

PARAMETERISERING AV DIABATISKA
PROCESSER I NUMERISKA
PROGNOSMODELLER



PARAMETERISERING AV DIABATISKA
PROCESSER I NUMERISKA
PROGNOSMODELLER

Per Kållberg



FÖRORD

Dessa föreläsningsanteckningar är avsedda för kursen "Parameterisering av diabaliska processer" i prognosmeteorologutbildningen vid SMHI 1987 och 1988. Kursen omfattar 12 timmar och skall ge en överblick över de viktigaste parameteriseringsmetoderna i de numeriska modeller som används operationellt vid SMHI. Materialet är sammanställt huvudsakligen ur Haltiner & Williams lärobok "Numerical Prediction and Dynamics Meteorology (1979), Undéns dokumentation över SMHI-LAM (1982), ECMWFs modelldokumentation samt U.K Meteorological Offices (UKMO) modelldokumentation. För att anteckningarna skall vara njutbara bör 60-poängskunskaperna i meteorologi vara "väl inhämtade" och aktuella!

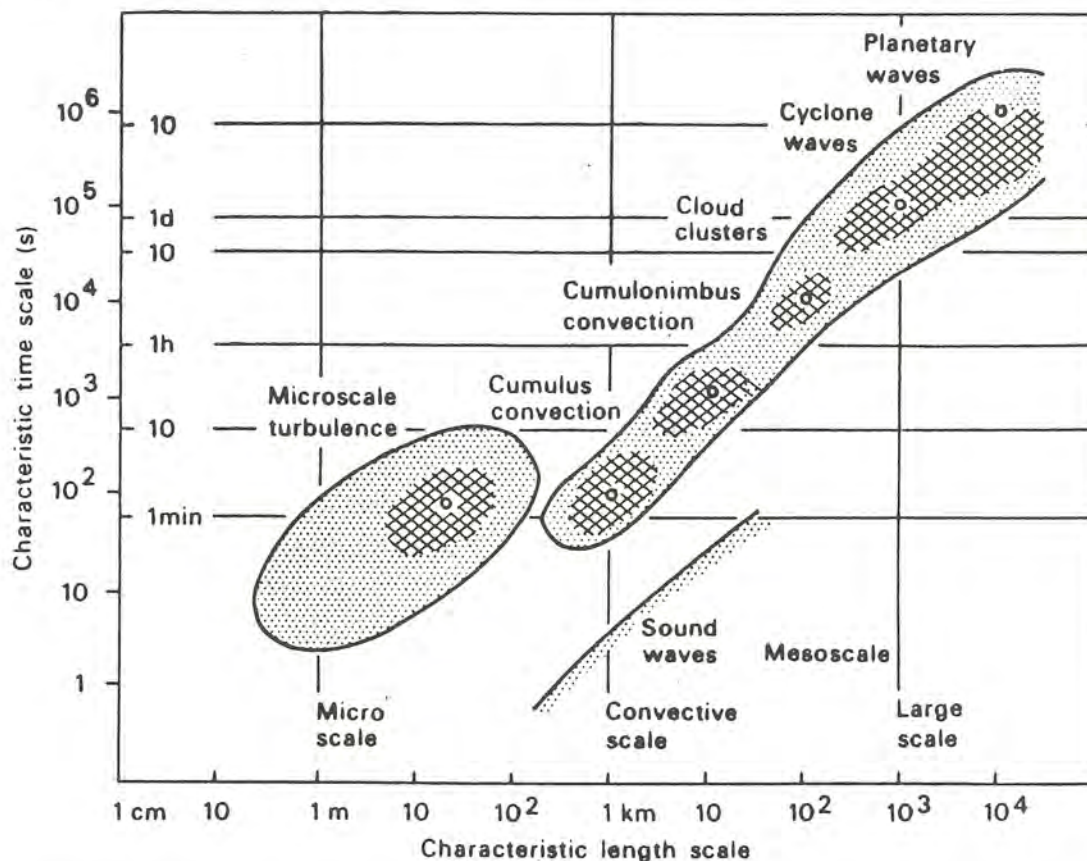
SMHI, Norrköping i maj 1988

Per Kållberg

PARAMETERISERING AV DIABATISKA PROCESSER I NUMERISKA PROGNOSEMODELLER

1. PARAMETERISERINGSPROBLEMET

I atmosfären sker en lång rad olika processer med olika skalor, i både rum och tid. I figuren sammanfattas de viktigaste, med sina karakteristiska tids- och rumsskalor.



Karakteristiska skalor hos de atmosfäriska processerna (efter Tiedtke, 1984).

I princip kan alla dessa processer beskrivas av ett system av partiella differentialekvationer, t ex Navier-Stokes ekvationer för fluiders dynamik kompletterade med initial- och randvillkor, samt ekvationer för icke-dynamiska processer, som strålning och kondensation.

I praktiken är man, inom meteorologin, dock knappast intresserad av att prognosera t ex mikroturbulensen eller varje enskild molndroppes öden.

Man vill gärna försöka förenkla sitt problem så att mikro-processernas inverkan på de större skalorna inkluderas på ett realistiskt sätt, utan att fördenskull behöva beskrivas exakt. Det är naturligtvis inte lätt att dra en gräns mellan vilka skalor som är intressanta och ointressanta ur meteorologisk prognossynpunkt. I en normal vädertjänst kanske gränsen går någonstans vid 1 timme och kanske 10 km (cumulonimbus), medan man vid spridningsproblem snarare vill dra gränsen någonstans vid, säg, 1 min och 100 m. Den begränsade kapaciteten hos datorerna sätter dessutom en praktisk gräns, som för synoptiska eller mesoskaliga beräkningsmodeller snarare ligger någonstans kring 50-100 km eller mer, och med en tidsupplösning av 15 à 30 minuter. Alla atmosfäriska processer med rums- och tidsskalor under dessa gränser, måste approximeras på något sätt. En vanlig metod är att man betraktar någon form av medelvärden, i rummet och tiden, samt avvikelserna från dessa medelvärden.

1.1 Reynold'ska medelvärden

Prognosekvationerna för en numerisk prognosmodell härleds genom att man, utgående från de hydrostatiska s k primitiva, ekvationerna bildar medelvärden, över (i exempelvis en gridpunktsmodell) en gridruta. I en-dimensionell form definierar vi gridrutsmedelvärdet av en parameter A som

$$\bar{A}(x) = \frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} A(x+x') \cdot dx'$$

I varje punkt, x' , i intervallet avviker A från sitt medelvärde \bar{A} . Denna avvikelse betecknas med A' , och vi får

$$A = \bar{A} + A'$$

För A' gäller att

$$\overline{A'} = \frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} A'(x+x') dx' \equiv 0$$

Vi har alltså definierat vår medelvärdesoperator så att $\overline{A'} \equiv 0$

Man kan lätt visa att med denna definition av $\bar{\quad}$ -operatoren gäller att

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \overline{A' \cdot B'}$$

Tillämpar man den Reynold'ska medelvärdesbildningen på de hydrostatiska rörelseekvationerna, som ju gäller momentant i varje punkt, får man motsvarande rörelseekvationer för de Reynold'ska medelvärdena i en gridruta.

För rörelseekvationen i x-led får man t ex

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \overline{u'u'}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \overline{u'v'}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (-\rho \overline{u'w'}) + F_x$$

där F_x är den molekylära dissipationen (se Holton 5.1).

Termerna $\overline{\rho u'u'}$ etc kallas Reynolds stress, och uttrycker den ickelinjära kopplingen mellan rörelser på skalor mindre än gridskalan, Δx .

När perturbationerna u' , v' , w' är korrelerade och varierar i rummet så att t ex $\frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'u'}) \neq 0$, innebär Reynolds stresserna ett momentum flöde, ofta kallat "eddy"-diffusion eller "eddy"-friktion. Detta är en något oegentlig beteckning, eftersom inte bara diffusiva processer utan även t ex icke-hydrostatiska effekter ingår.

Stresserna har samma storleksordning i alla 9 termerna i den sk eddy stress tensorn

$$\begin{bmatrix} \overline{\rho u'u'} & \overline{\rho u'v'} & \overline{\rho u'w'} \\ \overline{\rho v'u'} & \overline{\rho v'v'} & \overline{\rho v'w'} \\ \overline{\rho w'u'} & \overline{\rho w'v'} & \overline{\rho w'w'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} = \tau$$

medan deras lokala gradienter oftast är störst i vertikalriktningen.

Avvikelserna, perturbationerna, u' , v' , w' , T' , q' , p' , representerar många olika fysikaliska processer, t ex dynamisk turbulens, konvektion (= termisk turbulens), kondensation, absorption och emission av strålning m m.

Gemensamt för dem är att de är processer på en skala mindre än gridskalan. De kan inte beräknas explicit, utan måste, i den numeriska prognosmodellen, på något sätt uttryckas med hjälp av enbart -medelvärdena.

Problemet att approximera processer som har storleksskalor mindre än gridstorleken med hjälp av enbart gridrute-medelvärden, kallas parameterisering.

Vad som sagts gäller oberoende av om vår modell är en gridpunktsmodell eller en spektral modell. I den spektrala modellen representerar spektralkomponenterna endast skalor större än den kortaste vågkomponenten.

I det följande skall vi beskriva hur de viktigaste "eddy"-processerna, eller som man oftast säger "sub-gridscale" processerna ("mindre-än-gridskalan-processer") parameteriseras i några olika prognosmodeller.

2. GRÄNSSKIKTET

För numeriska prognosmodeller är det viktigt att beskriva flödet av momentum, värme och fuktighet till, eller från, den undre begränsningsytan, marken.

Den turbulenta friktionen mot marken är den huvudsakliga sänkan för den kinetiska energi som bildas då atmosfärens potentiella energi, genom baroklin och barotrop instabilitet, övergår i kinetisk energi. Kan man inte på ett realistiskt sätt beskriva markfriktionen, blir modellens energiförhållanden snart orimliga.

Vidare är transporten av värme, och vattenånga, från mark(havs)ytan till atmosfären av stor betydelse, inte minst för energibalansen.

Slutligen måste gränsskiktsstrukturen i modellen vara så lik den verkliga atmosfärens som möjligt. Många (de flesta) prognosparametrar är just värden i gränsskiktet, t ex k 2-meterstemperatur, 10-metersvind, risk för nattfrost, etc.

Vi återgår till momentum-ekvationen och skriver den

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - f \mathbf{k} \times V + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z}$$

där

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\tau_{zx} \mathbf{i} + \tau_{zy} \mathbf{j} \right] \equiv \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(-\rho \overline{u'w'} \right) \mathbf{i} + \\ &+ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(-\rho \overline{v'w'} \right) \mathbf{j} \end{aligned}$$

är den "vertikala" variationen av stress-tensorn.

Stress-termerna utgör nya beroende variabler, som måste uttryckas på något sätt, dvs parameteriseras.

Problemet att uttrycka eddy-stress-termerna brukar ofta kallas "closure"-problemet, dvs att hitta ett slutet ekvationssystem med lika många ekvationer som beroende variabler.

Om man parameteriserar eddy-termerna direkt med hjälp av enbart τ -termerna talar man om "first order closure".

Om man i stället härleder en uppsättning nya ekvationer för eddy-stresserna, men i dessa ekvationer lyckas uttrycka de nya termer som uppträder, nu av typen $u'v'w'$, enbart som funktion. τ -termer och $u'v'$ -termer, talar man om "second order closure".

I princip kan man gå vidare, och få en hel hierarki av "higher order closure"parameteriseringar.

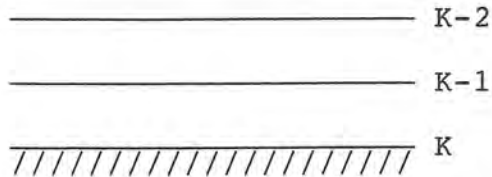
Så gott som alla operationella modeller använder dock idag mer eller mindre raffinerade antaganden för "first order closure".

Motsvarande som för momentum, gäller även för temperaturen $H_s = \rho c_p \overline{w'T'}$ och fuktigheten, $E_w = \rho \overline{w'q'}$.

2.1 Bulk-formulering

Det enklaste sättet är att uttrycka derivatan $1/\rho \frac{\partial \tau}{\partial z}$ (eller i p-systemet $-g \frac{\partial \tau}{\partial p}$) direkt från den lägsta nivå där man har en vindprognos.

Med finita differenser vertikalt får man i nivå K-1, den lägsta nivån där vi tillämpar momentum-ekvationen



$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial p}\right)_{K-1} = \frac{\tau_K - \tau_{K-2}}{2\Delta p}$$

Man antar nu att τ_{K-2} är så liten att den kan försummas, dvs nivå K-2 ligger ovanför det turbulenta gränsskiktet. Hela friktionen ligger enbart i nivån K, vi kan inte upplösa gränsskiktet i flera nivåer. Markstressen, τ_K , kallar vi τ_s hädanefter. Den är alltså en totalfriktion, bulkfriktion för hela gränsskiktsdissipationen. Ett enkelt sätt att sluta (close) systemet är att ansätta

$$\tau_s = \rho_s \cdot C_D \cdot |\mathbf{V}_s| \cdot \mathbf{V}_s$$

eller alternativt

$$\tau_s = \rho_s \cdot C'_D \cdot \mathbf{V}_s$$

Gemensamt för de båda är att markstressen antas vara proportionell mot vinden nära marken, med en empirisk proportionalitetsfaktor som beror på $|\mathbf{V}_s|$, (övre) eller är konstant (nedre). \mathbf{V}_s kan exempelvis extrapoleras från \mathbf{V}_{K-1} och \mathbf{V}_{K-2} .

Proportionalitetsfaktorn C_D , C'_D kallas "drag coefficient"

"Drag"koefficienten kan bestämmas empiriskt ur mätdata. Det visar sig att den övre formuleringen med en proportionalitetsfaktor som beror på vindhastigheten är bättre än ett enkelt antagande med en konstant faktor, C'_D .

En bulk formulering av den här typen användes i den balanserade modell som var i drift vid SMHI från 1968 till 1983.

I balanserade (filtrerade) modeller, brukar man utnyttja virvelekvationen och balansekvationen i stället för de primitiva ekvationerna. Med bulk-formulering för markfriktionen kommer denna in som ett undre randvillkor på vertikalhastigheten, $\omega \equiv dp/dt$.

Man får (se Holton)

$$0 = -\nabla\phi - f \mathbf{k} \times \mathbf{V} - g \frac{\partial \tau}{\partial p}$$

Tillämpa operatören $\mathbf{k} \cdot \nabla \times$ och bortse från variationer i f .

$$f \nabla \cdot \mathbf{V} = -g \mathbf{k} \cdot \nabla \times \frac{\partial \tau}{\partial p}$$

Med användande av kontinuitetsekvationen får vi

$$-f \frac{\partial \omega}{\partial p} = -g \mathbf{k} \cdot \nabla \times \frac{\partial \tau}{\partial p}$$

som vi integrerar från friktionsskiktets översida, "F", till marken "S"

$$f(\omega_F - \omega_S) = -g \mathbf{k} \cdot \nabla \times \tau_S \quad (\text{ty } \tau_F \equiv 0 \text{ enl ant})$$

Vi approximerar nu τ_S med $\tau_S = \rho_S C'_D \cdot \mathbf{V}_S$ och får

$$f(\omega_F - \omega_S) = -g \rho_S C'_D \zeta_S \quad \text{där } \zeta_S = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{V}_S = \text{virveln}$$

$$\omega_F = \omega_S - \frac{g}{f} \rho_S C'_D \zeta_S$$

Vertikalhastigheten vid markytan, ω_S , består av två delar, en som beror på markens lutning (det blåser "uppför" eller "utför") och en som beror på divergens i fria atmosfären ovanför (= isallobar-fältet). Om vi bortser från dessa effekter får vi

$$\omega_F = -\frac{g}{f} \rho_S C'_D \zeta_S$$

dvs vertikalvinden i gränsskiktets översida ges av virveln nära marken. Denna i sin tur kan till exempel extrapoleras linjärt, från virveln i de två lägsta nivåerna där de är beskrivna av modellen, K-1 och K-2. Den här effekten av markfriktionen, dvs att den ger upphov till en vertikalrörelse i gränsskiktets översida, kallas ofta Ekman-pumpning.

2.2 K-modeller

Sedan långt tillbaka i tiden har man försökt uttrycka eddy-stresserna med hjälp av "diffusionskoefficienter" i analogi med den molekylära viskositeten, dvs man skriver

$$-\rho \overline{u'w'} = \tau_{zx} = \rho K_x \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

Detta innebär att man, med hjälp av en koefficient, K_x , uttrycker eddy stressen som funktion av det Reynold'ska medelvärdet \bar{u} .

I fortsättningen skriver vi inte ut \bar{u} utan underförstår det.

I analogi med molekylärfysikens fria medelväglängd införde Prandtl en s k blandningslängd, ℓ . ℓ är, på något sätt, den sträcka ett turbulenselement förflyttar sig innan det uppgår i den omgivande rörelsen (se Högström).

K_x blir då proportionell mot $\ell \cdot u'$, och då $u' \approx \ell \frac{\partial u}{\partial z}$ blir eddy-viskositeten $K_x = \ell^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial z}$.

Om vi kan uttrycka K_x , dvs ℓ^2 , på något sätt med hjälp av modellparametrarna har vi återigen ett första ordningens slutet system. I modellens gränsskikt får vi

$$\tau_{zx} = \rho_s K_x \cdot \frac{u_n - u_s}{\Delta z} \text{ där } u_n \text{ är vinden i den första}$$

modellnivån ovanför markytan.

I ett neutralt gränsskikt kan blandningslängden med god, empirisk, approximation skrivas som (Holton 5.2)

$$\ell = k \cdot z \text{ där } k = \text{von Karmann's konstant } (\sim 0.40)$$

Med x-axeln längs stressen får vi då för τ_s

$$\tau_s = \rho K \frac{\partial u}{\partial z} = \rho \ell^2 \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} = \rho (kz)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2,$$

eller

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \text{ där } u_*^2 \equiv \tau_s / \rho \text{ och kallas friktionshastig-}$$

heten.

Tydligen är också $K = k \cdot z \cdot u_*$

Integration ger den logaritmiska vindlagen

$$u = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0} \text{ där } z_0 \text{ är en integrationskonstant}$$

och kallas "skrovlighetsparametern".

Ett villkor för att detta skall gälla, dvs att man kan sätta blandningslängden proportionell mot z , är, förutom att skiktningen är neutral, även att det s k yt-Rossby-

tälet, $R_0 = \frac{|\nabla g|}{|f| \cdot z_0}$ är stort ($\geq 10^5$). Detta betyder i

praktiken att markytan kan betraktas som slät på den geostrofiska vindens skala.

Med kännedom om vinden, u , i en nivå, n , t ex 10 meter upp i en mast, eller, i en numerisk prognosmodell, den lägsta nivån, får vi

$$u_n = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z_n}{z_0}, \text{ eller } \tau_s = \rho u_*^2 = \rho C_D u_n^2$$

där dragkoefficienten C_D känns igen från den enkla bulkformuleringen i föregående avsnitt.

C_D är dock inte längre en empirisk konstant, utan definieras av

$$C_D = k^2 \left[\ln \left(\frac{z_n}{z_0} \right) \right]^{-2}$$

eller för jämförelse med vad som följer

$$C_D = \left\{ \frac{k}{\ln z_n/z_0} \right\}^2$$

C_D beror på skrovligheten z_0 , von Karmann's konstant k och höjden z_n .

Vi har funnit ett sätt att, i den neutrala atmosfären där Prandtl's hypotes $l = k \cdot z$ gäller, parameterisera eddy-stressen, τ , vid marken med hjälp av vinden i någon nivå, n , högre upp, t ex den lägsta modellnivån, samt z_0 .

$$\tau_s = \rho \cdot k^2 \left\{ \ln \left(\frac{z_n}{z_0} \right) \right\}^{-2} |\mathbf{v}_n| \cdot \mathbf{v}_n$$

I atmosfären är dock sällan gränsskiktet neutralt, och man kan knappast modellera K endast med hjälp av von Karmann's konstant och skrovlighetsparametern, z_0 .

I Monin-Oboukhov's $s k$ similaritetsteori, som ligger bakom de flesta gränsskiktsparemetriseringar, låter man det neutrala

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{kz}$$

modifieras av en empirisk funktion ϕ_m (m för momentum)

$$\text{dvs } \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{kz} \cdot \phi_m$$

ϕ_m är en funktion av den dimensionslösa kvoten z/L där L är den $s k$ Monin-Oboukhov's längd.

$$L = \frac{T \cdot u_*^2}{gk^2 T_*} \quad \text{och} \quad T_* = - \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*} \quad (\theta' \text{ potentiella virtuella temperaturen})$$

Monin-Oboukhovs längd uttrycker förhållandet mellan bildandet av mekanisk turbulens (beror på u_*) och termisk turbulens genom konvektion (T_*). L kan tolkas som den höjd där generationen av mekanisk och termisk turbulens är lika.

Monin-Oboukhovs similaritetsteori bygger på antagandet att de turbulenta flödena, $\frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'v'})$ etc är konstanta med höjden, något som egentligen bara gäller i de lägsta 20-40 metrarna av gränsskiktet, som ofta kallas ytskiktet. En följd härav är, att om man bygger sin parameterisering av gränsskiktet på similaritetsteorin, måste man se till att den lägsta modellytan ligger nära markytan.

Liksom för momentum, kan den vertikala gradienten av potentiell temperatur, θ , uttryckas som funktion av L och T_*

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{T_*}{kz} \phi_h \left(\frac{z}{L} \right) \quad (\text{h för heat})$$

Funktionerna ϕ_h och ϕ_m innebär alltså en modifikation av vind och temperaturprofilerna i gränsskiktet p g av skiktningen.

Vi kan skriva om momentumprofilen enligt följande

$$du = \frac{u_*}{k} \left\{ \frac{dz}{z} - \left(1 - \phi_m \left(\frac{z}{L} \right) \right) \frac{dz/L}{z/L} \right\}$$

och integrera från z_0 (där $u = 0$) till en godtycklig nivå, u .

$$u = \frac{u_*}{k} \left\{ \ln \frac{z}{z_0} - \psi_m \left(\frac{z}{L} \right) \right\}$$

där

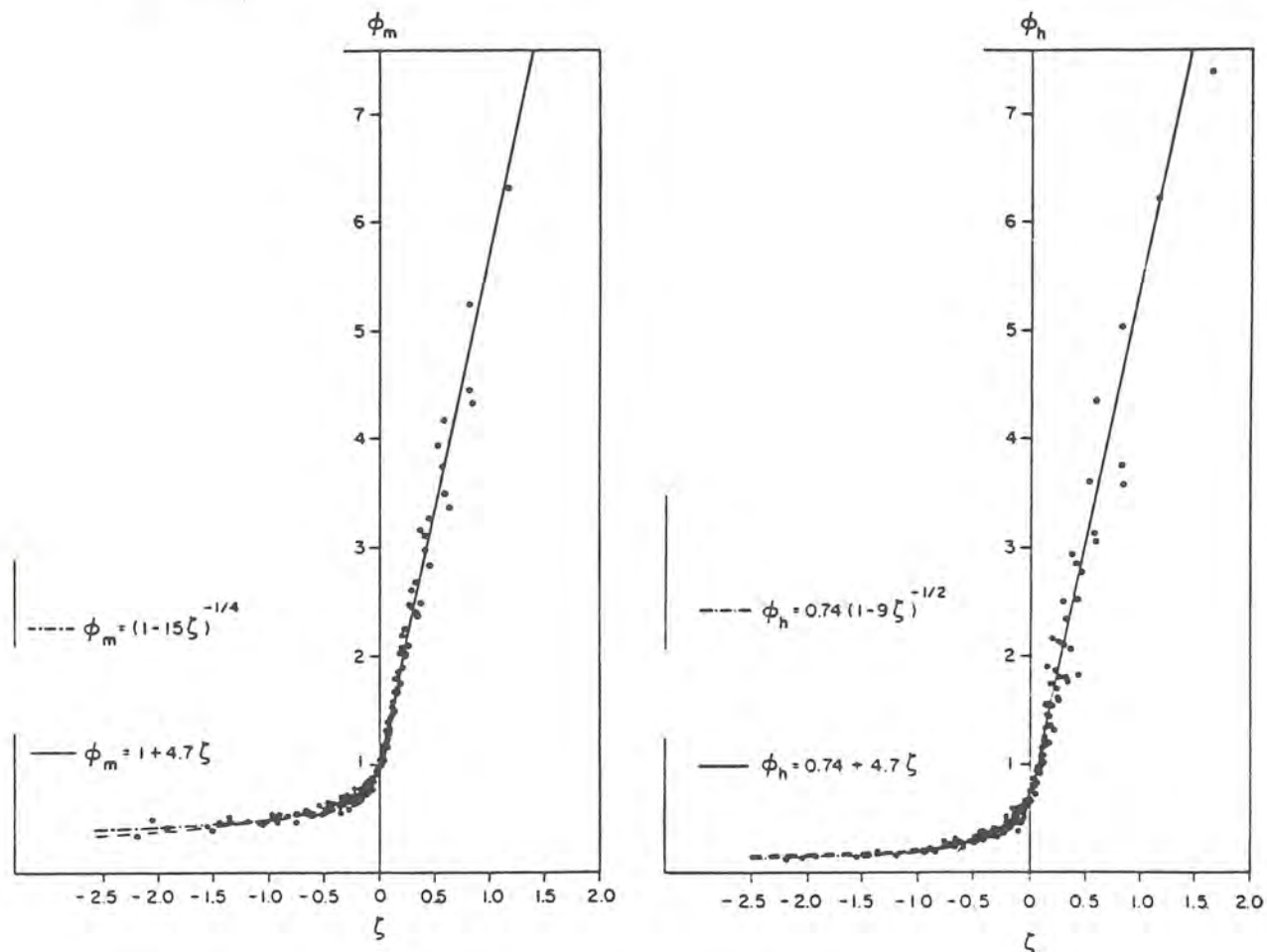
$$\psi_m \left(\frac{z}{L} \right) = \int_{z_0/L}^{z/L} \left[1 - \phi_m \left(\frac{z}{L} \right) \right] d \ln \left(\frac{z}{L} \right)$$

p s s för temperaturen

$$\theta - \theta_0 = \frac{T_*}{k} \left\{ \ln \frac{z}{z_0} - \psi_h \left(\frac{z}{L} \right) \right\}$$

Dessa profiler för u och θ i gränsskiktet brukar kallas Busingerprofiler. Integralerna, ψ_m och ψ_h modifierar de logaritmiska profilerna med hänsyn till stabilitetsparametern L (Monin-Oboukhovs längd).

I numeriska modeller med en parameterisering av ϕ och ψ med hjälp av modellparametrarna u , v , θ etc kan Busingerprofilerna användas för att diagnostiskt beräkna t ex T_{2m} och V_{10m} . På detta sätt gör man i ECMWFs modell och i SMHIs LAM.

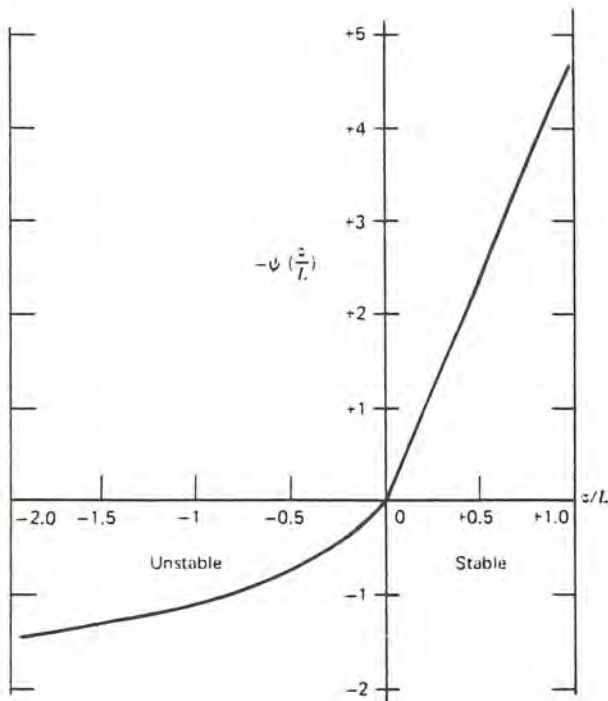


Mätdata, som visar (icke-dimensionaliserad) vindskjuvning och temperaturgradient som funktion av $\zeta = z/L$ (efter Businger et al.).

Figurerna visar en sammanställning av mätdata (Businger et al., 1971) för bestämning av ϕ_m och ϕ_h för både labila ($\zeta = \frac{z}{L} < 0$) stabila ($\zeta > 0$) gränsskikt.

I figurerna har man dessutom försökt anpassa en empirisk kurva till mätpunkterna för att uttrycka ϕ_m och ϕ_h som funktioner av $\frac{z}{L}$. Är det möjligt att approximera alla mätdata med en sådan kurva, bekräftas similaritetsantagandet. Ur figurerna, där de empiriska kurvor som bäst sammanfattar alla mätpunkter är angivna, ser man att teorin är rimlig för ett stort stabilitetsintervall. Senare, mer noggranna, bestämningar av ϕ_m och ϕ_h (Dyer och Bradley, 1982) visar ett liknande resultat, med något modifierade värden på de empiriska koefficienterna vid labila skiktningar.

Nedan visas funktionen $\psi_m \left(\frac{z}{L}\right)$, beräknad ur de ϕ_m -kurvor som erhöles av Businger et al.



Funktionen $\psi(z/L)$ som funktion av $\zeta = z/L$. Se texten (efter Businger et al.).

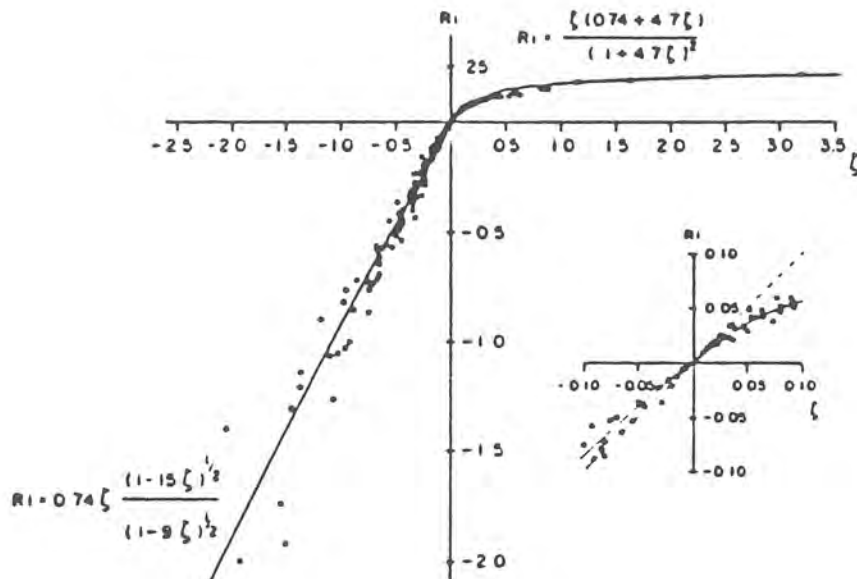
Även eddyviskositetskoefficienten K och blandningslängden, ℓ , kan, i det icke neutrala gränsskiktet, uttryckas som sina neutrala värden, modifierade av ϕ , vilket är lätt att se ur definitionerna

$$K = k u_* z / \phi_m \left(\frac{z}{L}\right); \quad \ell = kz / \phi \left(\frac{z}{L}\right)$$

Ur Busingerprofilerna för momentum och värme, kan vi lösa u_* och T_* , och sätta in i definitionen av L . Vi får då

$$\frac{z}{L} = R_i \frac{\phi_m^2}{\phi_h}; \quad R_i = \text{Richardsontalet} = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2}$$

Men eftersom ϕ_m och ϕ_h i sin tur är funktioner av z/L är det uppenbart att R_i är en unik funktion av z/L (och vice versa!) Detta samband kan också bestämmas ur mätdata. Kurvan ser ut så här:



Richardsontalet, Ri , som funktion av $\zeta = z/L$ (efter Businger et al.).

I en prognosmodell med lägsta modellnivån i n och med markvärdena markerade med s , måste Richardsontalet uttryckas med hjälp av modellparametrarna, man talar då om ett "bulk Richardson number"

$$Ri_B = \frac{g}{\theta} \frac{z_n (\theta_n - \theta_s)}{u_n^2} \quad (\text{där } u_s \equiv 0).$$

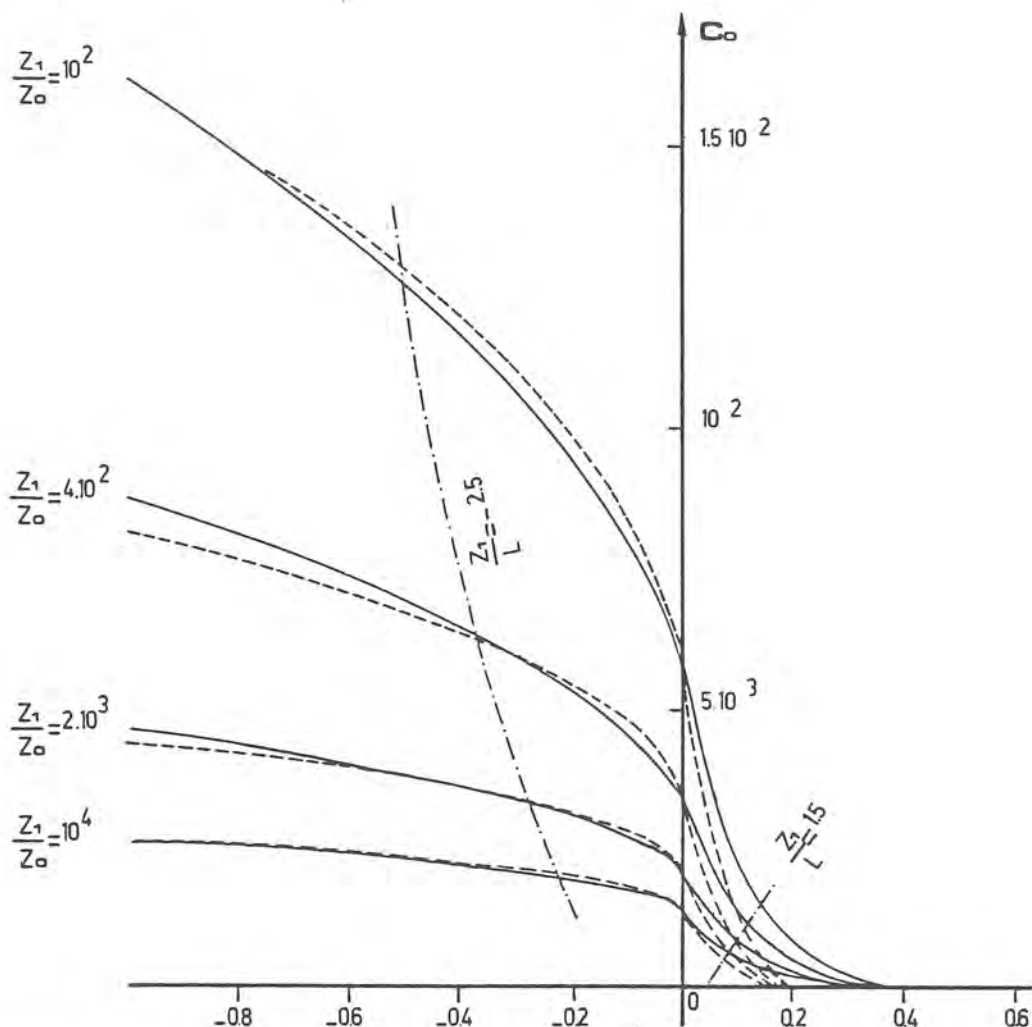
Den turbulenta eddystressen, eller med andra ord, momentumflödet, τ_s , kan skrivas som

$$\tau_s = -\rho C_D |\bar{u}_n| \cdot \bar{u}_n, \quad \text{dvs i analogi med drag-koefficientformuleringen, dock med den viktiga skillnaden att}$$

$$C_D = \left\{ \frac{k}{\ln \frac{z_n}{z_0}} - \psi_m \right\}^2$$

C_D består av två delar. Den ena som vi känner igen från det neutrala fallet, kan härledas ur Prandtl's teori för ett neutralt gränsskikt (log vindlagen). Skiktningen medför en modifikation, ψ , beror på höjden z_n/z_0 och bulk-Richardsontalet Ri_B .

I praktiken gör man så att man tabellerar, en gång för alla, ψ_m (liksom ψ_h och ψ_q) för alla tänkbara värden på Ri_B och z_n . En grafisk framställning av en sådan tabell finns i följande figur.



"Drag coefficient" beräknad ur Monin-Oboukhov's teori
(efter J-F Louis, ECMWF).

Dessa värden har beräknats av Jean-Francois Louis vid ECMWF och används i deras modell, liksom även i SMHIs LAM. För att man skall slipa "slå i tabeller", har sambandet uttryckts som analytiska uttryck, som enkelt beräknas för varje värde på z/z_0 och Ri_B (dvs u , θ , θ_s).

Bidragen till rörelseekvationen från den vertikala divergensen av momentum- (värme, vattenånga) flödena, dvs

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z}; \quad \frac{1}{\rho \psi} \frac{\partial H}{\partial z}; \quad \text{beräknas sedan direkt.}$$

I ECMWFs modell (liksom SMHI LAM, som är en modifierad version av ECMWFs tidigare gridpunktsmodell) har man även parameteriserat det turbulenta utbytet i vertikal led ovanför markskiktet, på ett likartat sätt, dvs som funktion av ett Richardsontal. På så vis behövs ingen särskild korrektion av eventuella labila skikt, s k torradiabatisk anpassning. Det snabbt ökande Richardsontalet, och därigenom K-värdet, ger en snabb omblandning.

Behandlingen av gränsskiktet i den brittiska vädertjänstens (UKMO) modell, bygger också på Monin-Oboukhovs similaritetsteori.

I fria atmosfären är K, liksom i centrets och SMHIs modeller, en funktion av Ri .

2.3 Second order closure

Gemensamt för bulk-och K-metoden är att eddy-termerna $\overline{u'w'}$, $\overline{u'T'}$, $\overline{u'q'}$ etc uttrycks med hjälp av de Reynoldska medelvärdena \bar{u} , \bar{v} , \bar{T} , \bar{q} samt z_0 . För den neutrala atmosfären bygger de på relativt säker teoretisk grund, Prandtl's blandningslängdsteori. För skiktade gränsskikt å andra sidan bygger parameteriseringen på de empiriska funktionerna ϕ och ψ . First order closure-modellerna ger acceptabla resultat för numeriska prognoser, och används i så gott som alla modeller.

Under senare tid har man dock börjat använda högre ordningars system. Pionjärerna var Mellor och Yamada, som utvecklat en gränsskiktsmodell där explicita ekvationer för de turbulenta flödena $\rho \overline{u'w'}$ ingår. I dessa ekvationer ingår trippelmoment av typen $\overline{u'v'w'}$.

Om trippelmomenten uttrycks med hjälp av Reynoldska medelvärden, och dubbelmomenten (= $\overline{u'v'}$, eddy-termerna) har man "second order closure".

Mellor använder bl a $\overline{u'v'w'} = b\lambda_1 \left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right)$ där b är den turbulenta energin, och λ_1 en koefficient.

Second order closure har prövats, utan någon större succé, i bl a ECMWFs och GFDLs (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory under NOAA, USA) modeller. Däremot används Mellor-Yamadass formulering med framgång i speciella modeller för simulering av gränsskiktsprocesser, som t ex spridning av luftföroreningar (L Enger, Uppsala).

3. KONDENSATIONSPROCESSER

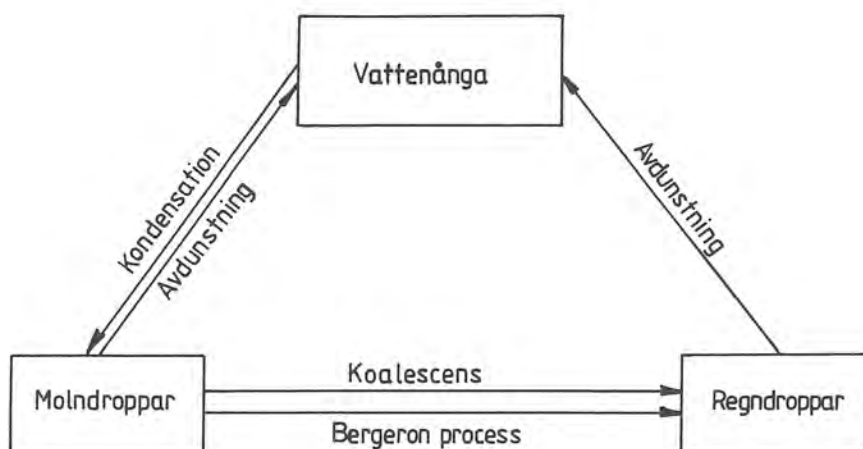
Ur parameteriseringssynpunkt är det naturligt att dela upp kondensationsprocesserna i två delar, stratiform och konvektiv.

Stratiform kondensation sker på en skala som kan upplösas explicit av modellen, och därför behöver man bara parameterisera de mikrofysikaliska kondensations- och droppbildningsprocesserna.

Konvektiv nederbörd kommer från system som är mindre än gridskalen, cumulonimbus, varför man måste parameterisera också molndynamiken.

Alla nederbördsparameteriseringar bygger i grunden på de grundläggande termodynamiska sambanden, och molnfysiken.

Figuren sammanfattar processerna.



Schematisk bild av de viktigaste komponenterna i atmosfärens kondensationsprocess.

3.1 Stratiform kondensation utan "moln"

Detta är den enklaste parameteriseringen, och utgår från att allt kondenserat vatten omedelbart faller mot marken som nederbörd.

Vi kan skriva ekvationen för T och q

$$\frac{\partial T}{\partial t} = A(T) + \frac{L}{c_p} C \quad A(T) \text{ sammanfattar alla termer, utom kondensationstermen}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = A(q) - C \quad C \text{ är kondensationen (kg/kg}\cdot\text{sec)}$$

Kondensationen C ges av $C = \frac{dq_s}{dt}$, dvs ändringen av mättningsfuktigheten

Man beräknar först preliminära prognosvärden T^* , q^* vid tidssteget $\tau+1$ där man tar med alla effekter utom kondensationen.

$$T^* = T^{\tau-1} + 2\Delta t \cdot A(T); \quad q^* = q^{\tau-1} + 2\Delta t \cdot A(q)$$

Om $q^* > q_{\text{sat}}(T^*)$ sker kondensation, varvid T^* och q^* justeras, T^* uppåt och q^* neråt.

$$\text{Korrektionerna } \Delta q = q_s(T^{\tau+1}) - q^*$$

$$\Delta T = \frac{L}{c_p} \Delta q$$

ger då

$$T^{\tau+1} = T^* + \frac{L}{c_p} \frac{q^* - q_s(T^*)}{1 + L/c_p} \frac{dq_s(T^*)}{dT}$$

$$q^{\tau+1} = q^* - \frac{q^* - q_s(T^*)}{1 + L/c_p} \frac{dq_s(T^*)}{dT}$$

Lägg märke till termen $1 + L/c_p \frac{dq_s(T^*)}{dT}$ i nämnaren som uppkommer genom att problemet att bestämma $T^{\tau+1}$, $q^{\tau+1}$ är implicit, ty $q_s(T^{\tau+1})$ beror på $T^{\tau+1}$, men $T^{\tau+1}$ kan ej beräknas förrän $q_s(T^{\tau+1})$ är känt. Approximativt (Taylorutveckling) kan Clausius-Clapeyrons ekvation för $q_s(T^{\tau+1})$

$$q_s(T^{\tau+1}) \approx q_s(T^*) + \frac{dq_s(T^*)}{dT} \cdot \Delta T$$

varur de korrigerade $T^{\tau+1}$, $q^{\tau+1}$ kan beräknas.

$$\text{Kondensationen blir då } \frac{1}{2\Delta t} \frac{q^* - q_s(T^*)}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{dq_s(T^*)}{dT}}$$

Eftersom man antar att allt kondensat faller ut som regn, blir nederbördsintensiteten

$$P_{\text{strat}} = \int_0^{\infty} c_p dz = - \frac{1}{g} \int_{p_0}^0 C dp \quad (\text{i kg H}_2\text{O/m}^2 \cdot \text{sec}) \\ \text{dvs mm/sec}$$

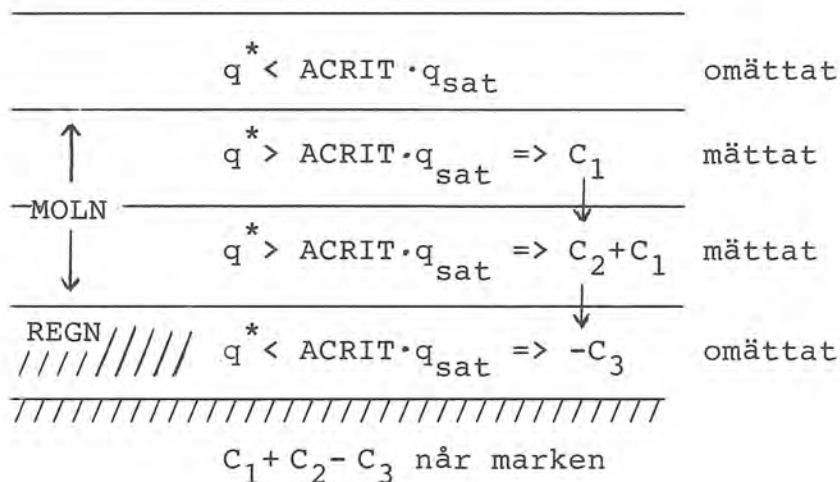
Nederbörden under ett tidssteg blir sedan $P \cdot \Delta t$; denna kvantitet ackumuleras under prognosens gång och ger nederbördsprognosen för den storskaliga delen.

I SMHI-LAM antar man att kondensation sker redan innan $q^* > q_{\text{sat}}(T^*)$, detta därför att kondensation kan ske även i gridrutor som inte är helt fyllda av stratiform nederbördsutlösning.

F n gäller villkoret $q^* > 0.9 q_s(T^*)$

Valet av faktorn 0.9 ("ACRIT") beror på modellens upplösning. Ju mindre gridavstånd, ju närmare 1 bör ACRIT vara.

I parameteriseringen ingår även avdunstning av regn i molnfria skikt. Detta beskrivs bäst med en figur.



Sammanfattning av nederbördsprocesserna.

C_3 beräknas ur villkoret att omättad luft, under molnet, mätas (och avkyls) genom avdunstning. Nya värden på T och q beräknas p s s som för C_1 och C_2 .

På detta sätt parameteriseras storskalig nederbörd i UKMOs modell (med ACRIT = 1).

Antagandet att allt kondensat omedelbart bildar regn är naturligtvis orealistiskt; i verkligheten bildas först moln, och det kan ta flera timmar innan molndropparna genom koalescens nått en sådan storlek att det faller regn.

I ECMWFs modell tar man delvis hänsyn till detta genom ett par bivillkor för att nederbörd skall falla. Antingen skall molntoppen (dvs högsta nivån med övermättnad) vara kallare än -12°C (Bergeron-Findeisens iskärnemodell) eller också skall "molnet" dvs övermättade skiktet, vara tjockt nog (droppinnehåll $>2 \text{ mm H}_2\text{O/m}^2$) för att den "varma" nederbördsprocessen skall vara verksam. (Se Mason). Denna formulering (av Økland) används också i SMHI-LAM.

Øklands formulering tar hänsyn till vissa molnfysikaliska fakta, utan att explicit ha med molnvattnet, q_{lw} , som en prognosparameter.

En parameterisering där molnvattnet ingår som en ny, fullständig prognosparameter, med sin egen ekvation

$\frac{\partial q_{lw}}{\partial t} = A(q_{lw}) + C$ har utvecklats av Sundqvist och Hammarstrand vid MISU.

3.2 Fuktadiabatisk anpassning

Den enklaste parameteriseringen av konvektion är fuktadiabatisk anpassning. Den innebär att man, så snart temperaturavtagandet mellan 2 mättade skikt i modellen är fuktlabilt, anpassar q och T till en fuktadiabat.

Dvs om $q > q_{sat}$

$$\text{och } \frac{\partial T}{\partial z} < - \frac{g}{c_p} \frac{1 + \frac{\epsilon \cdot E_s(T)}{R \cdot T \cdot p}}{1 + \frac{\epsilon}{c_p \cdot p} \frac{dE_s(T)}{dT}} = \Gamma_m$$

så modifieras q till q_s och $\frac{\partial T}{\partial z}$ till Γ_m med bivillkoret att den totala energiändringen

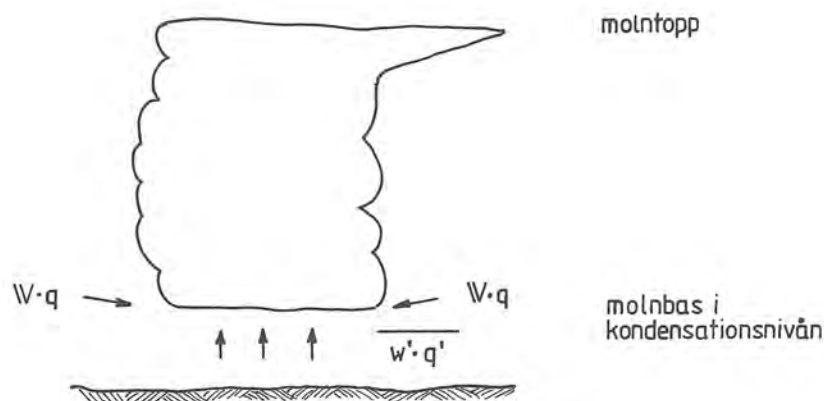
$$\int_{\text{Bas}}^{\text{Topp}} [(c_p T + Lq)_{\text{före}} - (c_p T + Lq)_{\text{efter}}] dp = 0$$

Fuktadiabatisk anpassning användes i SMHIs LAM-modell fram till den 31 aug 1986.

3.3 Kuo's schema

Den dominerande konvektionsparameteriseringen idag är Kuo's schema. Den används vid ECMWF och SMHI. UKMO har istället en variant på paketmetoden, dvs samma metod som används vid manuella konvektionsberäkningar i termodynamiskt diagram.

Kuo's idé var att den konvektiva nederbörden bestäms av konvergensen av fuktighet in i de lägre delarna av molnet (Kuo, 1965).



Schematisk skiss av Kuo's schema.

Inne i molnet är T och q profilerna fuktadiabatiska, och molntoppen ligger där fuktadiabaten skär skiktningprofilen. Kuo antar också att molnet omedelbart, dvs varje tidssteg, upplöses i omgivningen och påverkar dess temperatur och fuktighet (detrainment).

Under ett tidssteg, Δt , blir konvergensen av fuktighet

$$I = - \frac{\Delta t}{g} \int_{\text{moln-}}^{\text{topp}} \nabla \cdot (qV) dp + \Delta t \cdot \rho_n \overline{w'q'}_n$$

$\nabla \cdot (qV)$ beräknas ur q och V -prognosen på varje nivå

$\rho_n \overline{w'q'}_n$ beräknas ur gränsskiktsparameteriseringen, exempelvis $\rho_n \overline{w'q'}_n = \rho_n \cdot C_d |\nabla_n| \cdot (q_s - q_n)$ där s är värden i mark(havs)ytan och n den lägsta modellnivån.

Cumulusmoln bildas alltså som resultat av denna fuktighetskonvergens, om omgivningen är sådan att konvektion kan ske; den måste vara villkorligt labil.

I molnet, längs fuktadiabaten Γ_c , har vi då ett energiöverskott jämfört med omgivningen, Γ_e

$$W = - \int_{\text{Bas}}^{\text{Topp}} [c_p(T_c - T_e) + L(q_c - q_e)] \frac{dp}{g}$$

Kuo antar nu att en bråkdel, a , av gridrutan är fylld av cumulusmoln, samt att jämvikt råder mellan fuktighets-tillförseln, $L \cdot I$ (uttryckt i Joule) och den frigjorda kondensationsenergin, aW

$$\text{dvs } aW = L \cdot I \quad \text{eller } a = \frac{LI}{W}$$

Vidare sker en ögonblicklig anpassning till omgivningen så att $T_e^{\tau+1}$ och $q_e^{\tau+1}$ blir

$$T_e^{\tau+1} = T^* + a \cdot (T_c - T^*)$$

$$q_e^{\tau+1} = q^* + a(q_c - q^*)$$

T^* och q^* är de samma som i avsnittet om storskalig kondensation.

Nederbörden är sedan helt enkelt den del av fuktigheten som använts för att värma luften, dvs

$$P_{\text{konv}} = \frac{c_p}{g} \int a \left(\frac{T_c - T^*}{L} \right) dp$$

I en senare version, 1974, s k Kuo-74, har ytterligare en parameter, b , införts. Den anger hur stor del av fuktighetskonvergensen, I , som åtgår till kondensation och nederbörd, och hur stor del som åtgår till att höja omgivningens fuktighet. b beror sannolikt på q (ju torrare omgivning ju större del av I åtgår att fukta luften), och man använder olika empiriska värden på b .

Kuo-74 används idag både av ECMWF, SMHI och NMC (USA), liksom i flera andra modeller.

Ett försök att verkligen parameterisera en hel ensemble av cumulus och cumulonimbus i en gridruta har gjorts av Arakawa-Schubert. Deras metod har testats bl a vid ECMWF, men trots sin stora komplexitet har den inte gett någon dramatisk förbättring av prognoserna.

Ytterligare andra cumulus-parameteriseringsscheman har utvecklats och testats bl a vid ECMWF (Betts-Miller, Tiedtke) men man kan knappast säga att problemet med parameterisering av konvektionen ännu fått en slutlig lösning.

3.4 Diagnostiska moln

Även om prognosmodellen inte beräknar moln explicit, har man många gånger behov av att uppskatta molnmängden på olika modellnivåer. I t ex strålningsberäkningar, måste man uppenbarligen ta hänsyn till moln, och molnmängd är naturligtvis en prognosprodukt av stort intresse i sig.

I ECMWFs modell har man 4 "molntyper", höga, medelhöga och låga stratiforma moln, samt konvektiva moln.

De konvektiva molnen bestäms ur tidsmedelvärden av den beräknade Kuo-nederbörden

$C_c = a + b \ln \bar{P}^t$, där koefficienterna a och b ger följande samband mellan mängden konvektiva moln och nederbörden

C_c	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
P mm/dygn)	.14	.31	.70	1.6	3.4	7.7	17	38	85

De höga molnen kan vara dels "gamla städ"

$$C_H = 2.0 \cdot [C_c - 0.3] \quad , \quad \text{om konvektionen når 400 mb} \\ \text{och } C_c \geq 0.4$$

dels cirrostratus

$$C_H = \{ \text{Max} \left(\frac{RH - 0.8}{0.2}, 0.0 \right) \}^2; \quad RH = \text{rel hum}$$

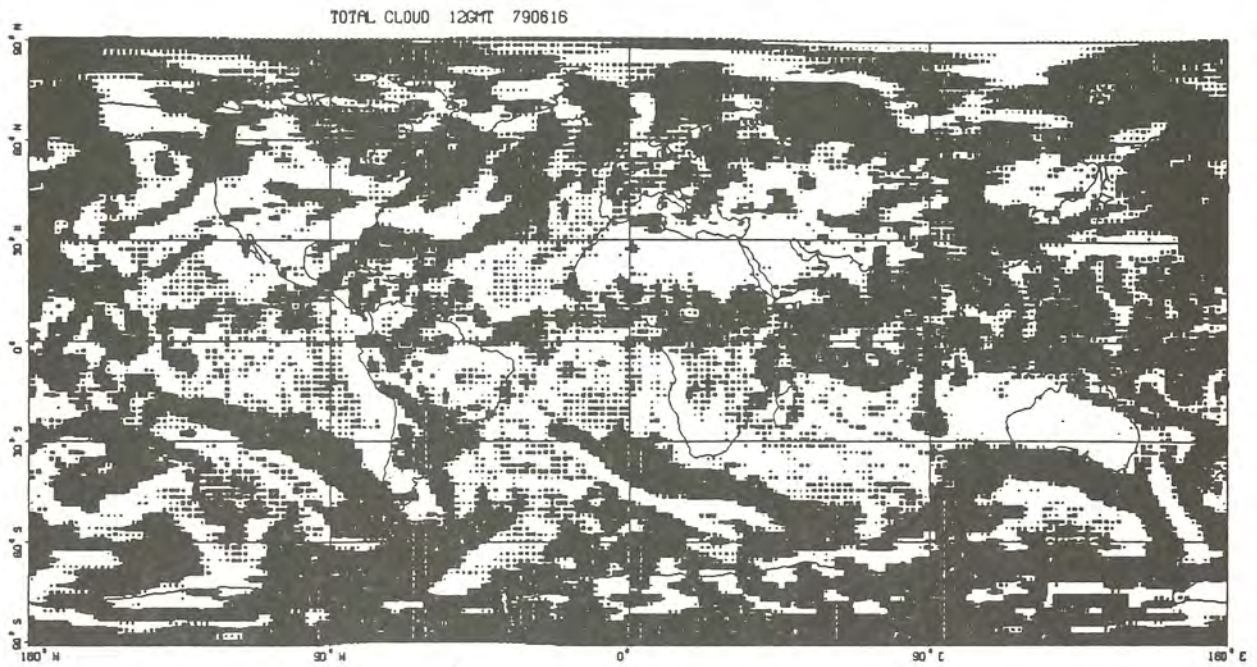
Medelhöga moln fås ur

$$C_M = \{ \text{Max} \left(\frac{RH_e - 0.8}{0.8}, 0.0 \right) \} \quad RH_e = RH (1 - C_c) \text{ dvs RH} \\ \text{efter korrektion för kon-} \\ \text{vektiva moln}$$

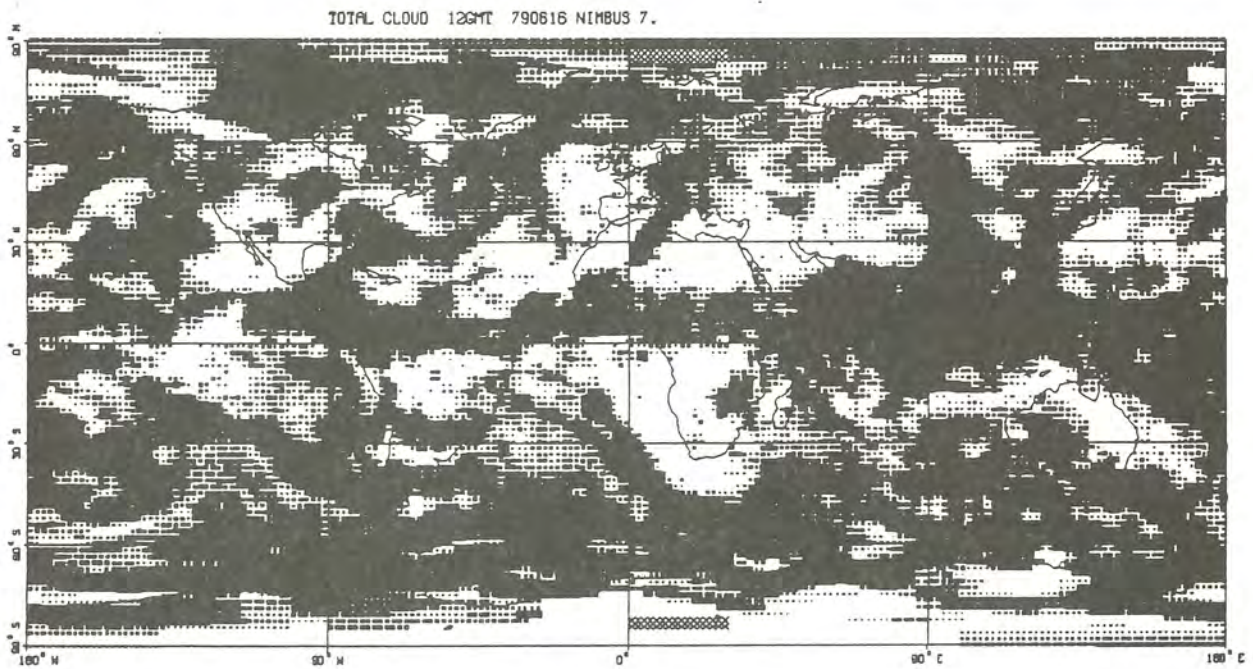
För låga moln ansätts på ett liknande sätt

$$C_L = \{ \text{Max} \left(\frac{RH_e - 0.8}{0.2}, 0.0 \right) \}^2, \text{ dock bara om } \omega < 0$$

Exempel på ECMWF-moln finns på nästa sida.



Simulerade moln från ECMWF's modell. Dag 5 av en prognos från den 11/6 1979



Observerade moln, från NIMBUS 7, 16 juni 1979

I SMHI-LAM används en liknande formulering

$$C_H = \cdot [25 \cdot U_H - 15] \cdot 1/8; \sigma < 0.47$$

$$C_M = \cdot [30 \cdot U_M - 21] \cdot 1/8; 0.47 < \sigma < 0.8$$

$$C_L = \cdot [50 \cdot U_L - 41] \cdot 1/8; 0.8 < \sigma < \sigma_{NLEV}$$

$$C_{\substack{\text{stratus,} \\ \text{dimma}}} = [150 \cdot U_{NLEV} - 141] \cdot 1/8; \sigma = \sigma_{NLEV}$$

där U är den största relativa fuktigheten i någon av de σ -nivåer som definierats ligga i resp intervall.

I UKMOs modell, parameteriseras C_c

$C_c = 83.3 \cdot P$ över land, $62.5 P$ över hav där P är ett mått på "paketstorleken" i konvektionsschemat.

För C_H , C_M och C_L har UKMO funktioner av relativa fuktigheten, liknande dem vid SMHI och ECMWF.

C_H , C_M och C_L ges av

$$C = \left[\frac{(h-h^C)}{(1-h^C)} \right]^2 \quad h > h^C$$

$$= 0 \quad h \leq h^C$$

där h = rel fuktighet i respektive skikt och $h^C = 0.85$.

4. STRÅLNING

Absorption och emission av lång- och kortvågig strålning i atmosfären är en mycket komplex process. Hur komplex framgår kanske bäst av de kompletta ekvationerna för flödet av långvågig strålning genom en horisontell yta i atmosfären, F . F består av två delar $F\uparrow$ och $F\downarrow$.

$$F\uparrow(z) = \int_0^{\infty} \pi \cdot B_{\nu}(z=0) \cdot \tau_{\nu}^f(z, z=0) \cdot d\nu + \int_0^z \int_0^{\infty} \pi \cdot B_{\nu}(z') \cdot \frac{d\tau_{\nu}^f}{dz'}(z, z') \cdot dz' \cdot d\nu$$

$$F\downarrow(z) = \int_0^{\infty} \int_z^{\infty} \pi \cdot B_{\nu}(z') \cdot \frac{d\tau_{\nu}^f}{dz'}(z, z') \cdot dz' \cdot d\nu$$

B_{ν} är Planck's funktion
$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

τ_{ν}^f är den diffusa transmissionsfunktionen definierad av integralen över den övre (eller nedre) halvsfären

$$\tau_{\nu}^f(z, z') = 2 \int_0^1 \tau_{\nu}(z, z', \mu) \mu d\mu; \quad \begin{array}{l} \mu = \cos\theta \\ \theta = \text{zenitvinkeln} \end{array}$$

$\tau_{\nu}(z, z', \mu)$ i sin tur är transmissionsfunktionen i en riktning, μ , och ges av

$$\tau_{\nu}(z, z', \mu) = \exp \left\{ -\frac{1}{\mu} \int_{u(z)}^{u(z')} k_{\nu}(p, T) du \right\}$$

u är här den optiska väglängden och $k_{\nu}(p, T)$ är absorptionskoefficienten.

k_{ν} varierar med p och T , samt naturligtvis, våldsamt med frekvensen, ν , se 40-p kursen i strålning!

Temperaturändringen p g av strålningen i en modellnivå, är slutligen given av flödesdivergensen

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \rho \frac{1}{c_p} \left[\frac{\partial F\uparrow}{\partial z} + \frac{\partial F\downarrow}{\partial z} \right] + A(T)$$

I princip kan man beräkna $F\uparrow$ och $F\downarrow$ exakt, men i praktiken blir beräkningarna oerhört besvärliga och tidskrävande.

I alla modeller tar man till mer eller mindre drastiska förenklingar.

I SMHI-LAM används en mycket förenklad parameterisering (Bodin, 1980). Han antar att strålningen endast påverkar markytan, genom att flödesdivergensen $\frac{\partial F}{\partial z}$ kan försummas i fria atmosfären.

För korta prognoser är detta en rimlig approximation, strålningens största inverkan på atmosfären sker ju indirekt genom att marken först värms/avkyls, och sedan, genom gränsskiktsflödena av momentum, värme och fuktighet, påverkar atmosfären. Se 40-p kursen för en repetition av detta.

Bodin ansätter för långvågig strålning

$$F_s^\downarrow = \epsilon_{ao} \cdot \sigma T_{2m}^4 \quad \sigma = \text{Stefan-Boltzmann's konstant}$$

ϵ_{ao} är den apparenta emissiviteten, och kan parameteriseras genom t ex

$$\epsilon_{ao} = a + b \cdot \sqrt{E(T_{2m})}; \quad E \text{ är ångtrycket i Pa} \\ a = 0.68, \quad b = 0.0036$$

Om det finns moln, ökar ju strålningen F^\downarrow , och man får

$$\epsilon_a = \epsilon_{ao} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^N k_i \cdot \max(c_i - c_{sum}, 0) \right\}; \quad N = 4$$

där c_i är molnmängden i nivå i , och

$$c_{sum} = \sum_{i=1}^{i-1} c_m \quad \text{är en återemission från moln under nivå } i.$$

c_i är bestämd ur rel fuktigheten, så som beskrevs i förra avsnittet, och k_i är (0.24, 0.21, 0.18, 0.06); $i = 1, 4$

Alltså blir

$$F_s^\downarrow = \epsilon_a \sigma T_{2m}^4$$

F_s^\uparrow från marken blir på liknande sätt

$$F_s^\uparrow = \epsilon_s \sigma T_s^4 + (1 - \epsilon_s) \sigma T_{2m}^4 \cdot \epsilon_a$$

utstrålning reflekterad strålning

Slutligen blir strålningsbalansen

$$F_s^\uparrow - F_s^\downarrow = \epsilon_s \sigma T_s^4 - \epsilon_s \epsilon_a \sigma T_{2m}^4$$

För kortvarig strålning gäller att

$$F_{\odot} = \text{solarkonstanten} = 1395 \text{ w m}^{-2}$$

Solstrålningen påverkas av flera faktorer, innan den når marken.

Absorption : $A_w = 0.077 \cdot [u \cdot \sec\theta]^{0.3}$
 (i H₂O, CO₂, O₃)

u är optiska väglängden, θ zenitvinkeln och $\sec = \text{sekanten} = 1/\cos$.

Spridning: $\tau = 1.041 - 0.16 (\sec\theta)^{\frac{1}{2}}$

Absorption i moln: $A_{cl} = \sum_1^4 [1 - c_i (1 - T_i)]$

där c_i redan diskuterats, och T_i är koefficienter som beror på $\sec\theta$
 $T_i = a_i + b_i \sec\theta$, a_i b_i konstanter

Albedo: $A(x,y)$ är en given funktion av positionen, kan också bero på snötäcke etc.

Albedot beror också på solhöjden; zenitvinkeln.

Turbiditet: $T_u = \text{konstant} = 0.95$

Låter vi nu F_{\odot} påverkas av allt detta, återstår F_{so}^{\downarrow} , dvs den solstrålning som absorberas i marken.

$$F_{so}^{\downarrow} = F_{\odot} \cdot (1-A) \cdot T_u \cdot A_{cl} (\tau - A_w) \cdot \cos\theta$$

Zenithvinkeln θ beräknas ur astronomiska värden; soltid, årstid och latitud.

En mer avancerad parameterisering har utvecklats i Norge (Nordeng, 1986). Hans metod kommer troligen att ersätta Bodins i LAM.

Nordeng beräknar flödena F^{\uparrow} och F^{\downarrow} i varje nivå, men använder empiriskt bestämda funktioner, $E(z, z')$ som parameterisering av transmissionsfunktionernas alla integraler.

$$T \text{ ex } F^{\downarrow} = \int_z^{\infty} \sigma T^4(z') \cdot \frac{dE(z, z')}{dz'} dz'$$

E kan kallas emissivitetsfunktion, och kan uttryckas som funktion av optiska väglängden, u, mellan nivåerna k och l .

$$E(K, \ell) = a \cdot 10^{\log u(k, \ell)} + b$$

där a och b är empiriska koefficienter som beror på $u(k, \ell)$.

Optiska väglängden, $u(k, \ell)$ från nivå k till nivå ℓ är

$$u(k, \ell) = \int_{p_k}^{p_\ell} q \cdot \sqrt{p/p_0} \frac{dp}{g}; \quad \sqrt{p/p_0} \text{ är en tryckkorrektion}$$

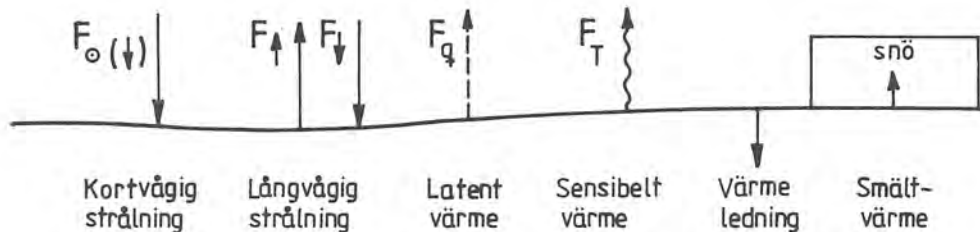
För solstrålning använder Nordeng ungefär samma metod som Bodin, dock med en förbättrad parameterisering av molnabsorptionen, som utvecklats av G Grandin.

En skillnad är också att Nordeng även låter solstrålning absorberas i fria atmosfären, och i moln.

I ECMWFs och UKMOs modeller, som integreras till 5 à 10 dygn, är en korrekt strålningsparameterisering viktigare, också i fria atmosfären. Deras scheman är därför mer komplicerade, men liknar i princip Nordengs.

5. MARKYTAN

Markytans temperatur är en mycket viktig prognosparameter. Den bestämmer gränsskiktsflödena och gränsskiktets stabilitet. Den energi (värme) som tillförs (bortförs) kan summeras från de olika faktorer som ingår.



$$\Sigma F = F_{\odot}^{\downarrow} + F_{\downarrow} - F_{\uparrow} - F_T - F_q + L_{is} \rho_w M_{sn} + B_T$$

F_{\odot}^{\downarrow} , F_{\downarrow} och F_{\uparrow} har vi redan behandlat.

$F_T = \overline{\omega'T'}$ är det turbulenta flödet av sensibelt värme.

$F_L = L \overline{\omega'q'}$ är det turbulenta flödet av latent värme.

$L_{is} \cdot \rho_w \cdot M_{sn}$ är latent värmeförsel p g av snösmältning.

B_T är värmeledningen ner i marken.

Värmeledningen B_T ges av en värmeledningsekvation

$$B_T = \lambda_T \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \text{ i marken}$$

som kan approximeras $B_T = \lambda_T \cdot \frac{T_s - T_{sD}}{\Delta z}$ (SMHI)

där T_{sD} är en konstant temperatur nere i marken (~1 m eller mer) för vilken klimatologiska värden används.

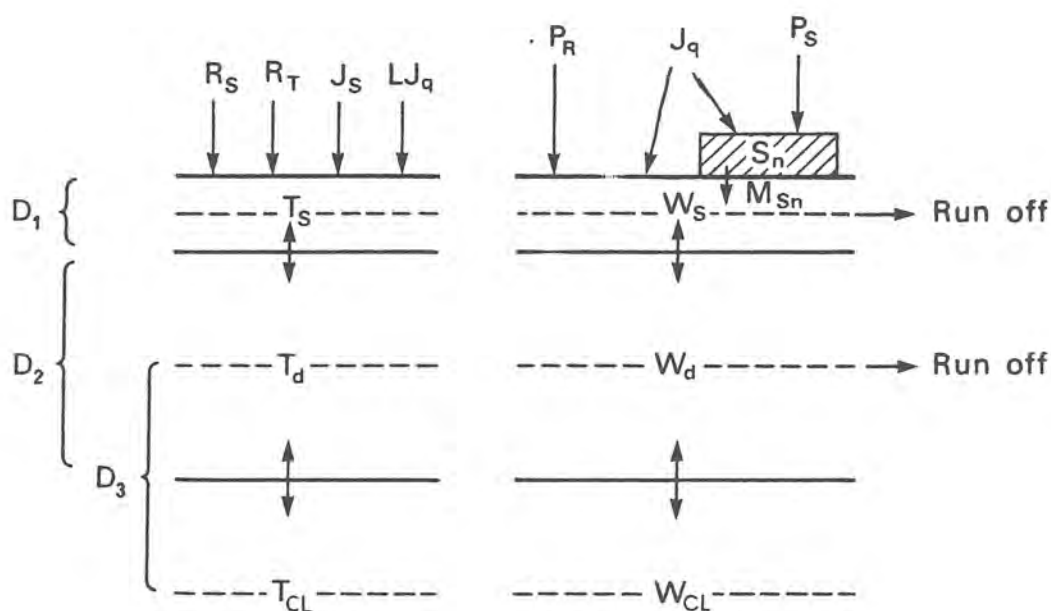
Snösmältningen M_{sn} , sker om $T_s \geq 0^\circ\text{C}$ och det finns snö. Snö finns dels i initialanalysen (analys av snöobsar) och kan dessutom ansamlas under prognosen, om det bildas nederbörd, och temperaturen i lägsta modellnivån $< 0^\circ\text{C}$. Om det ligger snö på marken, låter man inte T_s få gå över 0°C , utan ΣF används i stället för att smälta snö (ECMWF, SMHI).

T_s i havet är konstant, antingen klimatologi (månads) eller en analys (fartygsobsar, satellitdata). ECMWF har analyserade T_s över hav. SMHI f n klimatologi, men kommer snart att övergå till analyser.

Över land varierar däremot T_s p g av ΣF

$$c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \Sigma F, \quad c_s \text{ är markens specifika värme}$$

I ECMWFs modell har man 3 markskikt.



Schematisk bild av markparameteriseringen i ECMWF's modell.

De två övre skikten har temperaturer T_s och T_d som prognoseras, medan det lägsta, T_{CL} har månadsklimat.

D_1 är valt så att värmekapaciteten $\rho_g c_g$ medför att skiktet "svarar" på dagliga variationer. D_2 däremot är tjockare, så att mellanskiktet har en stabiliserande effekt, D_2 "minns" variationer i ΣF sedan flera dygn tillbaka.

För att kunna beräkna ΣF , och då speciellt termerna $L \cdot R_s^T$ och M_{sn} , måste markfuktigheten w_s också bestämmas. I ECMWFs och SMHIs modeller finns en prognosekvation för w_s (mätt i meter H_2O)

$$\frac{\partial w_s}{\partial t} = - (1 - c_{sn}) \cdot \frac{R_s^T}{\rho} + \text{regn} + M_{sn} + \text{(transport till nästa lager i ECMWF)}$$

Om w_s övergår 20 mm, antas vattnet rinna bort, (run-off).

Över hav är $w_s = \infty$.

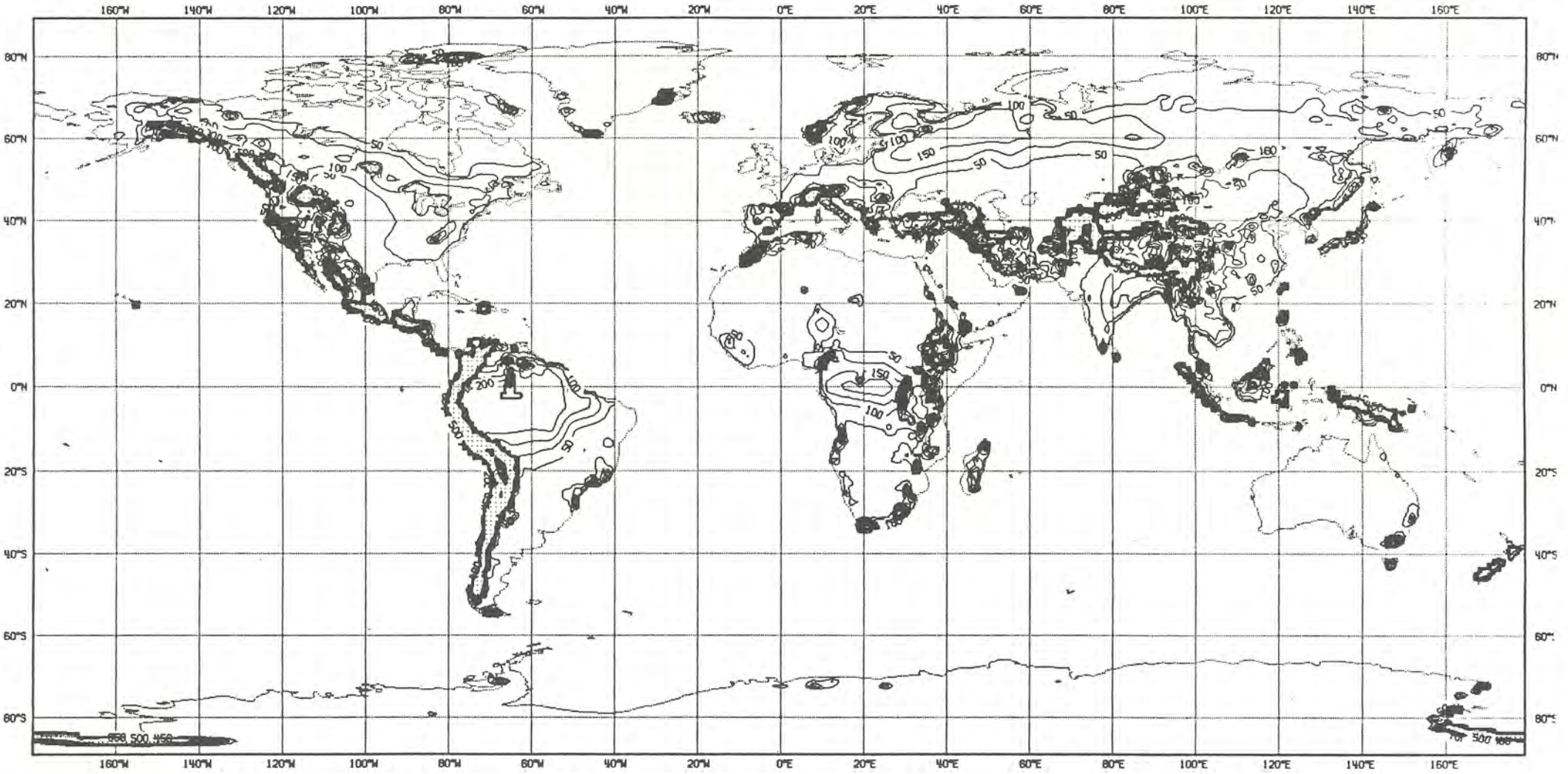
Ett stort problem är analys av w_s och T_s , de beror på markens beskaffenhet (skog, öken, åker, stad, träsk).

Mycket arbete läggs f n ner på mer realistiska antaganden om markens beskaffenhet. Bl a anses R_s^T variera kraftigt med vilken typ av växtlighet som finns (evapotranspiration).

En egenskap hos marken, som påvekar de turbulenta flödena, är skrovligheten, z_o . Över land ges den av terrängens beskaffenhet, se fig nästa sida.

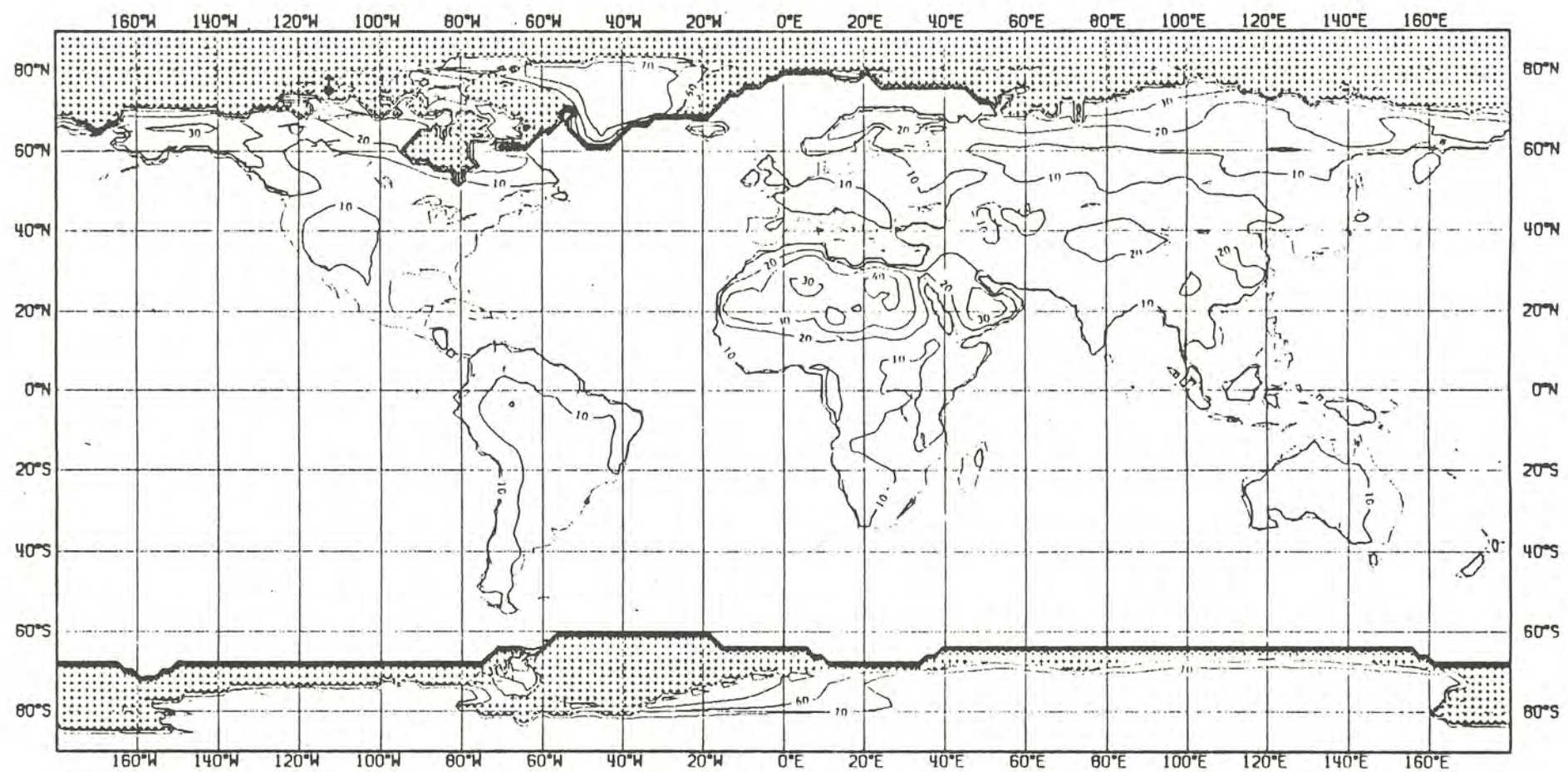
Över hav ges den av Charnock's formel

$$z_o = 0.032 u_*^2/g, \text{ dvs den beror på } |V_s|.$$



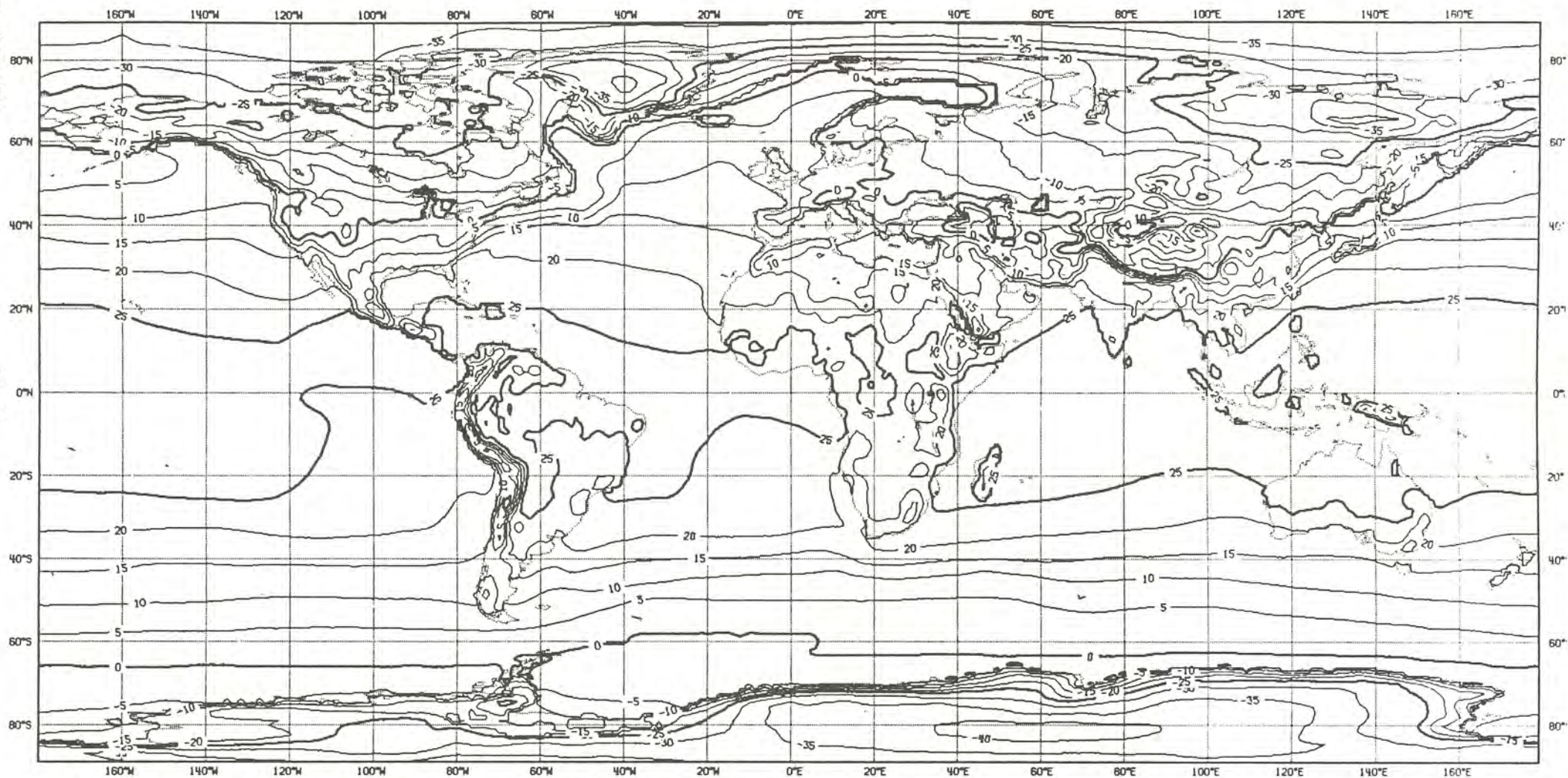
Skrovlighetsparametern, z_0 , i ECMWF's modell.

A1.7



ALBEDO (%)

Albedot i ECMWF's modell.

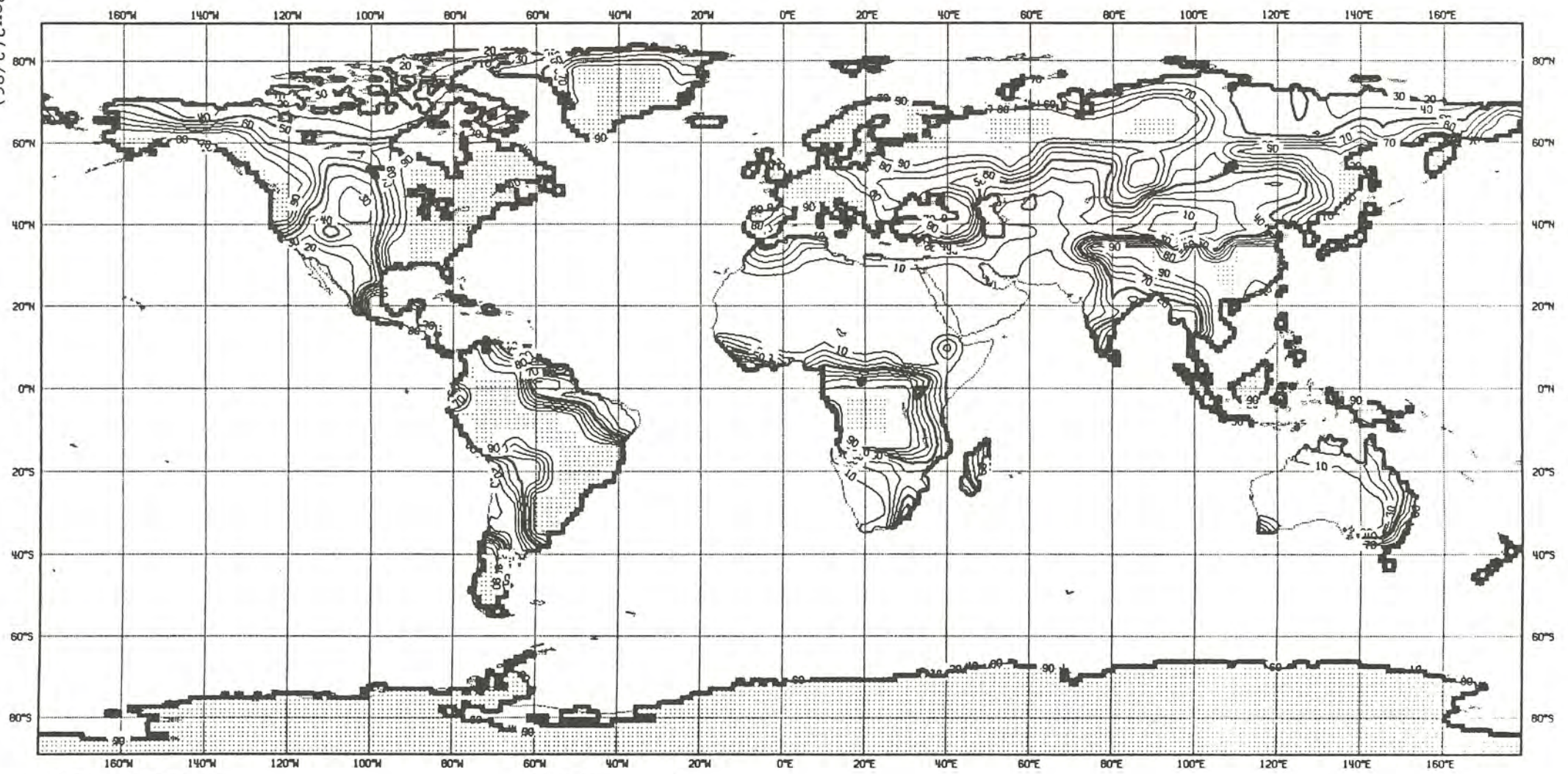


DEEP-LAYER SOIL TEMPERATURE MONTH 1

Djup marktemperatur. Januari, ECMWF's modell.

RM3/Rev2(2/86)

A1.23



SOIL MOISTURE MONTH 1

Djup markfuktighet. Januari, ECMWF's modell.

6. OROGRAFIN

Markens orografi kommer in i de numeriska prognosmodellerna på två olika sätt,

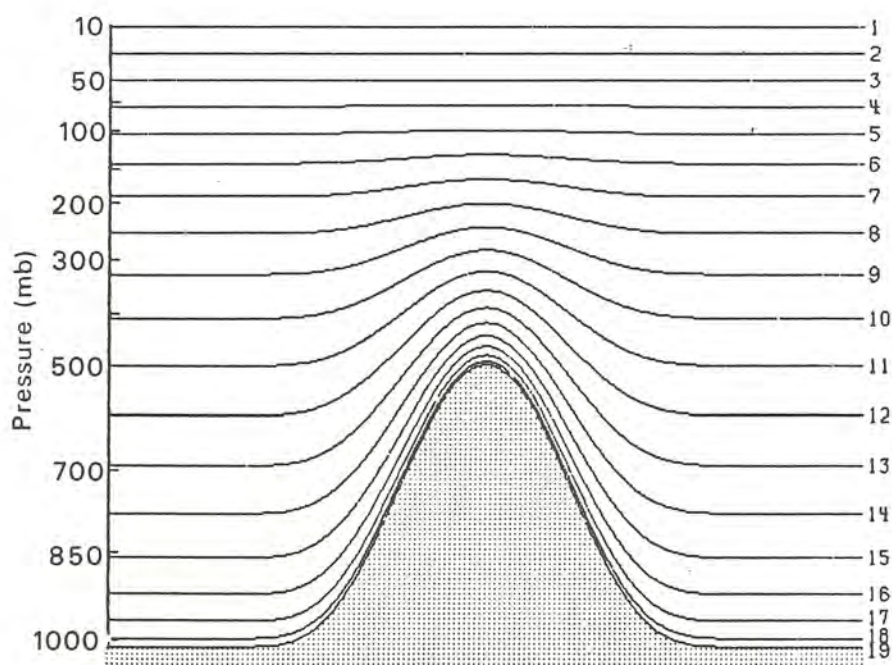
dels på gridskalan, dels på sub-gridskalan.

På gridskalan låter man effekten av bergen, dvs att de utgör hinder som \bar{V} måste "blåsa runt, eller blåsa över" vanligen komma in i form av σ -systemet, dvs en koordinattransformation.

$$\sigma = p/p_s \quad \text{där } p_s(x,y,t) \text{ är trycket på "bergstoppen"}$$

σ -koordinater används i SMHIs, UKMOs och NMCs modeller.

I ECMWFs modell har man i stället en sk "hybridkoordinat", η .



Full-level pressures in the operational model

Hybrid-koordinater i ECMWF's modell.

Hybridkoordinaten är sådan att den nära marken följer markytan på samma sätt som σ -koordinaten. På hög höjd, däremot närmar sig η -ytorna vanliga p-ytor. Detta är en fördel jämfört med σ -systemet eftersom marktopografin inte påverkar koordinatsystemet så mycket på höga höjder.

Hybridkoordinaterna definieras genom

$$p = A + B \cdot p_s$$

där A och B är konstanter, givna för varje modellnivå.

6.1 Skrovlighet

På skalor under gridskalan ger ojämnheter i terrängen upphov till en ökad markfriktion, "drag".

Dessa ojämnheter kan vara av många slag, alltifrån variationer i växtlighet: åker, skog, sjö, till branta fjälltoppar och djupa fjälldalar. Så länge man håller sig till "konventionella" turbulensförhållanden, dvs då yt-Rossbytalet (se avsnitt 2.2) är stort, vet vi att den logaritmiska vindprofilen, modifierad av stabilitetsfunktionen $\phi(z/L)$, och med z_0 som parameterisering av markens skrovlighet, ger rimliga resultat.

Vid parameterisering av kullar, bergstoppar m m kan man inte utgå från liknande goda experimentalmetoder. Däremot kan man med numeriska simuleringar testa olika antaganden om representativa z_0 för terrängformationer. De resultat som finns antyder att parameterisering av den aerodynamiska friktionen över komplex terräng med hjälp av ett z_0 som bara beror på terrängens struktur är rimligt för skalor upp mot "gridskalan", i varje fall 10-tals km. Vid mycket stabil skiktning beror dock z_0 även på stabiliteten.

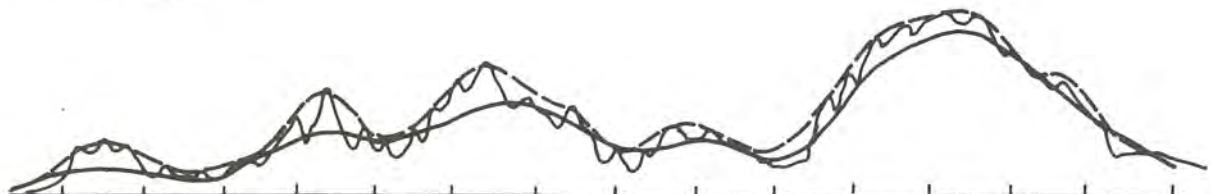
En karta över det z_0 som används i ECMWFs modell finns på sid 31. Värdena har beräknats ur "US Navy Data", en databas som innehåller hela jordens orografi med en upplösning på 10' (~18.5 km). Lägg märke till de höga värdena på z_0 över Anderna, Himalaya, Alperna.

6.2 Envelopp orografi

Resultat från ECMWF och UKMO visade att användandet av en medeltopografi (ytmedelvärden ur US Navy topografin) tillsammans med ett z_0 som var stort över kuperad terräng, inte var tillräckligt för att parameterisera effekten av de stora bergskedjorna. Stora systematiska fel i prognoserna, ofta i form av "zonalisering", och för stora, och djupa lågtryck som efter några dygn täckte hela Nordatlanten och Europa, kunde visas bero på "för låga" och "för ineffektiva" berg i modellerna.

Vid ECMWF utvecklades en modifierad s k envelopp orografi, där man till gridmedelvärdet adderade standardavvikelsen av US Navy orografin över gridrutan, multiplicerad med en faktor ($\sqrt{2}$).

--- envelopp
 — medel



Tanken bakom envelopporografien var att för atmosfärens storskaliga rörelse verkar fjällkedjorna som ett större hinder än medeloroografin. Luft i fjälldalar är ofta stillastående, deltar ej i den storskaliga rörelsen, och verkar på så sätt även den som ett hinder.

6.3 Gravity Wave Drag

Vid UKMO har en alternativ metod att förbättra parametriseringen av kuperad terräng och dess dynamiska inverkan, utarbetats. Det är sedan länge välkänt att stående gravitationsvågor genereras när det blåser över bergen. Vågornas struktur beror på vindhastighet, vindshear och stabilitet.

Transfer and dissipation of energy by mountain waves

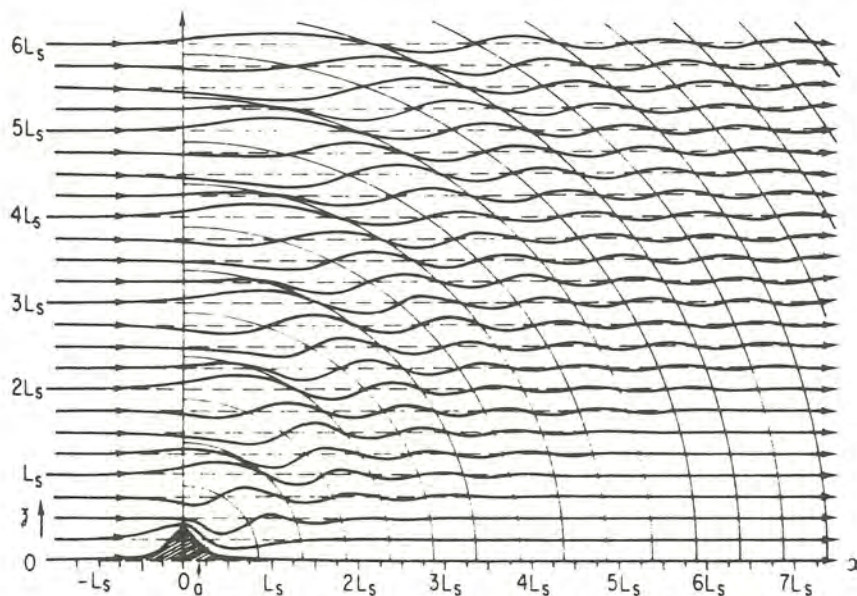
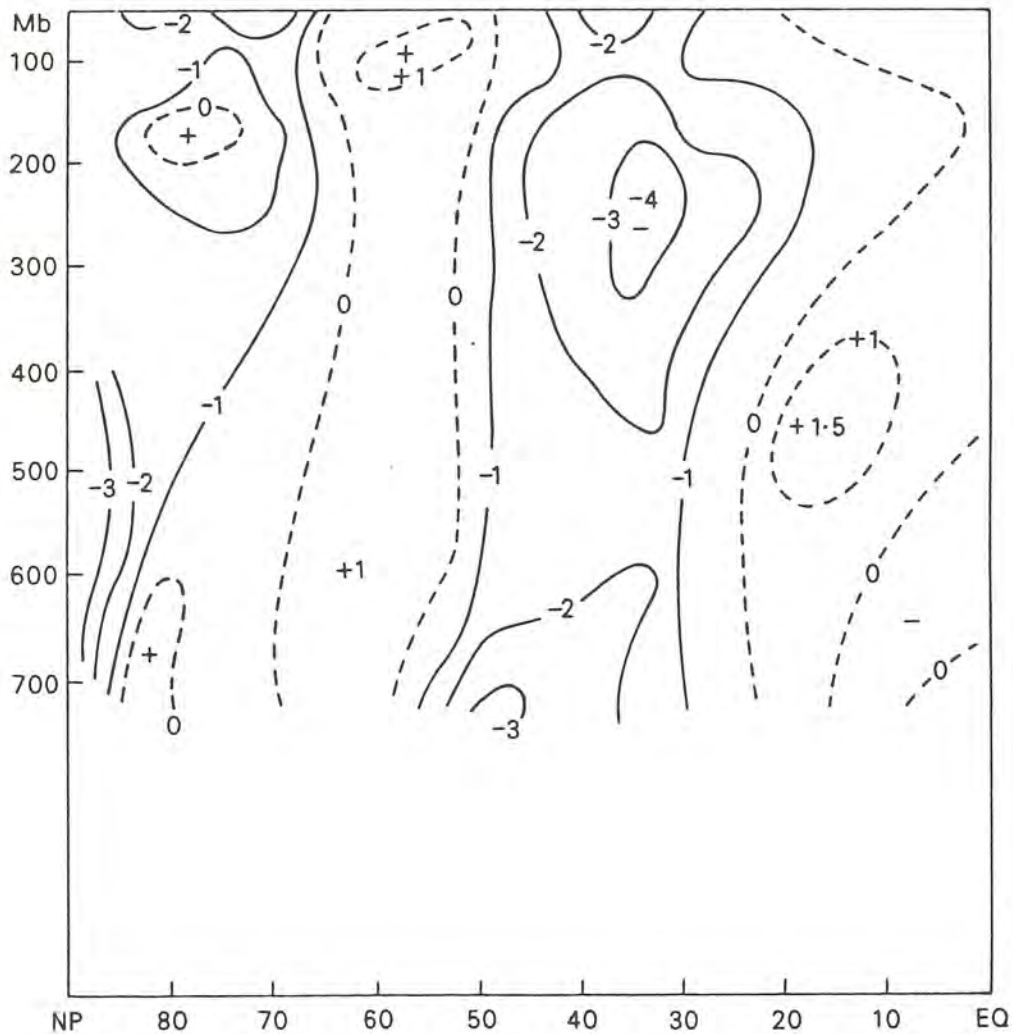


Fig.25 - Barrier perturbation involving significant lee-waves
($\bar{\sigma} = \text{const}$; Lorentz-profile barrier with $k_s a = 1$)

Figuren visar gravitationsvågor, beräknade i ett idealiserat fall, över ett idealiserat berg (Queney).

Dessa gravitationsvågor rör sig vertikalt uppåt och ger då ett momentumflöde, $\rho u'w'$, på skalor under gridskalan.

Det finns studier på ECMWF som indikerar att en hel del av dessa gravitationsvågor "absorberas" i västvindsbältena, se fig på nästa sida, som visar återstoden, vid en beräkning av budgeten av zonalt momentum ($\rho \bar{u}$).



Residual in zonally-averaged momentum equation

DJF 82-83

Nettounderskottet på $>4 \text{ ms}^{-1}/\text{dygn}$ mellan 30°N och 40°N och mellan 200 hPa och 300 hPa beror på att momentum som kommer "nerifrån" absorberas och "bromsar" den zonala medelvinden. Vad som sker är att gravitationsvågorna bryts och bryts ner i allt småskaligare turbulens, alltmedan zonal energi tas från medelvinden. Turbulens kring 200-300 hPa är ett välkänt fenomen för alla som flugit, s k Clear Air Turbulence (CAT).

Nettoeffekten blir en transport av zonalt momentum (ρu) (och $\dot{\cdot}$ också zonal energi ρu^2) från jetströmmarna mot marken. Momentum och energiflödet går alltså nedåt, samtidigt som gravitationsvågorna rör sig uppåt.

Vid UKMO har ett parameteriseringsschema för GWD = Gravity Wave Drag som består av två delar utvecklats (Shutts & Palmer).

1) Generering av markstress

$$\tau_s = \rho_s k N_o U_o \cdot \text{orografisk varians}$$

k är en koefficient (bergens "våglängd")

N_o är stabiliteten, U_o markvinden.

2) Absorption av momentum, dvs beskrivning av $\partial\tau/\partial z$

$$\text{ty } \frac{\partial u}{\partial t} = A(u) + \dots + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z}$$

Momentumabsorptionen (flödesdivergensen) beror på stabiliteten, uttryckt som ett Richardsontal som ges av medellparametrarna ($\partial u/\partial z$, $\partial \theta/\partial z$).

Met Office's modell har visat markanta förbättringar för de medellånga prognoserna med GWD. De tidigare problemen med zonalisering har försvunnit, och prognoser för dygnet 6-10 har samma utseende som de i början av prognosen. ECMWF har nyligen satt in GWD parameterisering i sin modell. Deras metod är en vidareutveckling av UKMO's.

REFERENSER

- Bodin, S. 1980: Treatment of radiation in SMHI-LAM, SMHI R&D Note No. 5.
- Businger, et.al. 1971: Flux profile relationships in the atmospheric surface layer. J.Atm. Sci. 28, pp 181-189.
- Dickinson, A. 1985: The weather prediction model. Operational numerical weather prediction system. Documentation paper No. 4 U.K Meteorological office, Bracknell.
- Dyer, A.J. och E.F. Bradley, 1982: An alternative analysis of flux-gradient relationships at the 1976 ITCE. Boundary Layer Meteorology 22, pp 3-19.
- ECMWF 1984: Research Manual 3. ECMWF forecast model. Physical parameterization
- Haltiner, G.J. och R.T Williams, 1980: Numerical Prediction and Dynamic Meteorology. Second edition. John Wiley & Sons.
- Holton, J.R. An introduction to Dynamic Meteorology 2-nd edition
- Högström, U. Kompendium i atmosfärens gränsskikt: del I turbulensteori och skikten närmast marken Uppsala 1976, - 94 s.; App. 9 s.
- Kuo, H.L. 1965: On formation and intensification of tropical cyclones through latent heat release by cumulus convection. J.Atm. Sci. 22, pp 40-63.
- Tiedtke, M. 1984: The general problem of parameterisation. ECMWF Lecture Note No. 3.1.
- Undén, P. 1982: The Swedish limited area model (LAM) SMHI RMK 35.





Sveriges meteorologiska och hydrologiska institut
601 76 Norrköping. Tel 011-158000. Telex 64400 smhi s.