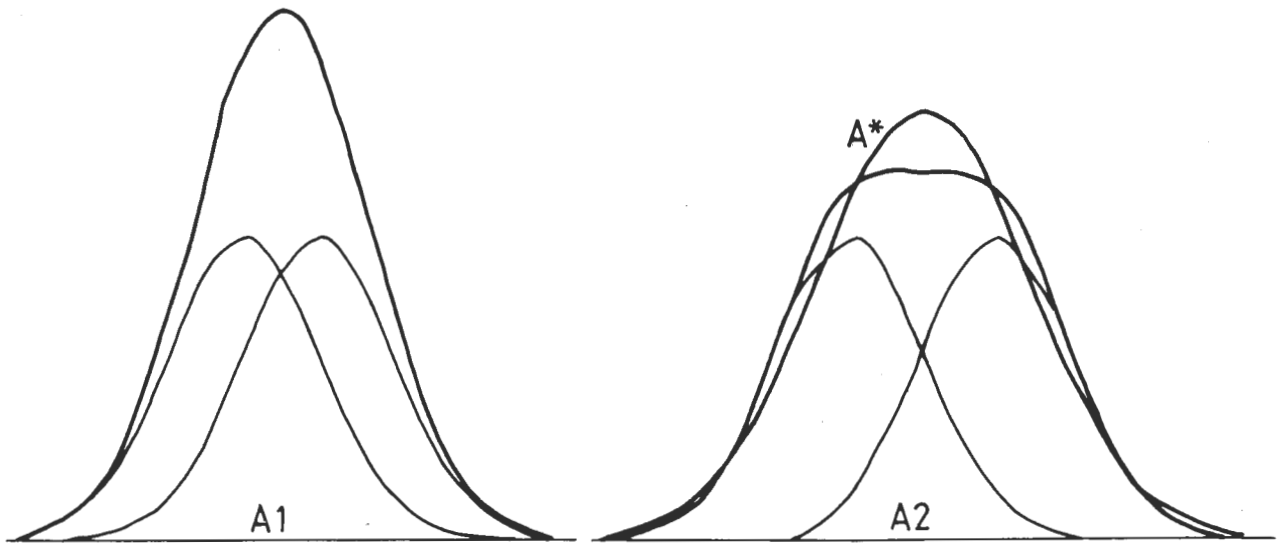
$$\mu_2 - \mu_1 = 1.0\sigma, \quad \sigma \sim 1.12\sigma, \quad (\text{se fig A}_1)$$

$$= 2.0\sigma \quad \sigma \sim 1.41\sigma \quad " \quad A_2$$

$$= 2.5\sigma \quad \sigma \sim 1.60\sigma \quad " \quad A_3$$

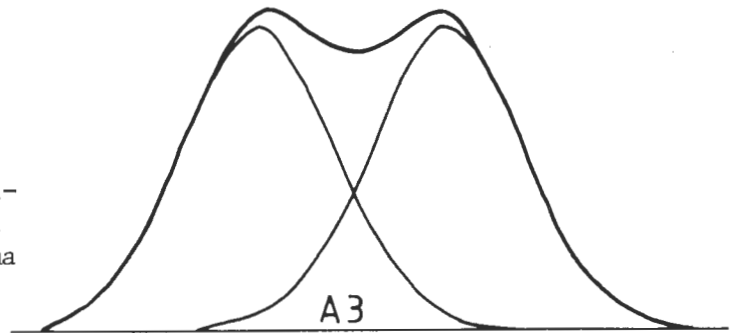
Fördelningarna är symmetriska. Ifråga om kurtosis avviker de från normalfördelningen på det sättet att medelstora avvikelser från medelvärdet är relativt vanliga, små och stora avvikelser relativt ovanliga. Om $\mu_2 - \mu_1 \leq 2\sigma_1$ har fördelningen ett maximum, men om $\mu_2 - \mu_1 > 2\sigma_1$ har fördelningen två maxima.

Det kan vara av intresse att jämföra en fördelning A uppkommen genom addition av två lika stora normalfördelningar (med samma standardavvikelse) med en normalfördelning A* som i fråga om populationens och standardavvikelsens storlek överensstämmer med A. På figur A2 har fördelningen A*, motsvarande A2, inlagts. Man ser tydligt den ovannämnda skillnaden beträffande kurtosis.



Figur A1-3.

Addition av två likstora normalfördelningar där skillnaden mellan medelvärdena är en, två respektive tre standardavvikelser. Kurva A* är en normalfördelning med samma spridning som kurva A2.



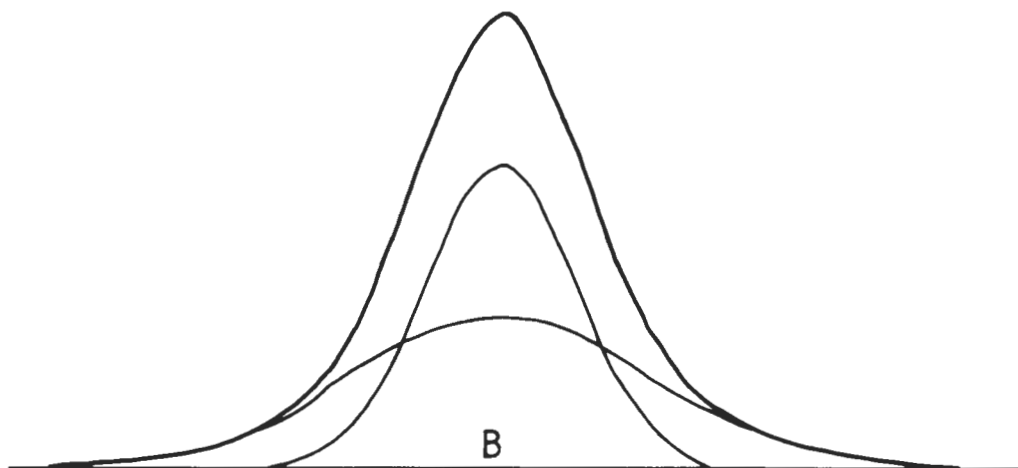
Fall B: $N_1 = N_2$, $\mu_1 = \mu_2$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$

Den genom addition uppkomna fördelningen är symmetrisk med medelvärdet μ , och standardavvikelsen kan härledas till uttrycket:

$$\sigma = \left(\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2} \right)^{1/2}$$

Ett numeriskt exempel: $\sigma_2 = 2\sigma_1$ ger $\sigma \sim 1.58\sigma_1$ (se figur B). Kurtosis avviker på det sättet att små och stora avvikelser är vanligare än hos en normalfördelning med samma spridning, medan medelstora avvikelser har relativt låg frekvens. Förhållandet är alltså motsatt det som gäller i fall A.

Något mer komplicerade än fall A och B är de fall där de båda normalfördelningar som skall adderas skiljer sig från varandra i två avseenden:



Figur B Addition av två likstora normalfördelningar med samma medelvärde men där den ena har dubbelt så stor spridning som den andra.

Fall C: $N_1=N_2$, $\mu_1 \neq \mu_2$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$

Fall D: $N_1 \neq N_2$, $\mu_1 = \mu_2$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$

Fall E: $N_1 \neq N_2$, $\mu_1 \neq \mu_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$

Av dessa fall är D av mindre intresse, det ansluter sig närmast till fall B. De fördelningar som hör hit skiljer sig visuellt endast obetydligt från normalfördelningen, eftersom den ena av de båda fördelningar som adderas dominerar över den andra.

Fall C: $N_1=N_2$, $\mu_1 \neq \mu_2$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$

De fördelningar som hör hit är osymmetriska (skeva). Medelvärdet

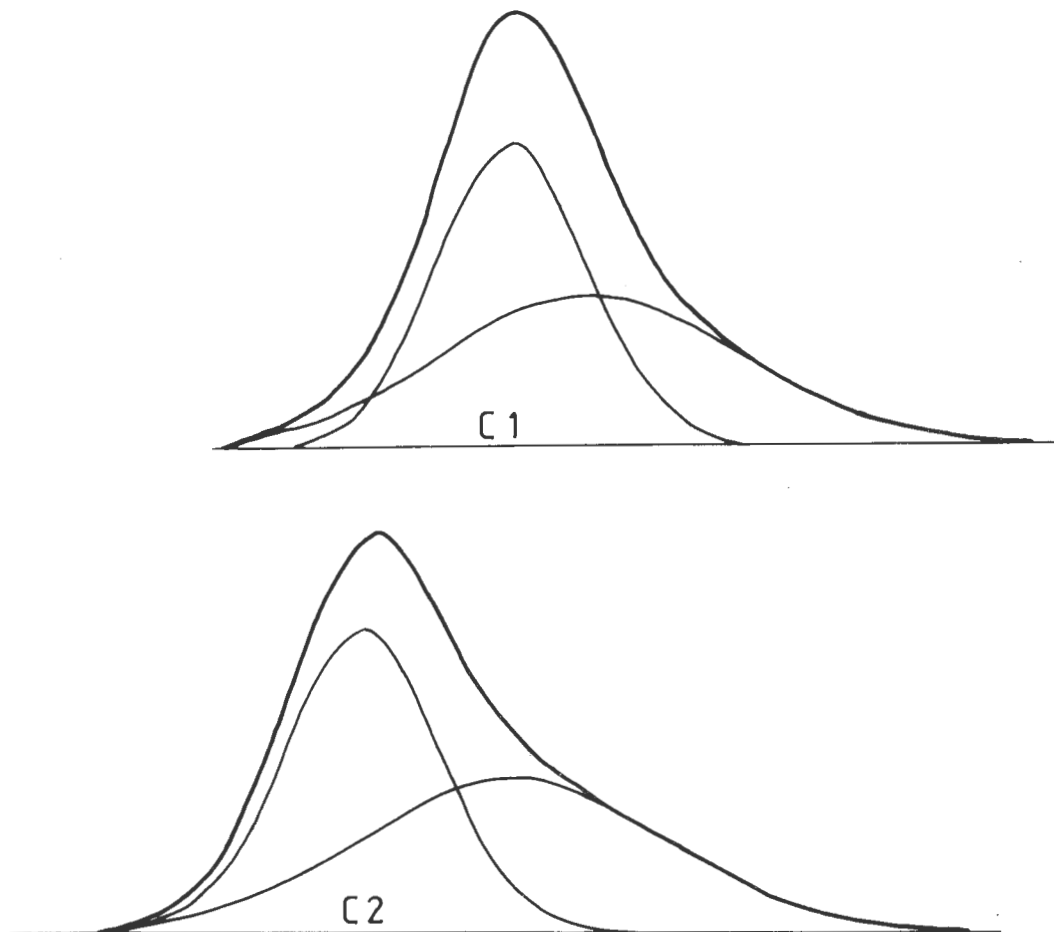
$$\mu = \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)$$

För variansen gäller $\sigma^2 = \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + \frac{1}{8}(\mu_2 - \mu_1)^2$

Några exempel:

$$\mu_2 = \mu_1 \pm \sigma_1, \sigma_2 = 2\sigma, \text{ ger } \sigma \sim 1.62\sigma, \text{ se figur C1}$$

$$\mu_2 = \mu_1 \pm 2\sigma, \sigma_2 = 2\sigma, \text{ ger } \sigma \sim 1.67\sigma, \text{ se figur C2}$$



Figur C1-2 Addition av två likstora normalfördelningar där den ena har dubbelt så stor spridning som den andra och skillnaden mellan medelvärdena är en respektive $1\frac{1}{2}$ gånger den mindre av standardavvikelseerna.

Fall E: $N_1 \neq N_2$, $\mu_1 \neq \mu_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$

Även hithörande fördelningar är skeva.

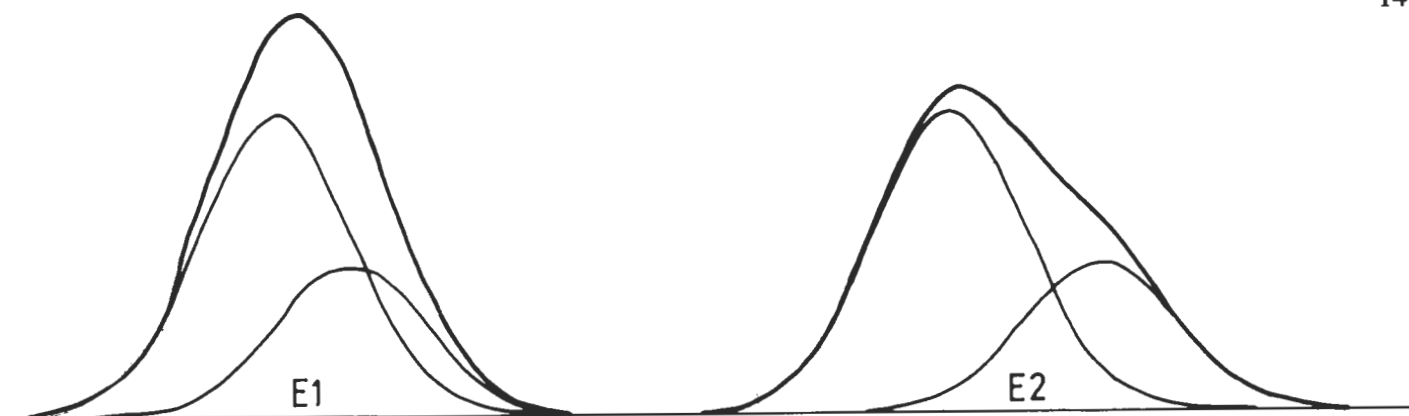
$$\text{Medelvärde } \mu = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2}$$

$$\text{Variansen får värdet } \sigma^2 = \sigma_1^2 + \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2} (\mu_2 - \mu_1)^2$$

Några numeriska exempel:

$$N_2 = \frac{1}{2} N_1, \mu_2 = \mu_1 + \sigma_1 \text{ ger } \sigma \sim 1.11 \sigma_1, \text{ se figur E1}$$

$$N_2 = \frac{1}{2} N_1, \mu_2 = \mu_1 + 2\sigma, \text{ ger } \sigma \sim 1.37 \sigma, \text{ se figur E2}$$



Figur E1-2 Addition av två normalfördelningar, där den ena är hälften så stor som den andra och som har samma standardavvikelse och skillnaden mellan medelvärdena i ena fallet är en standardavvikelse, i andra fallet två standardavvikelse.

Till slut kan det vara lämpligt att ge några exempel även på det allmänna fallet F, där de båda fördelningar som skall adderas skiljer sig i alla tre avseendena:

$$N_2 = \frac{1}{2}N_1, \mu_2 = \mu_1 + \sigma_1, \sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma_1, \text{ se figur F1}$$

$$N_2 = \frac{1}{2}N_1, \mu_2 = \mu_1 + \sigma_1, \sigma_2 = 2\sigma_1, \text{ se figur F2}$$

$$N_2 = \frac{1}{2}N_1, \mu_2 = \mu_1 + 2\sigma_1, \sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma_1, \text{ se figur F3}$$

$$N_2 = \frac{1}{2}N_1, \mu_2 = \mu_1 + 2\sigma_1, \sigma_2 = 2\sigma_1, \text{ se figur F4}$$

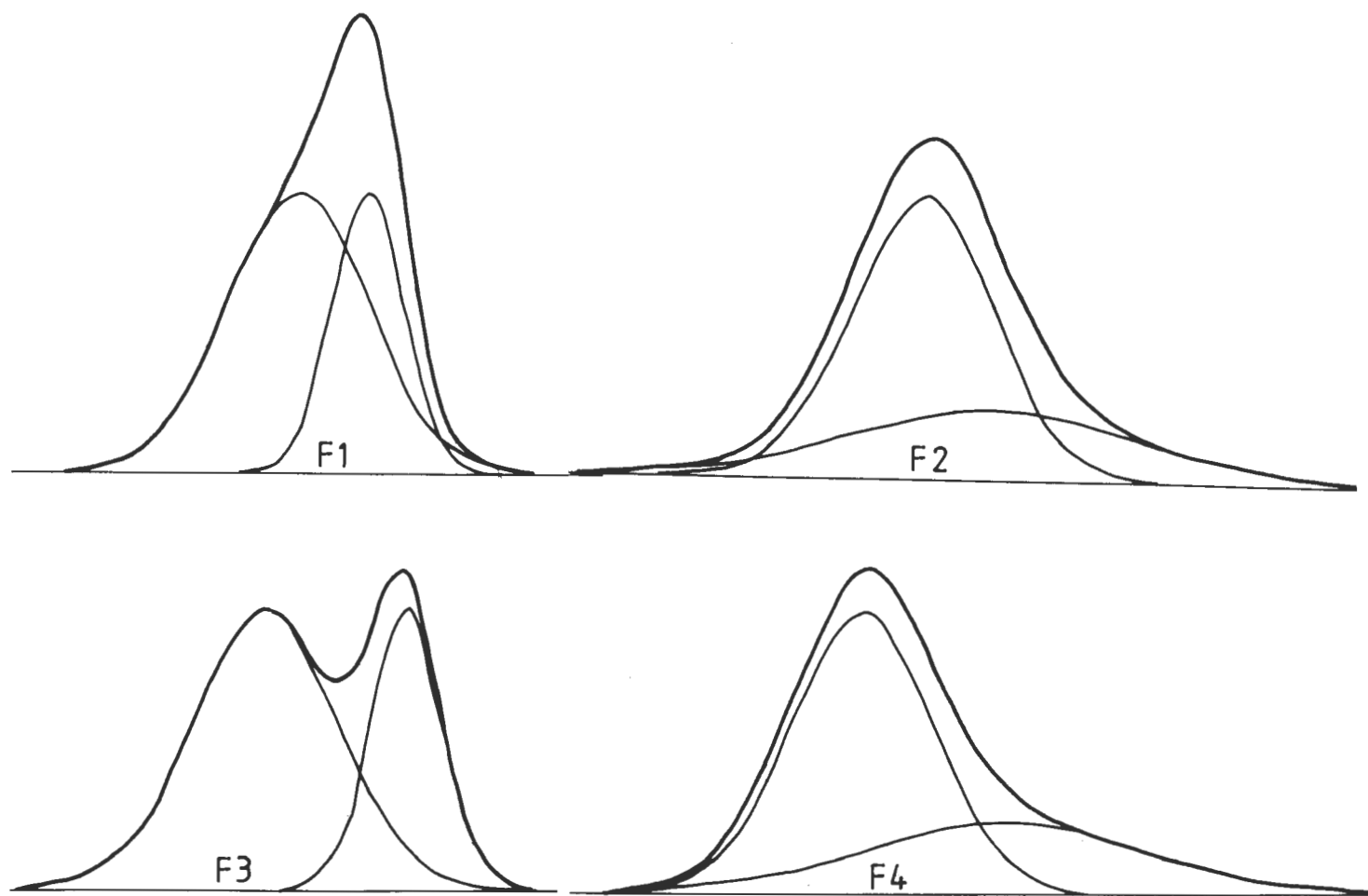
Gemensamt för de fyra utvalda fallen är att $N = 1.5N_1$.

$$\text{Medelvärdet kan skrivas } \mu = \frac{2}{3}\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_2$$

$$\text{Variansen får uttrycket } \sigma^2 = \frac{1}{3}(2\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + \frac{2}{9}(\mu_2 - \mu_1)^2$$

Standardavvikelsen blir i de fyra fallen ovan 99, 149, 128 respektive 170% av σ_1 .

Med ledning av de bifogade figurerna kan man troligen - åtminstone i relativt enkla fall - ofta komma fram till en uppdelning av en empirisk, icke-normal fördelning i två normalfördelningar. Det ligger i sakens natur att man alltid - liksom fö i de fall där en empirisk fördelning med god approximation är normal - måste räkna med "resttermer". Dessa kan man tolka antingen som slumpmässiga avvikelser från en teoretisk "exakt" fördelning, eller, kanske mera realistiskt, som uttryck för att man inte hittat hela sanningen om hur den empiriska fördelningen genererats; även om det kan vara rätt i princip att den uppkommit genom addition av normalfördelningar (som t ex kan antas representera olika luftmassor), är det så att säga för mycket begärt att det skall räcka med endast två addender.

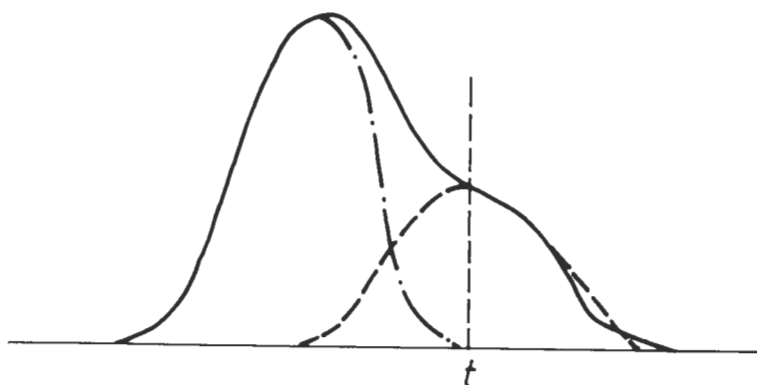


Figur F1-4 Addition av två normalfördelningar, där den ena är hälften så stor som den andra. Beträffande deras parameter se texten.

Vid försök att uppdelas en empirisk fördelning i två normalfördelningar bör man i första hand beakta om den givna fördelningen är symmetrisk eller ej. Om den är symmetrisk, men ändå avviker påtagligt från normalfördelningens klockkurva, finns det två enkla alternativ, som illustreras av A-respektive B-fallen.

Det vanligaste beträffande meteorologiska variabler torde vara att de uppvisar asymmetriska fördelningar. Många exempel på detta ges av de i denna rapport redovisade frekvensfördelningarna av lufttemperaturen. Figurerna C-F, som illustrerar hur asymmetri kan uppkomma genom addition av två normalfördelningar visar, mer eller mindre tydligt, att en av dessa fördelningar är helt dominerande, om man kommer tillräckligt långt ut till en av sidorna.

Något liknande gäller många, kanske de flesta, asymmetriska empiriska fördelningar. I dylika fall kan man gå till väga på följande sätt:



Figur X. Princip för uppdelning av en empirisk frekvensfördelning i två normalfördelningar.

Om ytan under den del av fördelningskurvan som ligger längst från typvärdet geometriskt visar likhet med den motsvarande delen av en normalfördelning, kan man ofta komma fram till en användbar approximation på det sätt som figur X ovan visar: "Okularbesiktningen" ger vid handen att den del av den empiriska fördelningen som ligger till höger om t har stor likhet med högra halvan av en normalfördelning. Man speglar nu denna del i vertikalen genom t och beräknar parametrarna för den normalfördelning som har samma värden av N , μ och σ som den härigenom uppkomna symmetriska fördelningen. Normalfördelningen ifråga ges i figuren med streckad kurva.

Nästa steg är att subtrahera denna normalfördelning från den empiriska fördelningen. Resultatet anges med punkt-streckad kurva. (För temperaturer lägre än typvärdet gäller i det valda exemplet den ursprungliga fördelningskurvan). Man beräknar N , μ och σ för den resterande fördelningen. Det kan här förekomma att man genom subtraktionen får enstaka negativa frekvenser, men det hindrar inte att man beräknar de tre parametrarna N , μ och σ för den resterande fördelningen.

Man har alltså kommit fram till två normalfördelningar som tillsammans på ett approximativt sätt representerar den empiriska fördelningen. Däremot vet man inte om man har åstadkommit den optimala uppdelningen i två normalfördelningar. Om det anses angeläget att uppnå detta får man använda sig av successiva approximationer, d v s man försöker ändra placeringen av "spegeln" t och se om resultatet blir en bättre anpassning.

I detta sammanhang uppkommer frågan hur man kan avgöra vilken av två eller flera approximationer som är bäst. En vanlig metod är att beräkna följande summa S :

$$S = \sum \frac{(f_i - \phi_i)^2}{\phi_i^2}$$

där f_i är den observerade, empiriska frekvensen och ϕ_i är den beräknade. Den approximation som ger lägsta S -värdet bör betraktas som den bästa.

Ett exempel på anpassning med hjälp av två normalfördelningar framgår av figuren på sid 145. Fördelningen av temperaturen under februari kl 07 i Stockholm-Bromma beskrivs ganska väl med den använda metoden. Av kurvorna nederst i figuren framgår att approximation II ger något mindre avvikelser från observerade frekvenser än av approximation I ger. Den antydning till "puckel", kanske helt insignifikant, som observationerna visar vid -7° , kan naturligtvis inte beskrivas enbart med hjälp av två normalfördelningar.

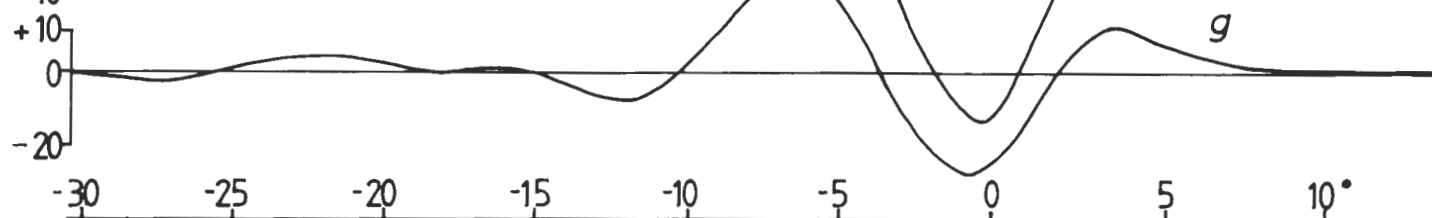
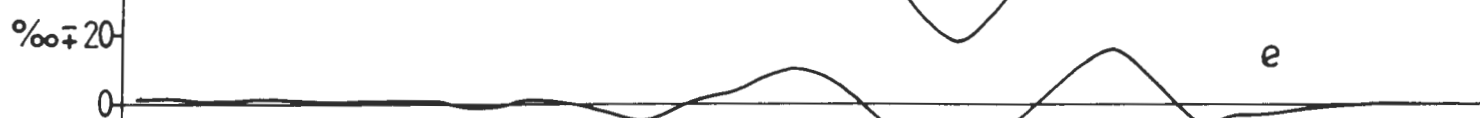
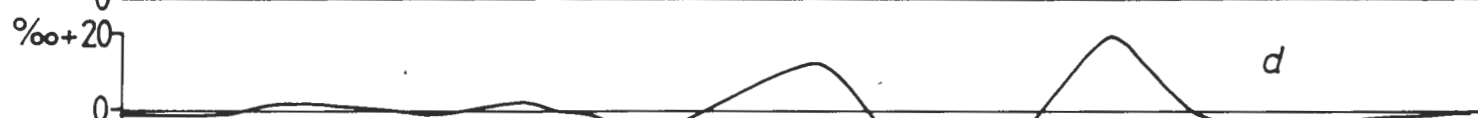
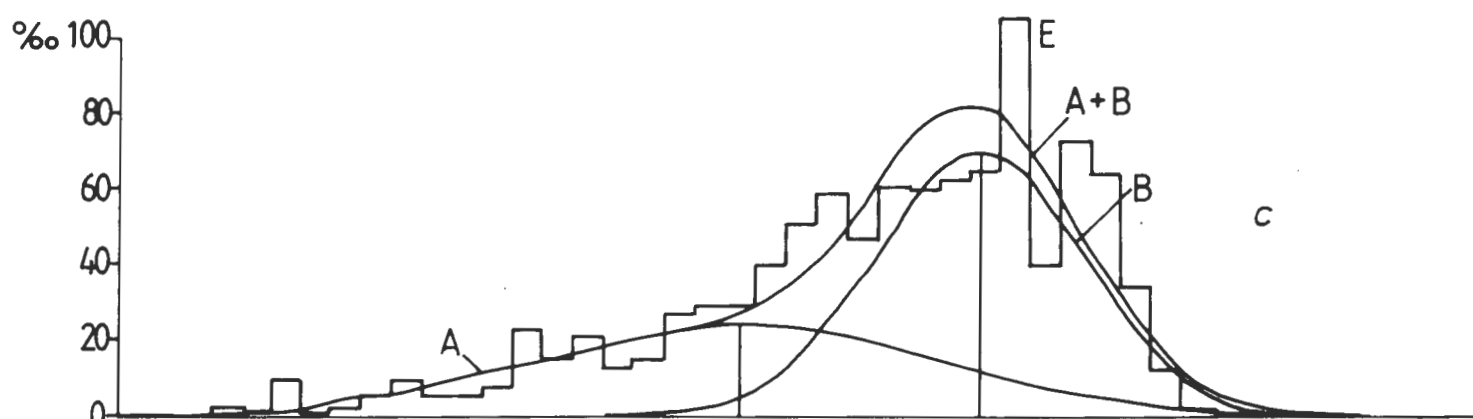
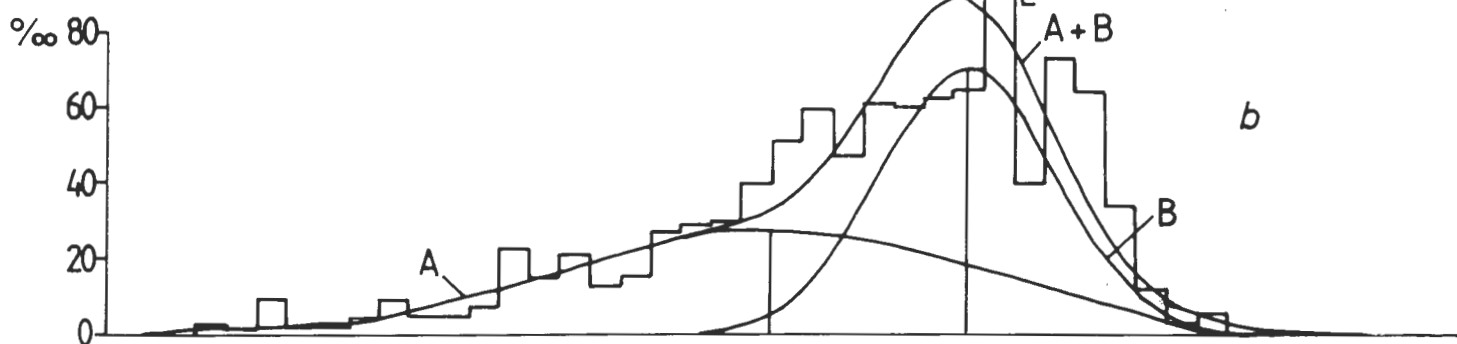
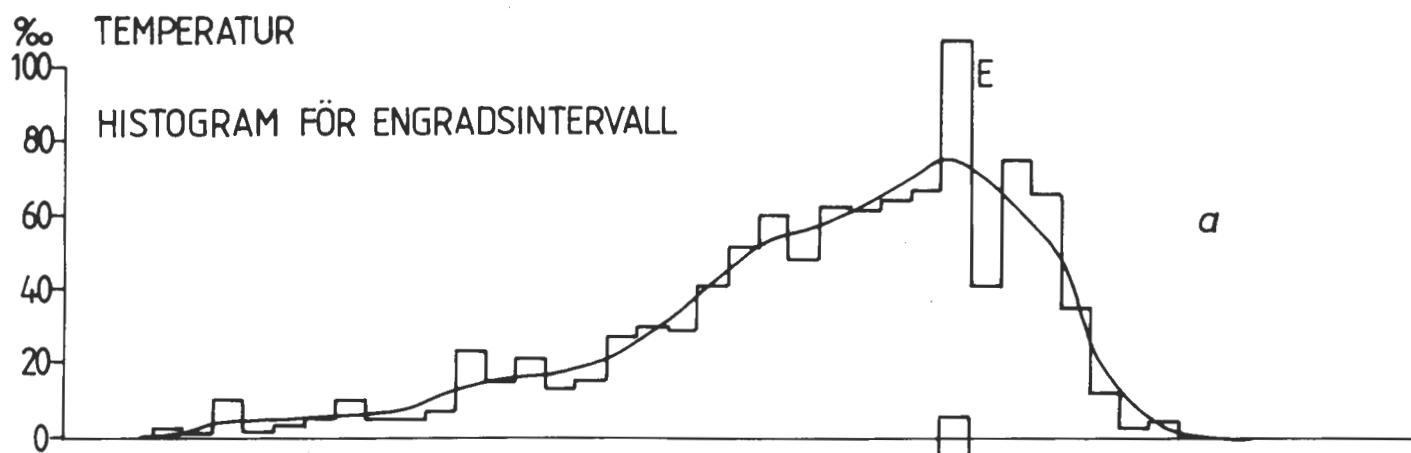
Om man skulle kunna erhålla lika bra eller bättre anpassning med hjälp av andra teoretiska fördelningar än normalfördelningen har ej undersökts.

Förklaring till figuren på följande sida som är ett exempel på beskrivning av observerad fördelning (Stockholm - Bromma februari kl 07) med hjälp av två normalfördelningar.

- a. Den empiriska fördelningen (E) ges i histogramform (trappstegskurvan) medan den andra kurvan är den fördelning som erhållits efter numerisk utjämning.
- b. Approximation I. Kurva A är en normalfördelning med parametrarna $\mu = -8.5^{\circ}$, $\sigma = 7.20^{\circ}$ och storleken 50% av den observerade. Kurva B har samma storlek och parametrarna $\mu = -2.1^{\circ}$ och $\sigma = 2.79$. Kurva betecknad A + B är summan av A och B.
- c. Approximation II. Kurva A är 40% av den observerade med parametrarna $\mu = -9.5^{\circ}$, $\sigma = 6.69^{\circ}$. Kurva B är 60% av den observerade och har parametrarna $\mu = -1.8^{\circ}$ och $\sigma = 3.37$.
- d. Approximation I minus utjämnad empirisk fördelning.
- e. Enligt d men approximation II.
- f. Integralkurva för differenserna mellan approximation I och den utjämnade fördelningen.
- g. Enligt f men för approximation II.

‰ TEMPERATUR

HISTOGRAM FÖR ENGRADSINTERVALL





Sveriges meteorologiska och hydrologiska institut
601 76 Norrköping. Tel 011-15 80 00. Telex 64400 smhi s.

Rättelser till rapporten "FREKVENSANALYS av timvisa
TEMPERATUROBSERVATIONER" (SMHI Meteorologi, Nr 54, 1987)

- sid 7. Tredje stycket, längst ner:.....gett resultaten +2,+3
och +2, och +3 av misstag.....
- " 10. Förklaringen till Kol.F:.....symbolen o (ex -8.5 skrivs
-9o).
- " 10. Förklaringen till Kol.G₁:..... i förhållande till kol.C, se
sid 11.
- " 10. Näst sista raden: Kol.N = krökningskorrektionen, se
Appendix 2.
- " 12. Femte stycket, rad 2: på sid 104-115
- " 12. " " " 8:...6.5-7.4^o i ca 5% av fallen.....
- " 12. " " " 9:... ca 5% av observationerna....
- " 12. Sista stycket, " 3:.... isolinjen 5%.....
- " 12. " " " 5:.... frekvens kl 23-03 som kl 12-16
- " 12. " " " 5: nerifrån: 12-14%
- " 13. Figur 2. Stockholm-Bromma 1955-75, oktober
- " 14. Första stycket, rad 5: nerifrån: under $\frac{1}{2}$ 80%
- " 14. " " , rad 4: " 63%
- " 14. " " , näst sista raden:.... skall vara -27^o
eller lägre,....
- " 14. Andra stycket, rad 3:.... ett värde över $34\frac{1}{2}$ ^o,.....
- " 14. " " , rad 4:.... motsvarande gradtal.....
- " 14. " " , " 4:..... är $31\frac{1}{2}$ ^o.
- " 14. Tredje " , " 6:.... under -25^o mitt på dagen större....
- " 14. " " , " 9:.... eftermiddagstemperaturer på 28-29^o
- " 15. Fjärde stycket, rad 5-6: Rättas till Under högsommaren är
standardavvikelsen.....
- " 15. Fjärde stycket, rad 9:.... förekommer på Frösön ingen.....

- sid 16. Tredje stycket, sista meningen:.... kring temperatur-medelvärdena störst vid tidpunkten för dygnets högsta temperatur, men det finns ett sekundärt maximum vid tidpunkten för lägsta temperaturen.
- " 16. Sista stycket:..... typiska dragen; här är, i motsats till vad som är fallet vid de tre sydligare stationerna, spridningen kring medelvärdet minst, när....
- " 131. Appendix 1, sid 131: Andra stycket, rad 10: påfallande låga.... (Ordet låga skall understrykas)
- " 136. Appendix 4, sid 136: Formeln: $(t_m)_d$